



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>

UC-NRLF

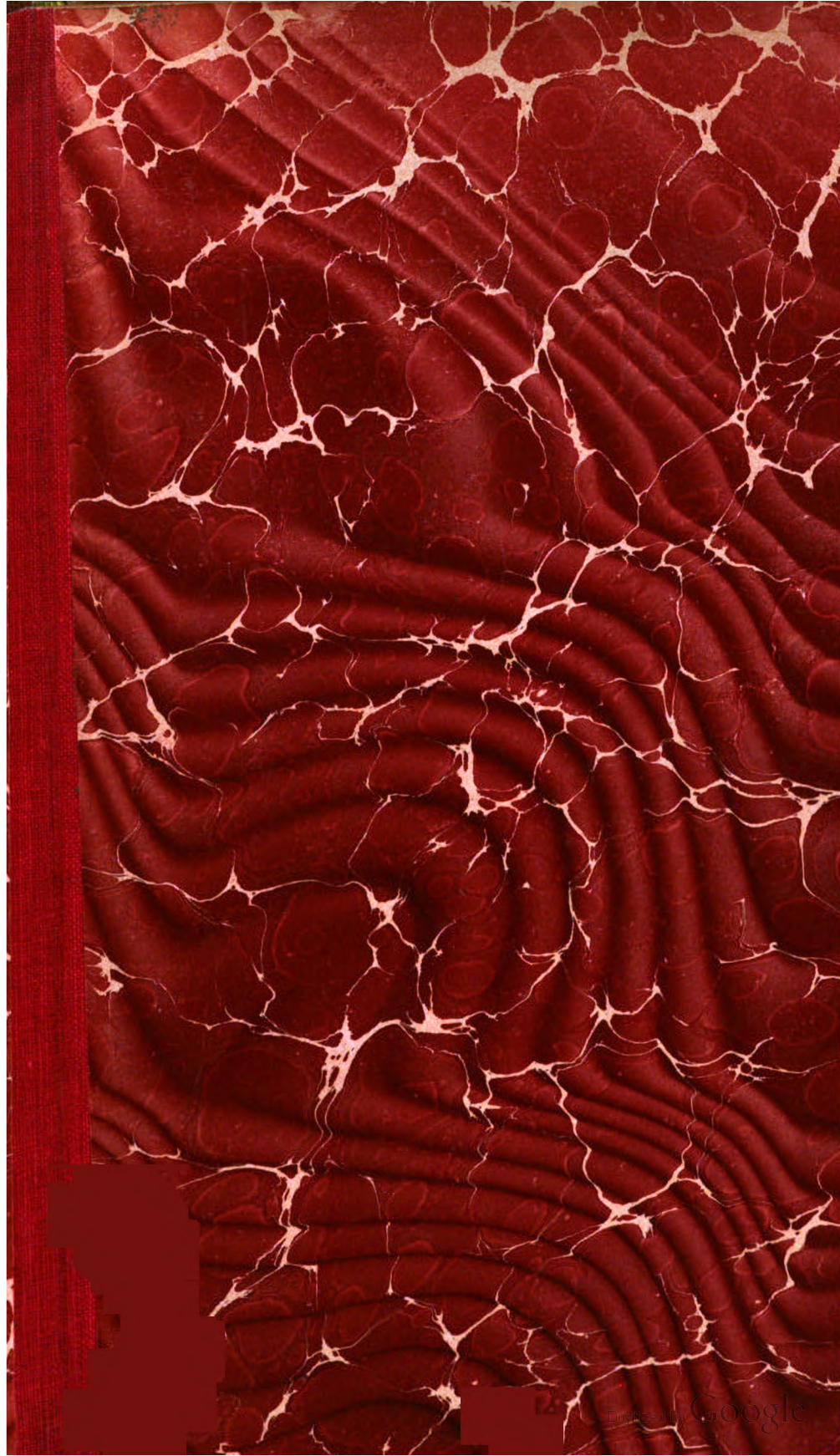


B 4 402 577

LIBRARY
OF THE
UNIVERSITY OF CALIFORNIA.

Class

712



IL NUOVO CIMENTO

FONDATA DA C. MATTEUCCI e R. PIRIA
E CONTINUATO DA E. BETTI e R. FELICI

ORGANO DELLA SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA

PUBBLICATO PER CURA DEI DIRETTORI

A. BATTELLI, A. RÒITI, V. VOLTERRA

E DEL DELEGATO DELLA SOCIETÀ

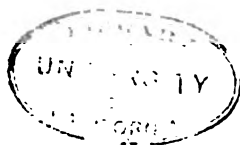
G. P. GRIMALDI

INDICE

	pagina
PACINI D. Misure di ionizzazione dell'aria su terraferma ed in mare .	5
PACINI D. Sulla radioattività indotta dell'atmosfera nel Golfo Ligure .	24
BERNINI A. Sul potere termoelettrico del Litio e del Sodio .	29
ROLLA L. Un teorema su l'ottica dei mezzi non omogenei attivi .	43
VAILATI G. A proposito di una recente pubblicazione sulla Storia della Statica .	45
CASTELLI E. Sulle modificazioni del I spettro di righe del mercurio .	57
ROSSI A. G. Nuovo sistema di rivelatori d'onde elettromagnetiche fondati sulla magnetostriazione .	63
Letteratura fisica .	66
Notiziario .	84
Libri Nuovi .	88
Società Italiana di Fisica .	XLVII

PISA, DALLA TIPOGRAFIA PIERACCINI

1908



Del « NUOVO CIMENTO » si pubblica ogni mese un fascicolo di
80 pagine.

L'abbonamento è obbligatorio per un anno, e s'intende rinnovato,
quando non sia disdetto entro il dicembre.

Chi vuole pagare l'abbonamento non ha che da versare, al prin-
cipio di ogni anno, ad un ufficio postale italiano o estero la
somma di

Lire 18 per l'Italia

„ 20 per l'Estero

a favore del Sig. **ALFREDO LAVACCHINI**, Via. Gino
Capponi, 3, FIRENZE.

Coloro che appartengono alla Società Italiana di Fisica sono pre-
gati di spedire la quota di **L. 18** al Cassiere Prof. A. Ste-
fanini, Lucca, il quale a richiesta rilascerà la quietanza di
L. 15 se l'abbonamento è a carico dell'Istituto a cui il So-
cio appartiene.

Chi desidera pubblicare nel « Nuovo Cimento » una memoria
originale manderà il relativo manoscritto ad uno dei membri
del Comitato di Compilazione Proff.: Battelli, Ròiti, Volterra,
Grimaldi. E dei lavori originali pubblicati nel Giornale
l'autore riceverà gratis 50 copie.

ENRICO SPOERRI, LIBRAIO-EDITORE A PISA

È pubblicato:

NOTIZIE

SULLA

Teoria degli Ioni nelle soluzioni acquose

DI

UGO GRASSI

con una prefazione di **ANGELO BATTELLI**.

Pag. 276 in 8° con 2 tav., 1905.

Prezzo: Lire 8.

IL NUOVO CIMENTO

ANNO LIV

IL NUOVO CIMENTO

FONDATO DA C. MATTEUCCI e R. PIRIA
E CONTINUATO DA E. BETTI e R. FELICI

ORGANO DELLA SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA

PUBBLICATO PER CURA DEI DIRETTORI

A. BATTELLI, A. RÒITI, V. VOLTERRA

E DEL DELEGATO DELLA SOCIETÀ

G. P. GRIMALDI

SERIE V. - Tomo XV



PISA

DALLA TIPOGRAFIA PIERACCINI

1908

321
22
100
1.15

MISURE DI IONIZZAZIONE DELL'ARIA SU TERRAFERMA ED IN MARE.

Nota di D. PACINI.

Le misure su cui riferisco furono eseguite nell'estate del 1907, sul mare e sulla terra ferma a diverse altezze sopra il livello del mare. L'apparecchio adoperato fu quello di Ebert del modello ultimo costruito da Günther & Tegetmeyer di Braunschweig. Dirò subito che il nuovo apparecchio di Ebert (salvo casi speciali a cui avrò occasione di accennare) funzionò sempre assai bene, che esso si presta in modo soddisfacente per misure in viaggi, specialmente terrestri, anche nei luoghi più incomodi. La disposizione delle singole parti ed accessori dell'apparecchio, la sua grandezza ridotta, che ne rende più facile la trasportabilità; la costruzione accurata dei varj congegni, l'ottimo isolamento del sistema disperdente, (la caduta di potenziale propria dell'apparecchio non superò mai i 0,5 o 0,6 volta per ora), la più piccola capacità e la più breve durata dell'osservazione, costituiscono i vantaggi della forma nuova sulla antica, ed insieme i migliori pregi dello strumento.

Disgraziatamente, come è noto, esso non dà che una porzione delle cariche esistenti nell'atmosfera: sfuggendo al suo campo gli ioni che hanno piccola mobilità i quali, specialmente in taluni luoghi, sembra costituiscano la maggioranza delle particelle elettrizzate.

Nelle tabelle ove figurano i valori sperimentali, i dati sono riportati nelle successive colonne da sinistra verso destra nel seguente ordine: 1.^a colonna: l'ora in cui si fa la lettura dell'elettroscopio; 2.^a il segno della carica elettrica che si considera; 3.^a la quantità di elettricità E contenuta in un metro cubo dell'aria in cui si esperimenta, ed alla quale il segno precedente si riferisce, essa è espressa in unità elettrostatiche e costituisce nell'atmosfera la carica degli ioni la

cui mobilità, secondo Ebert, superi i cm. 0,2 al secondo per un campo di un volta al centimetro; 4.^a la differenza $U = E_+ - E_-$;

5.^a il rapporto $q = \frac{E_+}{E_-}$ che indica la grandezza della unipolarità, corrispondentemente alla nota espressione $q = \frac{a_-}{a_+}$ propria

delle misure di dispersione; 6.^a $N_+ = \frac{E_+}{\epsilon}$ ove ϵ è la carica

di uno ione espressa secondo Thomson da $3,4 \times 10^{-10}$ u. e., indica il numero in miliardi degli ioni positivi contenuti in un metro cubo d'aria; ed N_- nella 7.^a colonna il numero analogo per i negativi. Nella 8.^a colonna n_+ indica il numero degli ioni positivi contenuti in un centimetro cubo, ovvero la *densità specifica* in ioni positivi in misura assoluta; mentre nella 9.^a comparisce quella relativa agli ioni negativi.

Nelle colonne successive compaiono i dati delle osservazioni meteorologiche come segue: pressione, temperatura letta sul termometro asciutto dello psicrometro ad aspirazione di Assmann, tensione f del vapor d'acqua in millimetri di mercurio, peso p del vapore in grammi, contenuto in un metro cubo d'aria, l'umidità relativa u , l'ora in cui si fanno le osservazioni meteorologiche; e finalmente in un'ultima colonna le osservazioni relative allo stato del cielo, direzione e forza del vento, nubi, splendore del sole ecc.

Perchè i numeri trovati siano in qualche modo paragonabili le misure furono eseguite nei diversi luoghi sempre nelle ore intorno a mezzodì; esse furono incominciate a Roma dopo la metà di luglio, prima della partenza per le esperienze analoghe in mare. L'apparecchio fu esposto sul terrazzo dell'osservatorio dell'Ufficio Centrale di Meteorologia, nel centro della città, ma in luogo sovrastante di alcuni metri gli altri fabbricati. Come si vede dalla tabella le osservazioni incominciate alle ore 11 ant. del 16 luglio, furono interrotte dalle 12^h alle 15^h pel sopravvenire di un temporale, e tosto riprese dopo passato il temporale. Sebbene si possa dar poco peso alle osservazioni fatte nell'atmosfera di una grande città, è notevole l'aumento nel numero degli ioni e la diminuzione della polarità q dopo lo svolgersi del temporale; ciò del resto è in ac-

cordo con le variate condizioni meteorologiche. Prima del temporale il cielo era nebbioso e la nebbia che influisce sulla mobilità, abbassa il numero degli ioni. Dopo la pioggia il valore di q , da un valor medio di 2,1 è disceso al valor medio di 1,1 corrispondentemente ad un forte aumento di cariche negative. Questo fatto del resto è già noto sin dal 1854 dalle esperienze del Palmieri pubblicate negli atti dell'Accademia di Napoli, e confermato dalle numerose osservazioni di ionizzazione del Gockel ¹⁾ e di altri. Le esperienze continuate a Roma il giorno 17 luglio con cielo sereno ed aria molto trasparente e quasi calma, danno concordemente per n_+ ed n_- numeri ancora elevati, lo che esclude il sospetto che era sorto in me il giorno precedente, che la forte ionizzazione osservata nelle prime ore del pomeriggio fosse puramente accidentale.

I valori medj ottenuti dunque a Roma il 17 luglio con tempo tranquillo e senza perturbazioni sensibili risultano:

$$E_+ = 1,140; E_- = 0,980; q = 1,16; n_+ = 3350; n_- = 2880$$

la ionizzazione è, come si vede, relativamente alta, mentre la unipolarità ha un valore abbastanza basso.

1) A. Gockel "Über den Ionengehalt der Atmosphäre", Met. Zeit. pag. 53, 1906.

TABELLA I.

Roma al mattino del 16 luglio 1907.

Ora	Segno	E	U	q	N ₊	N ₋	n ₊	n ₋	Press.	t	f	p	u	Ora	Osservazioni
11 ^h .10'	-	0.489	+0.465	1.96	2.805	1.438	1438	758	25° 6	9.3	9.0	38.1	11 ^h		Cielo nebbioso. Vento deb. SE.
11 ^h .24'	+	0.954	+0.581	2.55	1.097	2805	1097	»	27° 4	10.2	9.8	37.6	11 ^h .10'		Vento debole di W. ☉ ¹⁻³ .
11 ^h .34'	-	0.373	+0.537	1.95	2.147	2147	»	»	27° 8	8.7	8.3	31.3	11 ^h .26'		id. ☉ ⁰ .
11 ^h .49'	+	0.730						»	28.0	8.9	8.5	31.6	11 ^h .46'		id. ☉ ¹⁻² .

Roma ore pom. del 16 luglio 1907.

15.55'	-	1.045	+0.224	1.21	3.073	3073	758.1	22° 3	12.6	12.3	62.6	15 ^h .50'		Cielo 1/2 coperto per cum. 9
16.10'	+	1.268	+0.124	1.11	3.732	3732	758.1	23° 6	14.6	14.2	67.6	16 ^h .10'		strat. cum. ☉ ¹ .
16 ^h .27'	+	1.145	+0.116	1.06	3.367	3367	758.0	23.9	14.5	14.1	65.6	16 ^h .25'		Vento debole di W.
16 ^h .40'	+	1.211			3.561	3561	758.0	24.2	14.3	13.9	63.8	16 ^h .40'		

Roma 17 luglio 1907.

11 ^h .14'	-	0.929	+0.141	1.15	2.438	2438	758	25.4	7.9	7.6	32.7	11 ^h .11'		Durante questa serie cielo ne-
11 ^h .26'	+	1.070	+0.133	1.14	3.147	3147	»	25.6	7.6	7.3	31.1	11 ^h .19'		reno con qualche tenuissimo
11 ^h .41'	-	0.837			2.756	2756	»	25.6	8.2	7.9	33.6	11 ^h .38'		strato a Nord. Vento debole
11 ^h .54'	+	1.145	+0.208	1.22	3.367	3367	»	26.0	8.3	8.0	33.2	11 ^h .54'		di NNE a intervalli ☉ ¹ .
12 ^h .9'	+	1.070	+0.075	1.07	3.147	3147	»	27.4	8.1	7.8	29.9	12 ^h .2'		Calma.
12 ^h .20'	+	1.203	+0.133	1.12	3.538	3538	»	28.6	8.0	7.7	27.5	12 ^h .19'		»

Misure eseguite sull' Appennino Centrale.

Le osservazioni i cui risultati figurano nella tabella II furono fatte nel mese di agosto ed ai principi di settembre nel territorio di Forme, frazione del Comune di Massa d'Albe in Provincia di Àquila, ad un' altezza di circa 1000 metri sul livello del mare. Le misure furono fatte sempre nello stesso luogo in aperta campagna ad oltre un chilometro a Sud del villaggio di Forme.

La prima serie di misure fu fatta il 14 agosto; da circa un mese mancava la pioggia in quella regione, e il giorno 14 agosto dalle prime ore del mattino fino a circa le 10^h ant. soffiò il vento forte di NNE. Come si vede dalla tabella la grandezza della polarità q dal valore iniziale di 2 alle ore 11^h,20' diviene minore di 1 alle 12^h,30'. Le condizioni meteorologiche sono cambiate solo in quanto nelle ultime misure il vento di Nord è andato aumentando di forza. Si può pensare che il vento di Nord trasportasse seco un sovrappiù di ioni negativi, ma la cosa è poco probabile in quantochè esso scendeva dai monti privi affatto di nubi, il che per lo contrario farebbe se mai pensare ad un eccesso di ioni positivi. Di più bisogna ricordare che nessuna pioggia è caduta da lungo tempo fino a grande distanza dal luogo d'osservazione. D'altra parte vedremo anche nella serie di misure del 16 agosto che il sopravvenire del vento forte di Sud fu accompagnato da un forte abbassamento nel valore di q , corrispondentemente ad un notevole aumento nel numero degli ioni negativi ed una forte diminuzione in quello dei positivi. La ragione del fatto che col vento forte diventa $q < 1$ si deve ricercare nell'azione stessa del vento che, come osserva anche il Boltzmann ¹⁾ rende < 1 sia il valore di q relativo alle misure di dispersione, sia quello relativo alle misure di ionizzazione. Del resto questa azione perturbante del vento forte nel senso di apportare delle cariche negative, fu già osservata dal Dellmann sin dal 1869 ²⁾ il quale concludeva allora che

1) A. Boltzmann. Phys. Zeits. 192, 1905.

2) Dellmann. Zeits. der Oster. Gesell. für Met. pag. 177, 1869.

l'azione del vento doveva esser prevalentemente dovuta al fatto che esso sollevava delle particelle di polviscolo che avevano una carica asportata alla sup. della terra carica negativamente; spiegazione che veniva confutata dal Palmieri ¹⁾ il quale sosteneva che il suolo per azione induttrice doveva presentare sempre una carica elettrica contraria a quella dell'aria sovrastante. Osserverò che quando domina il vento forte le condizioni in cui si fa l'osservazione non sono più definite: la molto maggiore mobilità dell'aria, le particelle materiali che può trasportare, una eventuale elettrizzazione meccanica, ed altri fatti, possono essere altrettante cause d'errore che è assai difficile determinare; onde conviene, volendo far misure, proteggere l'apparecchio contro il vento.

Il giorno 15 agosto le misure furono compiute in buone condizioni; ecco i valori medj ottenuti in questa giornata in cui non intervennero cause perturbatrici:

$$E_+ = 0,517; E_- = 0,323 \quad q = 1,60 \quad n_+ = 1520 \quad n_- = 950.$$

Durante le osservazioni del giorno 16 dominò il vento di Sud dapprima debole, poi forte mentre si facevano le ultime misure, ed il valore di q dapprincipio superiore ad 1, col rinforzare del vento divenne rapidamente < 1 corrispondentemente ad un aumento nel numero degli ioni negativi, e ad una forte diminuzione in quello dei positivi. Siccome le nubi basse che correvano trasportate dal vento da Sud a Nord erano cumuli e nubi, ed effettivamente in quel giorno si ebbero piogge sparse anche a Sud del luogo d'osservazione, la preponderanza degli ioni negativi col sopravvenire del vento di Sud è in parte spiegabile. Ma alla rapida discesa del valore di q devono avere notevolmente influito le cause perturbanti precedentemente accennate.

Dopo un lungo periodo di siccità, nel pomeriggio del 30 agosto scoppiano sul luogo d'osservazione alcuni temporali che lasciano cadere pochi millimetri di pioggia. Il giorno 31 si riprendono le misure di ionizzazione, che furono interrotte dopo le ore 11^h e 30' perchè l'avvicinarsi minaccioso del tem-

1) L. Palmieri. Rend. R. Acc. di Napoli, 1869.

porale mi obbligò a lasciare il luogo delle osservazioni. Notiamo che durante le osservazioni il cielo rimase sereno allo zenit e il sole sempre scoperto; tuttavia all'ingiro vi erano molte nubi cariche di pioggia e anzi durante le due ultime misure si vedevano a SE, ad una distanza variabile dagli 8 ai 10 chilometri, delle colonne di precipitazione. Il vento spirò sempre debole e in qualche momento vi fu calma, ma durante le due ultime misure il vento proveniva proprio da SE dove pioveva. Il valore medio di $q = 1,4$ sebbene inferiore a quello trovato nei giorni senza perturbazioni, tuttavia non discese al disotto di 1 neanche quando il vento proveniva dalla parte della pioggia, ciò che invece avvenne nei momenti in cui il vento soffiò con violenza.

Il periodo di perturbazione atmosferica si protrasse quasi ininterrottamente fino al giorno 4 settembre, finalmente il giorno 5 il cielo tornò sereno, ed il giorno 6 settembre con cielo completamente sereno, aria assai trasparente e debole vento, furono riprese le misure che figurano nell'ultima serie della II tabella dalle quali si hanno i seguenti valori medj valevoli per tempo tranquillo e cielo sereno.

$$E_+ = 0,601 \quad E_- = 0,380 \quad q = 1,58 \quad n_+ = 1770 \quad n_- = 1140.$$

Questi valori medj concordano con quelli ottenuti il giorno 15 agosto; cosicchè tralasciando i dati relativi a quei giorni in cui vi furono perturbazioni, e facendo le medie dei valori ottenuti nei giorni di tempo tranquillo e cielo sereno, potremo assumere, come valevoli per il luogo d'osservazione, nell'epoca in cui si facevano le misure, i seguenti valori:

$$E_+ = 0,560 \quad E_- = 0,350 \quad q = 1,6 \quad n_+ = 1650 \quad n_- = 1030.$$

Se facciamo il confronto di questi valori con quelli ottenuti a Roma, vediamo che quivi la ionizzazione è molto più cospicua, ma la unipolarità è notevolmente inferiore a quella trovata a mille metri sul livello del mare.

TABELLA II.

Forme (n. 1000) 14 agosto 1907.

Ora	Segno	E	U	q	N+	N-	n+	n-	Press.	t	f	p	u	Ora	Osservazioni
11.20'	-	0.381	+0.415	2.09		1.120		1120	681	25° 2	7.5	7.3	31.5	11.34'	Sereno. Nord mod. ☉ ² .
11.41'	+	0.796	+0.348	1.77	2.341		2341		»	26.0	10.2	9.9	40.9	11.47'	idem
11.56'	-	0.448	+0.091	1.20		1.317		1317	»	25.5	12.4	12.1	51.0	11.57'	Debole Sud e Calmo
12.10'	+	0.539	+0.091	1.20	1.585		1585		»	24.5	8.5	8.2	37.1	12.18'	Nord debole
12.21'	-	0.572	-0.033	0.94		1.682		1682	»	25.0	9.4	9.1	40.0	12.29'	Nord moderato
12.38'	+	0.514	-0.058	0.89	1.512		1512		»	25.0	8.9	8.6	37.8	12.40'	Nord forte

15 agosto 1907.

11.58'	+	0.381	+0.009	1.35	1.120		1120		677.4	26.0	7.6	7.3	30.4	11.51'	Sereno. Vento mod. SE. ☉ ² .
12.12'	-	0.282	+0.266	1.94	0.829		829		»	26.0	10.3	10.0	45.2	12.2'	idem
12.23'	+	0.518	+0.175	1.47	1.611		1611		677.3	26.8	8.8	8.5	53.5	12.15'	idem
12.35'	-	0.373	+0.191	1.51	1.097		1097		»	27.0	8.4	8.1	31.7	12.27'	Vento mod. di ponente.
12.51'	+	0.564	+0.350	2.63	1.659		1659		677.4	26.8	7.2	6.9	27.5	12.40'	idem
13.3'	-	0.214	+0.383	2.79	0.630		630		»	26.8	9.8	9.5	37.4	13.00'	idem
13.18'	+	0.597	+0.199	1.50	1.756		1756		—	—	—	—	—	—	Qualche colpo di vento di SE.
13.30'	+	0.398	+0.100	1.25	1.464		1464		—	—	—	—	—	—	idem
13.42'	+	0.498	+0.100	1.25	1.464		1464		676.5	27.0	10.7	10.3	40.3	13.35'	Torna di nuovo il ponente.
13.53'	-	0.348	+0.150	1.43	1.203		1203		»	27.0	10.7	10.3	40.3	13.46'	Continua ponente leggero.

16 agosto 1907.

10.46'	-	0.240			0.706		706		674.5	24° 0	13.1	12.8	59.0	10.42'	Vento moderato di Sud. Cielo
10.58'	+	0.306	+0.266	2.10	1.488		1488		»	23.5	11.2	10.9	52.1	10.54'	1/2 cop. per Cu. ☉ ² .
11.8'	+	0.439	+0.067	1.15	1.291		1291		673.9	22.9	12.1	11.9	58.4	11.3'	V. debole di SW. ☉ ² .
11.10'	-	0.524	+0.125	1.28	1.659		1659		»	22.5	10.5	10.3	51.7	11.10'	Col. di V di SW. Ciel. 1/2 c. ☉ ² .

Cielo moderato ☁
Cielo 1/8 cop. Cum. e Nimb. Sud mod. ma più cont. Solo ☉ per 1/8 della mis. ☉ p. tuato. Vento forte Sud continuo. Cielo 1/4 cop. Soli ☉ p. mez. dur. misura: ☉ per rimanente. Idem ☉ per 1/8 della misura. Idem ☉ per 1/4 della durata della misura. ☉ per 1/8.

11 ^h .20'	0.328	-0.365	2.13	2.023	0.0540	2023	1082	674.0	23.2	10.7	10.5	50.7	11 ^h .30'
11 ^h .30'	0.088	-0.116	1.20	2.023	0.0540	2023	1082	674.1	23.0	0.4	0.2	45.0	11 ^h .45'
11 ^h .55'	0.572	-0.116	1.20	1.682	1.682			1082	674.0	10.3	10.1	48.8	11 ^h .45'
12 ^h .5'	0.307	-0.265	0.53	0.903	0.903	903			24.0	11.5	11.2	51.8	12 ^h .0
12 ^h .16'	0.514	-0.207	0.59		1.511		1511		24.0	9.7	9.4	43.7	12 ^h .8'
12 ^h .28'	0.224	-0.290	0.43	0.658	0.658	658			24.0	10.3	10.0	46.4	12 ^h .20'

31 agosto 1907.

10 ^h .42'	0.480	-0.216	1.44	1.438	1.438	1438	678.5	22° 5	13.3	13.0	65.5	10 ^h .39'
10 ^h .55'	0.705	-0.266	1.60	2.073	2.073	2073	678.4	21° 3	12.8	12.6	68.1	10 ^h .50'
11 ^h .6'	0.439	-0.158	1.36	1.291	1.291	1291	678.3	23° 8	13.5	13.2	61.6	10 ^h .59'
11 ^h .16'	0.597	-0.158	1.36	1.755	1.755	1755	678.3	23° 5	12.9	12.6	60.0	11 ^h .11'

Cum. all'orizzonte. Sereno allo zenit. V debole di Sud. ☉³. Vento debole di NE. Vento deb. di SE ad intervalli colonne di precipitaz. a SE. Quasi calmo, continuano più rade le colonne di precipitazione a SE.

6 settembre 1907.

10 ^h .41'	0.605	-0.290	1.92	1.780	1.780	1780	679.5	20° 0	9.6	9.5	55.2	10 ^h .33'
10 ^h .53'	0.315	-0.158	1.50	0.926	0.926	926		20° 1	9.8	9.7	56.1	10 ^h .45'
11 ^h .4'	0.473	-0.034	1.07	1.391	1.391	1391		21° 0	11.0	10.8	59.4	10 ^h .59'
11 ^h .17'	0.439	-0.208	1.47	1.291	1.291	1291		20° 4	10.3	10.2	57.7	11 ^h .14'
11 ^h .30'	0.647	-0.151	1.32	1.903	1.903	1903		20° 0	10.5	10.4	60.3	11 ^h .24'
11 ^h .42'	0.489	-0.083	1.17	1.438	1.438	1438	679.6	21° 1	10.0	9.8	53.7	11 ^h .36'
11 ^h .56'	0.572	-0.232	1.68	1.682	1.682	1682		21° 5	11.0	10.8	57.6	11 ^h .52'
12 ^h .9'	0.340	-0.290	1.85	1.000	1.000	1000		21° 0	11.2	11.0	60.5	12 ^h .3'
12 ^h .20'	0.630	-0.323	2.05	1.852	1.852	1852		22° 0	11.4	11.2	57.9	12 ^h .14'
12 ^h .36'	0.307	-0.373	2.21	0.903	0.903	903		22° 0	11.0	10.8	56.9	12 ^h .29'
12 ^h .48'	0.680	-0.290	1.74	2.000	2.000	2000		22° 0	11.1	10.9	56.5	12 ^h .40'
12 ^h .59'	0.390	-0.290	1.74	1.147	1.147	1147		22° 6	11.5	11.3	56.4	12 ^h .53'

Sereno completo. Aria perfettamente trasparente; vento debole di SW. ☉³.

idem.

Misure di ionizzazione sul Monte Velino (m. 2487).

L'ascensione del Gruppo del Velino fu fatta nella notte dal 19 al 20 agosto, al mattino si raggiunse la vetta più elevata ove le misure incominciarono alle ore 9^h 40'. Il cielo era perfettamente sereno al disopra del monte. Nel versante tirrenico una tenue nebbia impediva la visione netta dei paesi sottostanti e non permetteva di distinguere il mare. Giudicando dall'altezza dei monti della Sabina posso dire che le nebbie non oltrepassavano i 2000 metri. Il versante Adriatico era invece completamente sgombro da nebbia e il mare assai bene visibile. I risultati delle misure sono riportati nella tabella III. Dai valori della unipolarità q si vede che questa presenta un minimo intorno a mezzodì. Questo fatto fu già osservato dal Gockel sul Brienzer Rothorn ¹⁾, e dal Le Cadet ²⁾ sul Monte Bianco sperimentando coll'apparecchio di dispersione. Questa diminuzione del valore di q è certo in parte dovuta, come il Gockel afferma, alle correnti d'aria ascendenti lungo i fianchi della montagna che, portano seco un sovrappiù di ioni negativi, per cui anche nel tempo bello d'estate, in vicinanza di una montagna, il valore della unipolarità può essere notevolmente diminuito da quella causa. E subito dopo il mezzodì io osservai che dei cumuletti andavano comparendo nel cielo azzurro. Bisogna notare che la diminuzione della unipolarità era soprattutto dovuta ad un aumento nel numero degli ioni negativi. A rendere meno sensibile l'azione del campo terrestre che respinge gli ioni negativi certamente intervengono altre cause oltre quella sopradetta, fra le quali bisogna annoverare la maggior produzione degli ioni per mezzo della luce nelle ore in cui l'azione fotoelettrica è massima e questa causa, probabilmente trascurabile al livello del mare, può influire notevolmente sulla ionizzazione dell'aria ad altezze rilevanti ove la massa d'aria assorbente è ridotta.

Dobbiamo anche osservare che altre cause di perturbazione specialmente dipendenti dalle condizioni meteorologiche possono influire all'opposto nel senso di aumentare il valore

1) A. Gockel Met. Zeit. 36, 1904.

2) Le Cadet. Comptes Rendus, 185.

della unipolarità; per esempio nel mio caso, durante le misure spirò il vento ora debole, ora moderato di W e si può pensare che spirando il vento dalla parte ove erano le nebbie; siccome è noto che sopra le nebbie stagnanti si accumulano gli ioni positivi, quel vento di W influisse nel senso di aumentare il valore di q . Ecco i valori medii ottenuti a 2487 metri:

TABELLA III.

Vetta Centrale del Gruppo del Velino (m. 2487).
20 agosto 1907.

Ora	Segno	E	U	q	N ₊	N ₋	n ₊	n ₋	Press.	t	f	p	u	Ora	Osservazioni
9h.51'	-	0.091	+0.639	8.02	2.147	0.267	2147	267	573	16° 0	5.5	5.5	41.0	9h.45'	Cielo sereno al disopra del
10h.3'	+	0.730	+0.647	8.79	0.244		2147	244	»	16° 0	5.1	5.1	38.2	9h.57'	luogo d'osservazione. Se-
10h.15'	-	0.083	+0.572	7.89	1.926	0.291	1926	291	»	17° 0	5.9	5.9	41.6	10h.11'	reno al disopra nel versante
10h.26'	+	0.655	+0.556	6.61	2.097	0.511	2097	511	»	16° 5	5.4	5.4	38.8	10h.20'	adriatico. Nebbioso nel tir-
10h.37'	+	0.099	+0.614	7.20					»	17° 5	5.8	5.8	43.3	10h.30'	renico ☉ ³ . Vento debole o
10h.48'	+	0.713	- ¹⁾						»	17° 0	6.3	6.2	42.5	10h.42'	moderato di W ad inter-
11h.33'	-	0.174	+0.548	4.15	2.123	0.558	2123	558	»	17° 0	5.8	5.8	40.6	11h.27'	valli.
11h.46'	+	0.722	+0.532	3.80	2.220	0.314	2220	314	»	18° 0	6.1	6.1	40.0	11h.41'	Vento sempre debole di W.
11h.58'	-	0.190	+0.565	3.97	0.344		2220	558	»	17° 5	6.3	6.3	42.5	11h.52'	Vento debole o moderato di
12h.9'	+	0.755	+0.648	7.05	1.880	0.341	1880	341	»	18° 0	6.1	6.1	40.2	12h.1'	W ad intervalli.
12h.20'	-	0.107	+0.532	5.94					»	18° 5	6.8	6.7	43.2	12h.14'	Vento debole o moderato di
12h.31'	+	0.639	-						»	18° 5	7.8	7.7	49.4	12h.26'	W ad intervalli.
12h.47'	+	0.116	+0.473	5.08	1.732	0.341	1732	341	»	19° 0	5.7	5.7	35.4	12h.43'	Qualche cumulo e strato cu-
13h.1'	+	0.589							»	18° 2	6.0	6.0	39.2	12h.52'	multo comincia ad apparire
															poco a Nord del luogo di
															osservazione.

Valori medi: $E_+ = 0.682$ $E_- = 0.123$ $q = 5.58$ $n_+ = 2020$ $n_- = 306$.

1) La lacuna che qui compare nei valori di V e di q è dovuta al fatto che fra la misura di E che precede a quella che segue corre un intervallo di tempo considerevole.

I Sigg. B. Brunhes ed A. Baldet ¹⁾ comunicando, al 1° Congresso di Liegi per la radiologia e la ionizzazione, i risultati di alcune misure di dispersione eseguite sulla vetta e nella regione del Puy-de-Dôme, dopo aver detto che man mano che ci si innalza si nota una variazione nel rapporto delle dispersioni delle cariche di segno opposto; il che dall'esempio che essi adducono, e dalle mie esperienze, si può enunciare più precisamente dicendo che man mano che ci si eleva aumenta il valore del rapporto $q = \frac{E_+}{E_-}$; osservano che questa variazione nel rapporto fra le dispersioni delle cariche positive e negative non è un effetto dell'*altezza* del luogo d'osservazione sopra il livello del mare, ma è invece un effetto del rilievo del suolo, poichè, essi dicono, negli altipiani la dispersione normale resta la medesima per le due elettricità, e la dissimmetria nasce soltanto quando si passa da un paese piano ad un punto elevato. Dalle mie esperienze devo dedurre che il valore della unipolarità, come risulta dalle misure fatte coll'apparecchio di Ebert, salvo cause perturbatrici, esiste sempre. Misure fatte a 1000 metri sul livello del mare nella regione del Velino, durante tempo tranquillo e cielo sereno, in un piano circondato per $\frac{1}{2}$, dell'orizzonte da montagne, in luogo quindi relativamente molto basso rispetto a quelli circostanti, indicarono costantemente una forte prevalenza di cariche positive, e il valore medio di q risultò come abbiamo visto = 1,6. A tal proposito Gockel ha mostrato ²⁾ che la unipolarità dipende da una vera prevalenza degli ioni positivi nell'aria del suolo, e questo fatto andrebbe d'accordo colla teoria di Ebert.

E questo sovrappiù di ioni positivi si capisce, secondo me, come possa aumentare negli altipiani prossimi a creste montuose (a parte le variazioni dovute alla natura del terreno, per sostanze radioattive, azioni chimiche ecc., e sempre che non intervenga alcuna delle numerose cause perturbatrici) per la vicinanza dei luoghi ove l'azione del campo terrestre

1) B. Brunhes et A. Baldet. Le Radium pag. 467, 1905.

2) A. Gockel, Meter. Zeits. pag. 389, 1906.

ammassa gli ioni positivi in sovrabbondanza, che potranno essere trascinati a valle dai venti. Gli autori citati potranno forse aver ragione quando si tratti di misure fatte sopra un altopiano molto esteso, molto lontano da accentuati dislivelli del terreno, in un luogo insomma ove si possa ritenere il campo terrestre avente il valore normale.

La ionizzazione nel Mar Ligure.

Dal 22 al 27 luglio dell'anno decorso, in seguito a deliberazione della Commissione Internazionale di Aereonautica Scientifica furono fatte numerose esplorazioni delle alte regioni dell'atmosfera con apparecchi registratori affidati a palloni sonda e a cervi volanti, e ciò non soltanto negli osservatorii aerologici europei e del Nord-America, ma anche in molti mari d'Europa, nell'Atlantico settentrionale, nel mare Artico e nel mare Cinese. In Italia le suddette esperienze ebbero luogo nel Golfo Ligure e ad esse attese il Direttore dell'Ufficio Centrale di Meteorologia professor L. Palazzo, il quale cortesemente permise a me suo assistente di accompagnarlo (di ciò io sento il dovere di ringraziarlo vivamente) coll'incarico di attendere in particolar modo a misure di elettricità atmosferica. Disgraziatamente vi fu tale un complesso di circostanze e condizioni per cui potetti solo svolgere parzialmente il programma di ricerche che mi ero proposto.

Il Ministero della Marina, auspice il R. Istituto Idrografico di Genova, mise a nostra disposizione il R.^o Cacciatorpediniere « Fulmine » col quale non fu possibile navigare oltre le ore del giorno e quindi, dovendo alla sera approdare, non si poterono raggiungere distanze notevoli dalla costa. Il mare in quei giorni fu quasi sempre mosso e anche alquanto agitato e la piccola nave fu costantemente soggetta a tali movimenti di rollio e beccheggio che le misure a bordo coll'apparecchio di Ebert riuscirono estremamente difficili; e devo alla squisita cortesia del Comandante la nave, il Capitano di Corvetta sig. Gustavo Orsini, a cui esprimo i più sentiti ringraziamenti, se mi fu dato realizzare alcune misure di ionizzazione con le macchine immobili e la nave con grande cura orientata in modo da sentire il mare il meno possibile.

E questo stato di quiete relativa era assolutamente necessario per condurre a termine una misura Ebert; poichè il minimo movimento delle macchine e del timone, più ancora che quello del mare, bastava a far andare il cilindro interno del condensatore verticale a contatto coll'armatura esterna. Potetti attendere alle mie misure negli intervalli di tempo nei quali le esperienze di lancio dei palloni sonda o cervi volanti, permettevano alla nave di rimanere in quiete.

Escludendo tutte le osservazioni che, date le condizioni in cui furono fatte, possono far dubitare della loro esattezza, riferirò soltanto su quelle eseguite in condizioni favorevoli e prive di cause evidenti d'errore; darò dunque i valori medj dei risultati ottenuti nei tre giorni in cui mi fu possibile attendere a quelle esperienze.

Il giorno 22 luglio le misure furono fatte dalle ore 11^h alle 12^h. Il cielo era in gran parte sereno, solo si notava qualche cumulo a NNE. Il mare era leggermente mosso e spirava vento debole di SE, quindi vento di mare. Le misure furono fatte a 15 miglia marine di distanza della costa, a macchine ferme e nave alla deriva. L'apparecchio che fu sempre esposto sopravento, in questo giorno fu montato a poppa della nave; ecco i valori medj ottenuti.

Giorno 22 luglio: 11^h — 12^h

$E_+ = 0,431$; $E_- = 0,282$; $q = 1,52$; $n_+ = 1270$; $n_- = 820$
 Press. 758,8; $t = 22,9$; $f = 18$; $p = 17,5$; $u = 87,6$.

Questi risultati sono molto vicini a quelli ottenuti da A. Boltzmann ¹⁾ nel suo viaggio da Dover a New-York compiuto dal 21 al 31 agosto del 1904; ed anche prossimi ai valori che A. S. Eve ²⁾ ha trovato nel mare d'Irlanda presso l'isola Man, il 30 giugno 1906, con cielo sereno e mare calmo, come si vede dal seguente specchietto:

Atlantico	$E_+ = 0,391$	$E_- = 0,272$	$q = 1,44$	$n_+ = 1150$	$n_- = 800$
Mar d'Irlanda	$E_+ = 0,432$	$E_- = 0,296$	$q = 1,46$	$n_+ = 1273$	$n_- = 872$
Golfo Ligure	$E_+ = 0,431$	$E_- = 0,282$	$q = 1,52$	$n_+ = 1270$	$n_- = 820$

1) A. Boltzmann Phys. Zeit. pag. 132, 1905.

2) A. S. Eve. Phil. Magaz. Vol. XLII, pag. 248, 1907.

Il giorno 25 luglio il cielo era coperto e nebbioso (*foschia*) e spirava il vento leggero di mare da SE, il mare era leggermente mosso e la nave distante circa 7 miglia e mezzo dalla costa, e si ottennero i seguenti numeri:

25 luglio dalle 10^h — 11^h del mattino

$$E_+ = 0,183 \quad E_- = 0,099 \quad q = 1,84 \quad n_+ = 540 \quad n_- = 290$$

$$\text{Press. } 759,5; \quad t = 22^{\circ},7; \quad f = 15,9; \quad p = 15,6; \quad u = 77,5$$

sebbene si fosse molto più vicini alla costa, la ionizzazione si presenta molto più debole e la polarità più elevata. La cosa è del resto spiegabile colle condizioni meteorologiche di quella giornata, specialmente per riguardo alla nebbia che incombeva.

Il giorno 27 a oltre 21 miglia da terra, il mare era alquanto agitato e le onde si rompevano con una certa violenza nella prua della nave a pochi metri dall'apparecchio. Il cielo è in gran parte sereno, si ha solo qualche strato e qualche nebbia all'orizzonte; il vento spira sempre dal mare da SE debole o moderato:

27 luglio dalle 11^h alle 12^h

$$E_+ = 0,232 \quad E_- = 0,108 \quad q = 2,14 \quad n_+ = 680 \quad n_- = 320$$

$$\text{Press. } 762; \quad t = 22^{\circ},2; \quad f = 16,8; \quad p = 16,5; \quad u = 84,4$$

In queste condizioni si doveva far sentire l'effetto dello spruzzamento ¹⁾, e difatti vediamo che si ha una polarità molto elevata. Quello che è interessante notare, sebbene non si possa dar molto peso stante il numero esiguo delle misure, è che le cariche E_+ ed E_- sono relativamente piccole nonostante il cielo sereno e il mare alquanto agitato; sono tuttavia all'incirca dell'ordine di quelle trovate da Ebert ²⁾ nel Golfo di Lima:

$$E_+ = 0,193 \quad E_- = 0,181 \quad q = 1,07 \quad n_+ = 570 \quad n_- = 530$$

1) Che lo spruzzamento dell'acqua salata determini una elettrizzazione positiva dell'aria circostante è un fatto già noto dalle esperienze di Lenard. E che l'acqua del mare in movimento determini una carica positiva dell'aria mostrò prima di tutti J. Eister in Phys. Zeits. 1900, pag. 113, e successivamente altri.

2) H. Ebert. Phys. Zeits. 1905, pag. 641.

con mare perfettamente calmo, cielo quasi sereno; la polarità qui è molto debole, la ragione di ciò deve ricercarsi nella tranquillità del mare. Valori ancora relativamente bassi, ma con polarità distinta, furono trovati dallo stesso Ebert (l. c.) nel porto di Barcellona con cielo sereno e vento abbastanza forte:

$$E_+ = 0,295 \quad E_- = 0,230 \quad q = 1,28 \quad n_+ = 870 \quad n_- = 680.$$

Del resto valori ancora più bassi e con forte polarità furono trovati anche da Lüdeling ¹⁾ nelle misure fatte all'isola di Helgoland nel Mare del Nord dal 23 al 26 giugno del 1903. Lüdeling sulla duna bassa bagnata dalle acque del mare trovò i seguenti valori medj:

$$E_+ = 0,13 \quad E_- = 0,07 \quad q = 1,81 \quad n_+ = 380 \quad n_- = 180.$$

Considerando i risultati ottenuti finora dalle ricerche intese a stabilire la grandezza delle cariche elettriche positive o negative presenti nell'atmosfera prossima alla superficie del mare, possiamo concludere che in taluni giorni di mare calmo e cielo sereno, ad una certa altezza dalla superficie delle acque si ottengono, anche a grande distanza dai continenti, dei valori molto vicini a quelli che in media si ottengono sul continente stesso. Come pure si possono avere anche con cielo privo di nebbie e in prossimità delle coste, valori per la ionizzazione relativamente molto bassi i quali, specialmente quando il mare non sia tranquillo, presentano una pronunciata unipolarità nel senso osservato su terra ferma.

Si sa che il massimo agente ionizzante alla superficie della terra sono le sostanze radioattive e la influenza di queste, per una serie di fatti ben noti, deve essere molto più sensibile nell'atmosfera prossima al terreno che non in quella vicina alla superficie delle acque del mare. È vero che i venti possano trasportare una notevole quantità di emanazione tipo radio che si aggiunge negli effetti a quella dovuta alle sostanze attive in soluzione, ed alle loro radiazioni penetranti; ma tutto questo, a parità di condizioni, non giustifica, come

1) G. Lüdeling: Veröffentlich. des K. Preuss. Met. Institut. Ergebnisse der met. Beob. in Potsdam, 1901.

osserva l'Eve ¹⁾, la cospicua ionizzazione dell'aria del mare osservata dall'A. citato e da altri; e meno ancora la giustifica se si pensa che una parte notevole delle cariche elettriche che si riscontrano nell'aria in prossimità del suolo è dovuta alla presenza dei prodotti di trasformazione del torio di cui, come dalle misure fatte dal Runge ²⁾ e dallo scrivente, parrebbe che nel mare non esistessero quantità apprezzabili.

Convengo con Eve, che una delle cause che determinano la presenza in mare di cariche elettriche superiori in grandezza a quelle che si potrebbero prevedere dalle considerazioni teoriche, sia il fatto che la ricombinazione probabilmente in vicinanza della superficie del mare è più lenta. Che la ricombinazione avvenga più lentamente, quando l'aria ionizzata è mista a vapori, ebbi già occasione di provare con esperienze di laboratorio pubblicate nell'*Elettricista* nel 1905.

Oltre a questo l'effetto Lenard aumenta l'azione disperdente e quindi apparentemente aumenta il numero degli ioni presenti, e dà senza dubbio una ragione della unipolarità.

E finchè ulteriori e numerosi esperimenti non vengano a portare nuova luce su queste questioni, io credo che date le cause accennate sopra, si possa per ora ritenere che la ionizzazione normale sul mare risulti effettivamente, (sempre che si esperimenti in buone condizioni) quasi dello stesso ordine di quella che esiste sui continenti.

Ma molte misure danno al contrario valori molti bassi e, durante il mare tranquillo, debole unipolarità (vedi p. es. Elert l. c.). Certo la grandezza della unipolarità dipende in massima parte, come abbiamo detto, dalle cariche elettriche positive che si generano per l'azione meccanica dell'aria sull'acqua del mare e si capisce come il valore del rapporto $\frac{E_+}{E_-}$ in complesso debba riuscire più piccolo quando il mare è calmo. Oltre a ciò possiamo osservare con Ebert che a bordo di una nave ricca di punte, alberature ecc. la caduta di potenziale deve esser piccola funzionando tutte queste sporgenze in qualche modo come una gabbia di Faraday.

¹⁾ A. S. Eve (l. c.).

²⁾ Runge: *Göttinger Nachrichten*, 1907.

Quanto ai valori straordinariamente piccoli di E osservati specialmente dal Lüdeling sulle coste, lo stesso Lüdeling ed Ebert osservano (dopo aver parlato della deficienza nota della diffusione degli agenti ionizzanti nelle coste bagnate e nel mare) che può esserne causa l'assorbimento degli ioni per parte delle particelle d'acqua e delle polveri saline, su cui gli ioni ancorandosi verrebbero sempre riprecipitati in mare o asportati dal vento.

Ora le mie esperienze, fatte in grande vicinanza della superficie del mare, hanno dato valori bassi anche con cielo sereno e mare mosso ed alquanto agitato; nelle quali condizioni si potevano invece prevedere effetti cospicui; e credo che i piccoli valori ottenuti per E , senza escludere le possibili cause sopra accennate, siano dovuti soprattutto al fatto che in quelle condizioni la maggior parte delle cariche elettriche sono attaccate a grosse particelle materiali e sfuggono al campo elettrico del condensatore di Ebert.

Mi auguro che mi sia in seguito permesso poter intraprendere uno studio lungo e dettagliato diretto a portar qualche luce in queste questioni estremamente complicate.

mente dalla influenza della sostanza attiva eventualmente contenuta nel mare, dalla cui superficie potrebbe diffondersi nell'aria vicina un po' di emanazione specialmente quando il movimento delle acque accentuandosi favorisca l'uscita del gas.

Allo scopo di vedere se anche nell'aria prossima alla superficie del mare si riscontrasse la presenza della radioattività indotta dal torio, attivai un filo a bordo della R. nave « Fulmine » durante la navigazione di questa nel Golfo Ligure per le esperienze di esplorazione dell'alta atmosfera ¹⁾; e lo esposi il più vicino possibile alla superficie dell'acqua per quanto lo permetteva la nave, evitando che il filo fosse investito dallo spruzzamento.

Darò il risultato di una sola attivazione, non avendo potuto realizzarne altre rispondenti allo scopo, per una serie di difficoltà incontrate. In attesa di poter riferire sopra altre esperienze in proposito, voglio parlare di questa attivazione nel Golfo Ligure che si accorda in massima nel risultato con quelle fatte dal Runge ²⁾. Questi in un suo viaggio da Amburgo ad Algeri ha potuto fare tre attivazioni: la 1.^a esponendo un filo per 46 ore nella Manica, la 2.^a per 32 ore nel Golfo di Biscaglia, e la 3.^a con una esposizione di durata superiore alle due prime, al Sud della Spagna.

La terza esperienza dà una curva di disattivazione simile a quella propria del radio dall'A. ottenuta in laboratorio con considerazioni analitiche sussidiate da dati sperimentali. Le curve di disattivazione invece, relative alle due prime esperienze, sono parallele solo per un tratto intermedio a quella del Radio; prima di quel tratto presentano una discesa più rapida, dopo scorrono sensibilmente più piane. L'A. ne deduce che oltre il radio predominante notevolmente deve esservi nell'aria del mare un altro elemento radioattivo, che non è il torio, al quale sarebbero dovuti gli scostamenti sopra accennati.

Nel mio caso il filo da attivarsi lungo 12 metri fu collegato per una estremità ad un sostegno isolante sostenuto dallo

1) Vedi in questo giornale la nota precedente sulle " misure di ionizzazione dell'aria ".

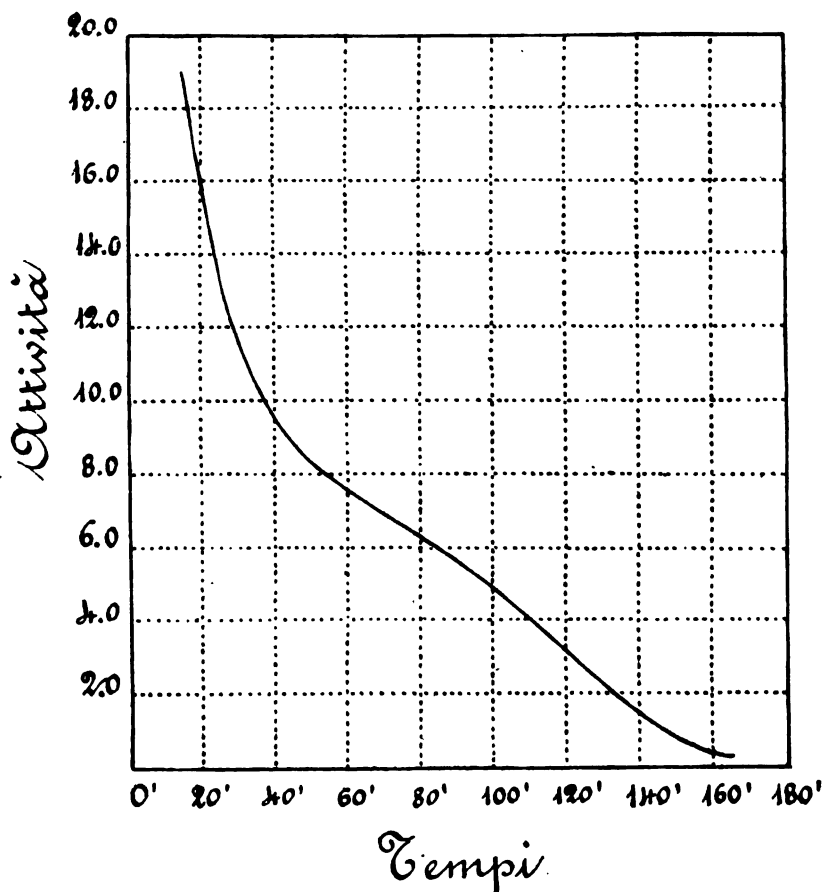
2) C. Runge: Göttinger Nachrichten, 1907.

straglio dell'albero dell'apparecchio radiotelegrafico, all'estrema punta della prua del « Fulmine », e per l'altra estremità, per mezzo di un altro isolante, alla ringhiera del ponte di comando; cosicchè l'altezza del filo dalla superficie del mare era di circa 2 metri all'estremità anteriore, e di circa 4 alla posteriore. Il 23 luglio, a qualche miglio dal porto di Genova, collegai un estremo del filo al polo negativo di una piccola macchina elettrostatica mossa da un movimento d'orologeria ed accuratamente protetta nella torretta di comando; alle ore 9 del mattino incominciò l'attivazione, che proseguì fino alle ore 18. In quel mattino la nave si spostò dalla costa per 15 miglia e rimase a questa distanza per le ulteriori esperienze, sopra accennate, fin verso le ore 17. Il cielo era sereno, il vento spirò debole o moderato da SE, il mare era leggermente mosso. Alle ore 18 il filo fu distaccato dai sostegni e, rapidamente avvolto a spirale, venne messo entro l'apparecchio a dispersione coassialmente al cilindro disperdente collegato coll'asticella dello elettroscopio. I risultati ottenuti sono riportati nella tabella che segue, ove nella prima linea figurano i tempi in minuti primi a partire dall'istante in cui cessò l'attivazione, e nella seconda il valore corrispondente della attività che assumo proporzionale al numero di divisioni di cui si scarica l'elettroscopio, sempre per lo stesso intervallo di tempo, per azione della radioattività indotta sul filo:

Tabella.

Tempi	0'	15'	27'	42'	55'	75'	90'	105'	127'	165'
Attività	>	19,0	12,9	9,0	8,0	6,8	5,5	4,4	2,6	0,3

200' dopo cessata l'esposizione non si apprezzò altro che la debolissima caduta dovuta a difetto d'isolamento. La curva della 1.a figura è la traduzione grafica dei dati della tabella: ascisse sono i tempi, ed ordinate le attività:



Dall'esame superficiale della curva si vede subito che essa è assai vicina a quella data da Miss. Brooks ¹⁾ misurando l'attività dovuta all'emissione di raggi α da un filo esposto per lungo tempo all'emanazione del radio.

Ho voluto paragonare i risultati di questa esperienza (ammettendo che l'errore dovuto alla diversa durata d'esposizione sia trascurabile) con quelli ottenuti dal Runge, e nella figura II la curva A e le spezzate B e C rappresentano rispettivamente la curva propria del radio, i valori ottenuti nel mare

1) Rutherford: "Radio-activity", 2.a edizione, pag. 308.

di Biscaglia e quelli relativi al golfo Ligure. Sull'asse delle ascisse sono segnati i tempi, a partire dal momento in cui cessa l'attivazione, su quello delle ordinate i logaritmi dei tempi impiegati dalla fogliolina dell'elettroscopio a percorrere sempre le stesse dieci divisioni della scala.

Si vede che la linea rappresentante la disattivazione di un filo attivato nel Golfo Ligure presenta degli spostamenti pronunciati rispetto alla curva del radio, spostamenti che sono tuttavia nello stesso senso di quelli trovati dal Runge.

Dall'esperienza su cui ho riferito si può solo dedurre che nel Golfo Ligure, già a poche miglia dalla costa, la radioattività indotta è dovuta in massima parte al radio; del torio non si hanno tracce sensibili come nella Manica, come nel golfo di Biscaglia e a Sud della Spagna. Quanto poi ad affermare la esistenza di un altro elemento radioattivo, prossimo al radio, a cui il Runge attribuisce gli scostamenti di cui sopra, mi pare necessitino ulteriori esperienze, fatte in condizioni meglio definite ed esponendo il filo in vicinanza della superficie calma del mare.

Nè si può finora escludere assolutamente la presenza del torio, pel fatto che di esso non si hanno tracce sensibili, perchè quel poco di polviscolo attivato che i venti possono trasportare in vicinanza della superficie del mare, ancorandosi sulle particelle saline, può costituire dei corpuscoli materiali così grossi da sfuggire al campo generato dal filo.

SUL POTERE TERMO ELETTRICO DEL LITIO E DEL SODIO.

Dott. A. BERNINI ¹⁾.

1). Molto tempo fa il Matthiessen ²⁾ eseguiva ricerche sul potere termoelettrico di alcuni metalli fra cui il Litio ed il Sodio, giungendo alla conclusione che il Litio si comportava rispetto all'Argento in modo contrario al Sodio e cioè che mentre per questo la corrente termoelettrica che lo attraversava entrava dall'Argento per la saldatura fredda, per il Litio aveva invece direzione opposta. In seguito i Prof. Naccari e Bellati ³⁾ confermarono tale risultato quanto al Sodio, e ne studiarono inoltre il potere termoelettrico al variare della temperatura fra 0° e 100°.

Poichè i fili di Li sui quali il Matthiessen fece le sue esperienze erano ottenuti per pressione, il che importa certamente una modificazione nella struttura interna del metallo e poichè, per quanto mi consti, nessuno fino ad ora si è occupato di studiare l'influenza della temperatura sulla f. e. m. e quindi sul potere termoelettrico del Litio, così mi sono indotto a tale studio. Inoltre sembrandomi un po' troppo ristretto l'intervallo di temperatura entro al quale i Prof. Naccari e Bellati fecero le loro esperienze sul Na, perchè si potesse col calcolo dedurne con esattezza la temperatura d'inversione, mi indussi anche allo studio del Na, estendendo le ricerche per un intervallo di temperatura più grande, che avvicinandosi alla temperatura di inversione permettesse di questa una determinazione sperimentale il più possibile esatta.

1) Lavoro sperimentale eseguito nel laboratorio di Fisica dell'Università di Bologna diretto dal Prof. A. Righi.

2) Pogg. Ann. Bd. CIII. 1858.

3) N. Cimento 1876.

2). Dopo che il Le Roux dimostrò come pel Piombo sia pressochè nullo l'effetto Thomson, si preferì riferirsi al Piombo nello studio dei poteri termo elettrici; epperò con questo ho costruite le mie coppie operando come segue:

I metalli alcalini venivano fusi, dopo liberati dalla loro parte ossidata, in un recipiente stretto di vetro di forma allungata contenente olio di vasellina, e mantenuti al fondo sotto una campanella di vetro con fori. Una delle estremità di un lungo tubo capillare di vetro di mezzo millimetro di diametro, lungo il quale si era fatto scorrere una goccia di quell'olio, veniva immersa nel metallo fuso, attraverso ad uno dei fori della campanella; e dall'altra estremità il metallo veniva aspirato fino oltre il livello dell'olio del recipiente, dove si arrestava in conseguenza della sua solidificazione. Estratto poscia il tubo dal bagno lo si lasciava raffreddare, osservando che non si formassero interruzioni nella colonna metallica, la quale veniva entro al tubo a raggiungere la lunghezza di 40 cm. all'incirca.

Asportati poi i tratti di vetro rimasti vuoti, in modo che gli orli del tubo corrispondessero alle estremità della colonna metallica, si introduceva in ciascuna di queste un filo di rame lungo circa un centimetro, lavorato a vite onde assicurare meglio le comunicazioni; ed ai brevi tratti di rame sporgenti venivano saldati due lunghi fili di Ph, i quali, dopo di essere stati avvolti a spira e legati attorno al tubo stesso, andavano a finire entro due pozzetti di mercurio, molto lontano dall'apparecchio riscaldante ed a portata di mano dall'osservatore.

Durante le esperienze il tubo veniva sostenuto verticalmente. Un tappo di sughero *s* (Fig. 1), adattato in precedenza, permetteva la chiusura perfetta del piccolo collo di un recipiente di vetro *v* con agitatore *g*, che si riempiva di olio di vasellina, e nel cui mezzo, in contatto col bulbo di un termometro *t*, veniva a trovarsi la saldatura da riscaldare. La saldatura inferiore veniva immersa nel ghiaccio pesto contenuto in un recipiente di Dewar, e ad impedire la violenta reazione, che si sarebbe provocata col contatto del ghiaccio col metallo alcalino, si aveva l'avvertenza di investire da prima la salda-

tura con un tubo contenente dell'olio e chiuso con un tappo s' , in modo però che potesse uscirne il filo di Pb.

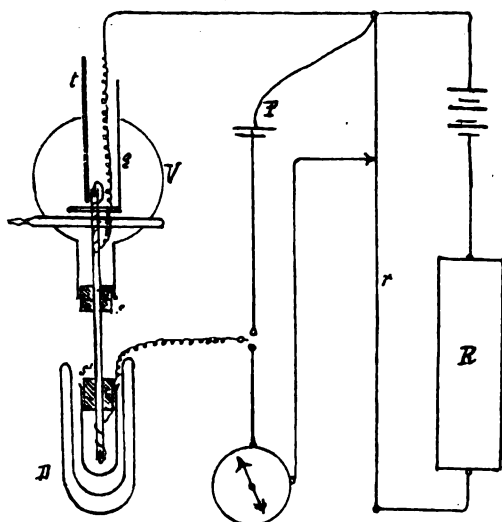


Fig. 1.

3). Fra i diversi metodi per la misura delle forze elettromotrici, scelsi la nota disposizione del Potenzimetro di Latimer Clark (Fig. 1), la quale in sostanza non è che una modificazione del metodo di compensazione del Poggendorf, secondo il quale in un circuito (derivato) comprendente un galvanometro ed una f. e. m. non viene deviata corrente alcuna, quando se ne congiungano gli estremi con due punti di un altro circuito (principale), i quali abbiano rispettivamente i medesimi potenziali. Tale metodo, che dà modo di ricavare subito dal rapporto delle resistenze comprese fra gli estremi del derivato il rapporto fra la f. e. m. nota e quella termoelettrica, e che inoltre prescinde dalle resistenze che possono essere inserite nel circuito derivato, richiede nel circuito principale la esistenza di una f. e. m. costante maggiore di quella del derivato, ciò che si può ottenere in modo soddisfacente coll'usare di alcuni elementi Daniell disposti in tensione, e sperimentando solo dopo che se ne è lasciato chiuso per un po' di tempo il circuito con debole corrente.

La corrente del mio circuito principale era alimentata da tre elementi Daniell, e comprendeva, oltre che una cassetta R di resistenza, un reocordo r calibrato di costantano, lungo un metro, con 0.534 Ohm di resistenza. Il derivato veniva così disposto che era possibile mediante pozzetti di Hg. inserire in esso ora un elemento campione Fleming (Soluzione: Cu SO_4 , densità 1.1; Zn SO_4 , densità 1.4) colla f. e. m. di 1.072 Volta, ora l'elemento termoelettrico in istudio.

4). *Litio.*

Fino da principio ebbi a notare che la corrente termoelettrica nella coppia $\text{Li} - \text{Pb}$ entrava nel Li per la saldatura calda, e siccome in una coppia termoelettrica diciamo positivo quel metallo nel quale la corrente va dalla saldatura calda alla fredda, così il Litio è positivo rispetto al Piombo.

Siccome poi dalle mie esperienze preliminari appariva come la costanza del circuito principale non fosse sempre raggiungibile, e ciò probabilmente per l'aumento di resistenza del circuito principale in seguito al riscaldamento dovuto al passaggio della corrente, così poco prima e subito dopo ciascuna determinazione coll'elemento termoelettrico eseguivo una determinazione colla pila campione, e, se i valori della resistenza compresa fra gli estremi del circuito derivato non coincidevano, ne prendevo la media. Tali sconcordanze a dir vero non erano grandi, nè superarono mai nel corso delle mie esperienze i 50 Ohm. Nella seguente tabella, che raccoglie i risultati d'una prima serie di esperienze fatte su di un primo tubo, con R_1 e R_2 indico le due resistenze relative alle due determinazioni prima e dopo la determinazione della r relativa all'elemento termoelettrico, con R la media delle R_1 e R_2 , con f la differenza di temperatura fra le due saldature di cui una è allo zero, e con e la f. e. m. in Volta dell'elemento $\text{Pb} - \text{Li}$.

TABELLA 1.^a

R_1	R_2	R	t	r	e
4718	4768	4698	9.9	0.5205	0.000121
4706	4700	4703	20.9	1.158	0.00027
4720	4700	4710	35.5	1.936	0.000452
4708	4692	4700	49.2	2.596	0.000606
4700	4700	4700	58.5	3.287	0.000748
4709	4681	4690	64.6	3.607	0.000846
2723	4709	4716	87.5	4.802	0.001121
4700	4700	4700	90.5	5.446	0.001274

In quest'altra tabella espongo una serie di risultati ottenuti sullo stesso tubo fino a temperature prossime a quelle di fusione del Litio.

 TABELLA 2.^a

R	t	r	e
4726	11	0.526	0.000120
4550	28.2	1.5106	0.000332
4571	43.1	2.495	0.000546
4706	66.2	3.680	0.000860
4700	74.9	4.44	0.001057
4706	101	5.646	0.001318
4663	125	7.232	0.001686
4629	153	9.000	0.002138
4600	174.3	11.500	0.002681

La curva che si può costruire prendendo per ascisse le temperature e per ordinate le f. e. m. si presenta colla concavità verso l'asse delle ordinate, e tale andamento presenta pure la curva che si può costruire coi risultati di altre due serie di esperienze, che espongo nella tabella 3 e 4, eseguite su di un secondo tubo.

TABELLA 3.^a

<i>t</i>	<i>e</i>	<i>t</i>	<i>e</i>
10.1	0.000109	82	0.001085
16.2	0.0001943	96.5	0.001222
31.9	0.000405	110.2	0.001468
55	0.000716	121.3	0.001619
70.3	0.000991		

TABELLA 4.^a

<i>t</i>	<i>e</i>	<i>t</i>	<i>e</i>
9.9	0.000115	116.5	0.001534
29	0.0003567	130	0.001786
40.2	0.000524	141.5	0.001991
55.1	0.0007054	155.8	0.002223
61	0.0007846	168	0.0024195
84.3	0.0011165	172.8	0.002593
96.2	0.001242	18.2	0.0002161

Calcolando le costanti della formula dell'Avenarius:

$$e = (t_1 - t) [b + c(t_1 + t)]$$

per esempio coi due valori di *e* per le temperature 20.9 (I tab.) e 74.9 (II tab.), per il primo tubo si ha

$$b = 0.000\ 012\ 47, \quad c = 0.000\ 000\ 022\ 1;$$

mentre facendo lo stesso calcolo coi valori di *e* relativi alle temp. 9.9 e 172.8 della 4 tabella, ricavati col secondo tubo, si ha:

$$b = 0.000\ 013\ 15$$

$$c = 0.000\ 000\ 016$$

che sono alquanto diverse dalle prime. Inoltre i valori della *f. e. m.* calcolati sia colle prime costanti, sia colle seconde, non corrisponderebbero perfettamente a quelli trovati sperimentalmente.

Ciò però non deve meravigliare quando si pensi che la temperatura di fusione del Litio è assai prossima al limite

dell'intervallo sperimentato, ed in vicinanza di tale temperatura è probabile, come si verificò anche per altri metalli, che si presentino delle cause perturbatrici.

Facendo le medie dei valori delle costanti si ottiene:

$$a \begin{cases} b = 0.000\,012\,81 \\ c = 0.000\,000\,019\,05 \end{cases}$$

che potrebbero per l'intervallo di temperatura considerato ritenersi sufficientemente approssimate.

La temperatura d'inversione, cioè il quoziente $-\frac{b}{c}$, risulta uguale a -674.21 ; quindi il punto neutro sarebbe $-332,1$, cioè molto al di sotto dello zero assoluto

5). Nel dubbio che i miei risultati potessero contenere qualche errore per qualche causa che mi fosse sfuggita col metodo sopradescritto, ho cercato con altro metodo di determinare almeno l'andamento del fenomeno, e sono ricorso all'uso di un elettometro Dolezaletk, col quale riuscivo ad apprezzare comodamente i decimi di millesimo di Volta, come dedussi da una coppia Cu — Pb per piccole differenze di temperatura delle saldature, non potendo servirmi della pila campione, la quale mi provocava uno spostamento alcune volte maggiore della lunghezza completa della scala.

Per le esperienze, caricato con una batteria di accumulatori l'ago dell'elettometro a 170 Volta, ponevo una coppia di quadranti in comunicazione colla saldatura calda dell'elemento Pb — Li, e la saldatura fredda e l'altra coppia di quadranti a terra. Nelle seguenti tabelle sono raccolti i risultati delle esperienze eseguite sul secondo tubo.

TABELLA 5.ª

<i>t</i>	<i>mm</i>	<i>t</i>	<i>mm</i>
32.0	0.8	156	5.9
53.5	1.2	115.8	4.1
85.1	2.4	103.2	3.5
98.2	3.2	80	2.4
111	3.7		

TABELLA 6.ª

<i>t</i>	<i>mm</i>	<i>t</i>	<i>mm</i>
40	0.9	125	4.2
59	1.6	140	4.9
71.5	2.00	152	5.6
90	2.7	172.2	6.8
101.5	3.2	29.5	0.7

E se si costruisce una curva prendendo per ascisse le temperature e per ordinate i mm. di spostamento della scala, si vedrebbe come essa confermi, quanto all'andamento del fenomeno, il risultato ottenuto precedentemente.

Purtuttavia, ritenendo che la temperatura di inversione della coppia Pb — Li fosse un po' troppo lontana per poter essere con esattezza calcolata coi dati ottenuti per un intervallo relativamente breve, ho esteso le mie ricerche per un intervallo più grande, abbassando la temperatura della saldatura fredda sia con miscuglio di neve e ghiaccio, sia con neve d'acido carbonico o con aria liquida, con cui ottenevo rispettivamente le temperature -14.5° , -71° , -182° e mantenendo l'altra costantemente a 173 gradi.

La seguente tabella porta le medie dei risultati di tre serie di esperienze eseguite sul primo tubo. Le temp. al disopra dello zero sono rispettivamente quelle ambiente e quello di ebollizione dell'acetone, dell'alcool e dell'acqua, nei cui vapori lascio la saldatura per qualche tempo prima di eseguire le esperienze.

TABELLA 7.^a

Temperatura delle saldature		<i>e</i>
173	-182.0	0.004015
»	-71.5	0.003269
»	-14.5	0.002721
»	0	0.002552
»	19.2	0.002230
»	56.5	0.001863
»	78	0.001490
»	100	0.001390

Indicando con $e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7$ ed e_8 i valori della f. e. m. della tab. 7 nell'ordine in cui sono scritti, e ricordando la legge di Becquerel, che va sotto il nome di legge delle temperature successive, si può scrivere la seguente:

TABELLA 8.^a

Temperatura delle saldature			e determinata	e calcolata
$e_1 - e_3$	— 182	— 71.5	0.000746	0.000741
$e_1 - e_5$	»	— 14.5	0.001294	0.001293
$e_1 - e_6$	»	0	0.001463	0.001463
$e_1 - e_8$	»	19.2	0.001785	0.001691
$e_1 - e_9$	»	56.5	0.002152	0.002161
$e_1 - e_7$	»	78	0.002525	0.002474
$e_1 - e_8$	»	100	0.002750	0.002801
e_1	»	173	0.004014	0.004014

i cui valori delle e possono venire paragonati con quelli delle precedenti, e mostrano con quelli una soddisfacente concordanza. Così, se ad esempio dal valore della e fra —182 e 173 (0.004015) sottraggo il valore della e fra —182 e 0° (0.001463), ottengo la f. e. m. fra 0 e 173 uguale a 0.002552, di poco differente dal valore della f. e. m. fra 0 e 172.8 (0.002593) della tab. 2.

Le costanti della formula dell'Avenarius che ho ricavato dalla tab. 8, coi due valori della e per le temp. di 0° e 173° della saldatura calda, come quelli che meglio si prestano per stabilire l'andamento della curva delle f. e. m., sono

$$\beta \quad \left\{ \begin{array}{l} b = 0.000\ 011\ 505 \\ c = 0.000\ 000\ 018\ 76 \end{array} \right.$$

che si possono ritenere sufficientemente approssimate, come si deduce dai valori delle e con queste calcolati e posti nella tab. 8 di fianco a quelli trovati sperimentalmente.

Colle costanti (α) si otterrebbero invece valori tanto più discordanti quanto più le temperature che si considerano sono al di sotto dello zero centigrado.

La temperatura d'inversione ricavata dalle (β) è —613.3, ed il punto neutro perciò —305.8, alquanto minore di quello calcolato colle (α).

Se invece della formula dell'Avenarius si fosse applicata quella del Tait:

$e = A (t_1 - t_2) \left(T - \frac{t_1 + t_2}{2} \right)$, in cui le temperature sono assolute ed alla quale si giunge ponendo $A = -2c$ e

$$T = 273 - \frac{6}{22},$$

si avrebbe avuto :

$$A = 0.000000375$$

$T = -336$, cioè 306,6 gradi al disotto dello zero centigrado.

5). Sodio.

Colla coppia Na-Pb ebbi subito a notare che la corrente termo elettrica, contrariamente a quanto avveniva per la coppia Li-Pb, entrava pel Pb per la saldatura calda, cosicchè il Sodio è negativo rispetto al Pb, in conformità di quanto il Matthiessen aveva per primo stabilito.

La pila campione usata in queste esperienze fu una Latimer Clark di recente costruita, la quale, confrontata con una Weston, mostrava a 20° una f. e. m. di 1.4125 Volta. Per le variazioni di tale f. e. m. dovute alle variazioni della temperatura ambiente applicai la formula:

$E_t = 1.4125 - 0.00119 (t - 15) - 0.000007 (t - 15)^2$, che si ritiene comunemente valida nell'intervallo fra 0° e 30°.

Le prime esperienze furono eseguite tenendo una saldatura allo zero, ed innalzando l'altra a temperature superiori, ed i risultati sono raccolti nelle seguenti tabelle:

TABELLA 9.*

t	e
9,6	0.0000429
32	0.0001463
53,6	0.0002648
72,5	0.0003561
83	0.0004460
91,5	0.0004901
80	0.0004420
66	0.0003141
41,3	0.0002046

TABELLA 10.*

t	e
18,5	0.0000818
55	0.0002719
61,2	0.0003008
72,3	0.0003630
84	0.0004506
96,5	0.0005268
121	0.0006814
140,5	0.0008288
172	0.0010810

In queste altre riporto i risultati ottenuti tenendo una saldatura a 78°, cioè nei vapori dell'alcool bollente, ed abbassando l'altra fino alla temperatura dell'aria liquida.

TABELLA 11.ª

Temperatura delle saldature	<i>e</i>
78 56	0.0001412
» 18	0.0003445
» 0	0.0004215
» -15	0.0004810
» -71.5	0.0006708
» -182.0	0.000817

TABELLA 12.ª

Temperatura delle saldature	<i>e</i>
78 56	0.0001404
» 16.5	0.0003355
» 0	0.0004265
» -14	0.0004730
» -71.5	0.0006804
» -182.0	0.000861

TABELLA 13.ª

Temperatura delle saldature	<i>e</i>
78 56	0.0001408
» 17.25	0.0003405
» 0	0.0004240
» -14.5	0.0004770
» -71.5	0.0006756
» -182	0.0008390
100 -182	0.0009500
172 -182	0.0014960

in cui ho aggiunte le determinazioni fatte innalzando a 100° ed a 172° la temperatura della saldatura calda.

Dalla tab. 13, applicando la legge di Becquerel, si può ricavare la

TABELLA 14.ª

Temperatura delle due saldature	<i>e</i> determinata	<i>e</i> calcolata
- 182 - 71.5	0.0001604	0.0001672
» - 14.5	0.000362	0.0003589
» 0	0.000415	0.0004150
» 17.25	0.0004985	0.0004936
» 56	0.0006892	0.00069143
» 78	0.000839	0.00083489
» 100	0.000950	0.00096219
» 172	0.001496	0.0014960

E calcolando col 3° e coll'ultimo dei valori di quest'ultima le costanti della formula dell'Avenarius si ha:

$$(7) \quad \begin{cases} b = 0.000\,004\,339 \\ c = 0.000\,000\,0113 \end{cases}$$

valide con grande approssimazione anche per temperature superiori a quella di fusione del Na, come appare dai valori della ϵ calcolati con queste, e posti nella precedente tabella di fianco a quelli trovati sperimentalmente.

Da esse si ricava pel punto neutro il valore -192° .

Calcolando invece le costanti della formula del Tait si ha:

$$A = 0.0000000226$$

$T = 81$ cioè 192° al disotto dello zero centigrado.

Le esperienze dei Prof. Naccari e Bellati portarono alla conclusione che nelle vicinanze della temp. di fusione del Sodio la curva che dà l'andamento della f. e. m. della coppia Na-Pb non fosse bene rappresentata da una forma parabolica di secondo grado. Dai risultati delle mie esperienze, e precisamente da quelli delle tab. 9 e 10, non risulterebbe tale irregolarità, poichè le differenze fra i punti della curva che si può costruire colle costanti e quelli trovati sperimentalmente sono molto piccole, e per di più alternativamente positive e negative.

La temperatura corrispondente al massimo di forza elettromotrice secondo i suddetti sperimentatori sarebbe di $210^\circ,96$ assoluti, equivalenti a -62.04 ; alla temperatura quindi di -124.08 per una saldatura, quando l'altra sia allo 0° , non si avrebbe dovuto avere indizio di forza elettromotrice, ed a temperature ancora inferiori della saldatura fredda la corrente termoelettrica avrebbe dovuto avere segno contrario, epperchè il Na mostrarsi positivo rispetto al Pb.

Le mie esperienze mostrano invece come ancora a -180° la f. e. m. vada crescendo, e tenda a raggiungere un massimo solo a -192 , cioè alla temperatura assoluta di 81 gradi.

Ho creduto opportuno costruire la fig. 2, dalla quale si ha a colpo d'occhio l'andamento della f. e. m. delle due

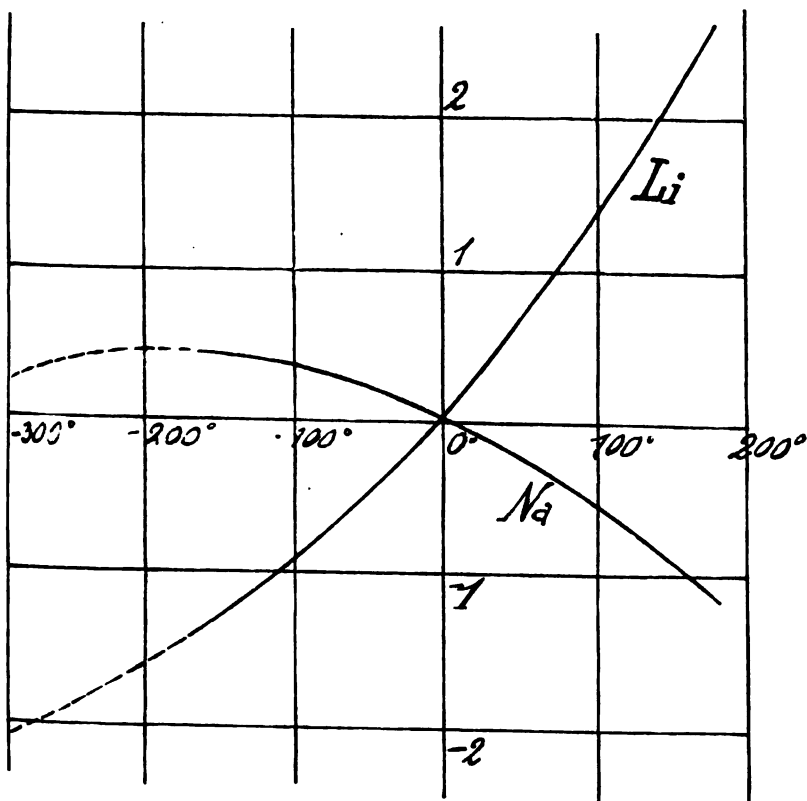


Fig. 2.

coppie da me studiate. Le ascisse sono le temperature, le ordinate la f. e. m. in millesimi di Volta.

Quanto al potere termoelettrico P ad una qualunque temperatura t , che si ottiene com'è noto per derivazione dalla equazione:

$$e = (t_1 - t)[b + c(t_1 + t)],$$

ed è cioè:

$$P = b + 2ct_1,$$

se, come d'uso, si pone:

$$\theta = 273 + t$$

$$\phi = b - 2 + 273 c$$

$$\psi = 2 c ,$$

si ha per P il valore

$$P = \phi + \psi \theta .$$

Ora nel caso del Litio si ottiene in microvolt:

$$P = 1.26 + 0.04 \theta$$

e nel caso del Sodio:

$$P = - 1.63 + 0.028 \theta .$$

Luglio 1907.

UN TEOREMA SU L'OTTICA DEI MEZZI NON OMOGENEI ATTIVI.

Nota di LUIGI ROLLA.

In un mezzo non omogeneo attivo, per esempio in una soluzione di zucchero a concentrazione uniforme, l'incremento dell'azimut che ogni raggio subisce, è senz'altro proporzionale al cammino. La cosa non è più così semplice quando la concentrazione del corpo attivo varii da punto a punto, come avviene in una bacinella, dove si siano disposti, l'un sopra l'altro, uno strato di sciroppo e uno di acqua pura. Qui la rotazione dipende sempre dalla *lunghezza della traiettoria luminosa*, ma non dipende da questo solo parametro, bensì ancora dalla *durata del percorso*, come è facile vedere.

Se è c la concentrazione, n l'indice di rifrazione in un punto qualunque del mezzo, potremo scrivere:

$$\frac{n - n'}{c} = k$$

con n' e k costanti; o anche

$$c = k \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{v'} \right)$$

ove si introducano, invece degli indici, le velocità di propagazione e si cambi il senso della costante k .

La rotazione $d\alpha$ che il piano di polarizzazione subisce, quando il raggio percorre un elemento di lunghezza ds sarà dunque:

$$d\alpha = C \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{v'} \right) ds$$

con C costante; e la rotazione finita sarà:

$$\alpha = C \int \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{v'} \right) ds.$$

Eseguendo, si ottiene :

$$(1) \quad \alpha = C \left(t - \frac{s}{v'} \right)$$

la quale equazione esprime il teorema enunciato.

Nel mezzo attivo e omogeneo la *superficie d'onda*, cioè il luogo dei punti, che vengono eccitati nello stesso istante dalla perturbazione luminosa, gode anche di due altre notevoli proprietà: essa è infatti *superficie di equal cammino*, e, a un tempo, *superficie di equal rotazione*.

Nei mezzi non omogenei codeste proprietà spettano invece ad enti diversi, e si fa luogo dunque alla considerazione di tre famiglie di superfici.

L'ottica di tali corpi acquista così un'estensione e una generalità di gran lunga maggiori, che non abbia nel caso ordinario. E la (1) c'insegna che « Due superfici appartenenti a famiglie diverse si tagliano sempre sopra una superficie della terza famiglia ».

La (1) può ricevere ancora due interpretazioni fisiche notevoli; se si pone

$$\frac{s}{v'} = t'$$

risulta intanto

$$\alpha = C(t - t');$$

e cioè « la rotazione è proporzionale alla differenza fra il tempo del percorso effettivo e il tempo necessario per un ugual percorso nel solvente puro ».

D'altra parte, se poniamo

$$v' t = s'$$

viene anche

$$\alpha = \frac{C}{v'} (s - s')$$

e cioè « la rotazione è anche proporzionale alla differenza fra la lunghezza del percorso effettivo e la lunghezza del percorso descritto in egual tempo nel solvente puro ».

Genova, Istituto fisico della R. Università
Settembre 1907.

A PROPOSITO DI UNA RECENTE PUBBLICAZIONE SULLA STORIA DELLA STATICA.

G. VAILATI.

(P. DUHEM. *Les origines de la Statique*. Paris. A. Hermann, I Vol. 1905; II Vol. 1906).

Sebbene il piano inclinato non figuri tra le cinque macchine semplici o « *potenze* », *δυνάμεις*, (leva, asse nella ruota, puleggia, cuneo, vite) che nell'esposizione tradizionale della meccanica greca sono descritte e studiate come le parti elementari di ogni meccanismo, pure tanto da Erone quanto da Pappo sono dedicate ad esso delle considerazioni, a proposito particolarmente del cuneo e della vite. Quest'ultima era, come è noto, da essi concepita come un cuneo « attorcigliato » attorno a un cilindro.

Nel trattato di meccanica pratica che ci è rimasto del primo di questi due autori, si trova enunciata la proposizione: *che qualunque forza, per quanto piccola, sarebbe sufficiente a muovere qualunque corpo, comunque pesante, se il terreno (orizzontale) su cui si muove fosse perfettamente liscio*, se cioè le sue rugosità non agissero « *come un apparecchio dentato* » per trattenerlo, obbligando, chi lo voglia smuovere, a sollevarlo.

Per confutare l'opinione — accettata, a quanto Erone dice, « da parecchi autori » — che per trascinare un corpo lungo un piano orizzontale occorra uno sforzo equivalente al suo peso, Erone ricorre alla considerazione di un piano capace di inclinarsi successivamente in due versi opposti, e fa constatare, come, in tale caso, la più piccola inclinazione di esso basterebbe a far muovere il corpo che vi giace « perchè la tendenza naturale dei corpi è di muoversi verso il basso quando niente li sostenga e non vi siano impedimenti al loro moto ».

Alla domanda: « *quale forza, o peso, sarebbe sufficiente per controbilanciare quello di un corpo scorrevole sopra un piano di data inclinazione e per impedirgli di cadere lungo esso* », Erone tenta di dare risposta solo per il caso di un cilindro che possa rotolare lungo esso. Immagina perciò condotto, per la generatrice di contatto di questo, un piano verticale, e osserva che tale piano divide il cilindro in due parti di cui la superiore è minore dell'inferiore. Vi è dunque, egli osserva, una porzione della parte inferiore alla quale la parte superiore fa equilibrio, e un'altra porzione, invece, alla quale occorre ulteriormente far contrappeso per impedire che il cilindro rotoli verso il basso.

Contentandosi di questa conclusione, Erone non procede, neppure in questo caso speciale, ad alcuna esatta determinazione della dipendenza tra l'inclinazione del piano e lo sforzo che occorrerebbe esercitare per sostenere il cilindro.

Lo stesso problema è ripigliato da Pappo, ma il modo stesso nel quale egli lo enuncia (« *Dato lo sforzo occorrente per trascinare un grave lungo un piano orizzontale, determinare lo sforzo che occorrerebbe per farlo salire lungo un piano inclinato* ») mostra come egli non abbia tratto molto profitto dalle considerazioni di Erone esposte sopra, le quali pure non dovevano essergli ignote essendo contenute in una opera di cui egli riporta interi brani.

Un altro passo, nel quale Erone sembra ancora più avvicinarsi a una corretta determinazione della condizione d'equilibrio di un grave scorrevole lungo un piano inclinato, è quello in cui, a proposito del cuneo, afferma e cerca di « dimostrare » che « *qualunque colpo, per quanto piccolo, basta per far procedere, sia pure di poco, qualunque cuneo nella fenditura in cui esso è infisso* »¹⁾.

Tra le considerazioni da lui svolte a tale scopo, riguardanti il variare dell'efficacia di dati colpi a seconda che essi si esercitino su cunei di diverso « angolo », figura esplicitamente l'affermazione che, per fare avanzare due diversi cunei

1) « *Heronis Alexandrini opera quae supersunt* », Ed. L. Nix e W. Schmidt. Lipsia, Teubner 1901. Vol. II, Fasc. I, pag. 180.

di uno stesso tratto nelle fenditure in cui sono impegnati, occorrono colpi le cui intensità abbiano un rapporto eguale a quello degli allargamenti che ciascuno dei cunei produrrebbe penetrando per quel tratto nella rispettiva fenditura. L'oscurità, e le probabili alterazioni, o lacune, del testo (pervenutoci soltanto attraverso a una traduzione araba) non permettono di determinare in modo preciso se la suddetta affermazione sia da Erone riguardata semplicemente come un risultato dell'esperienza, e presupposta come tale nei suoi ragionamenti, o se egli invece si proponga di « dimostrarla » coll'immaginare, come fa, il cuneo scomposto in altri più piccoli, aventi per « angolo » una parte dell'angolo del cuneo intero, e sui quali gli effetti dei colpi, da questo subito, sono da lui riguardati in certo modo come ripartentisi.

A ogni modo però la sopradetta dipendenza fra l'efficacia di un cuneo e la lunghezza del tratto per il quale esso deve avanzarsi per produrre un dato allargamento, è riguardata da Erone come un caso speciale, o una conferma, del principio, da lui riconosciuto per tutte le macchine semplici, che ciò che con esse si guadagna dal lato della forza, si perde dal lato dello spazio e del tempo pei quali la forza deve esser fatta agire per ottenere un dato risultato.



È certamente strano il fatto che, mentre Erone e Pappo conoscevano e formulavano esattamente, per il caso almeno dei cinque meccanismi elementari da loro studiati, quello che ora si chiama il principio dei momenti virtuali, non siano venuti nell'idea di applicare questo stesso principio anche alla determinazione degli sforzi necessari per far salire dei pesi lungo piani inclinati.

Il Duhem propende a credere che ciò sia da attribuire alle maggiori difficoltà di fare astrazione, in questo caso, dalla influenza perturbatrice degli attriti.

Le considerazioni tuttavia che, nella « *Meccanica* » di Erone, sono dedicate al cuneo e alla vite, provano che, egli almeno, era capace di sollevarsi, per questo riguardo, a un grado

di astrazione non inferiore, a quello che corrisponde alle ricerche di Galileo sullo stesso soggetto.

È inoltre da notare che per il caso appunto considerato da Erone e da Pappo — quello cioè di una sfera o di un cilindro che discendano rotolando lungo un piano inclinato — l'attrito non ha molto più parte di quanta ne abbia, per esempio, nel caso di una leva o di un sistema di puleggie.

La ragione della sopraindicata deficienza dei meccanici greci, sembra a me sia da cercare in tutt'altra direzione. Per essi — colla sola parziale eccezione di Aristotele o, più precisamente, dall'autore dell'opuscolo sulle « *Questioni meccaniche* » a lui attribuito — la dipendenza dell'efficacia di una forza, applicata a un dato meccanismo, dal cammino che è necessario far percorrere al suo punto di applicazione per ottenere un dato risultato, era riguardata semplicemente come un *fatto* che l'esperienza permetteva di constatare, caso per caso per ciascuno dei meccanismi, o delle combinazioni di meccanismi da essi presi in considerazione, non mai come un principio abbastanza evidente, o abbastanza saldo, per servire di prova, di spiegazione, o anche solo di mezzo di ricerca, del modo di funzionare di meccanismi di cui non fosse già stato prima, e indipendentemente, analizzato o determinato il modo da agire.

E questa analisi o determinazione era da essi concepita come dovente consistere sostanzialmente in una riduzione, più o meno diretta, al caso della leva, che essi riguardavano come la sola macchina tipica ideale. Qui non fa eccezione neppure l'autore delle « *Questioni meccaniche* », il quale tenta ridurre al caso della leva perfino quello del cuneo.

Per trovare traccia di una decisiva emancipazione dal suddetto pregiudizio in favore della leva — pregiudizio che sembra esser stato di non minor danno ai progressi della meccanica di quanto sia stato per l'astronomia quello relativo alla « perfezione » del movimento circolare — occorre venire fino a un tempo non di molto anteriore a quello in cui, per opera di Galileo, è stata costituita la dinamica moderna.

Dell'importanza da attribuire a questo riguardo a quella specie di enciclopedia medioevale della Meccanica che, sotto il titolo di « Trattato dei Pesi » (*de Ponderibus*), è continuamente citata e utilizzata dagli scrittori di cose meccaniche del XIV e XV secolo — da Biagio Pelacani e Leonardo da Vinci, a Cardano e a Tartaglia — ho già avuto occasione di occuparmi, in una nota pubblicata già da qualche anno negli Atti dell'Accademia delle Scienze di Torino (1897). Il Duhem arriva ora, indipendentemente, e col sussidio di estese ricerche sui vari manoscritti che di questa opera si trovano alla Biblioteca Nazionale di Parigi, a conclusioni in parte conformi a quelle che allora mi era parso di potere formulare in proposito.

* * *

Per indicare quella « parte », o, come si direbbe ora, quella componente, del peso di un corpo vincolato, o comunque ostacolato nei suoi movimenti, alla quale è necessario fare equilibrio per impedire che il corpo discenda, è adoperata, negli scritti medioevali di meccanica, facenti capo al trattato « *de Ponderibus* », attribuito a Giordano Nemorario, la locuzione « *gravitas secundum situm* », o « *gravitas accidentalis* ». Così, per esempio, un corpo scorrevole lungo un piano inclinato è detto essere tanto meno « *grave secundum situm* » quanto meno è inclinato il piano sul quale scorre, e, parimenti, un corpo pendente dallo estremo di una leva è detto avere tanto meno « *gravitas secundum situm* » quanto più l'asta della leva si discosta dalla posizione orizzontale.

Il carattere, prettamente aristotelico, delle suddette due frasi tecniche, potrebbe indurre a ricercare l'origine del corrispondente concetto in qualche antica trattazione greca della meccanica, connessa o riattaccantesi alle dottrine peripatetiche.

Questa tesi, che è appunto quella sostenuta dal Duhem nell'opera da lui recentemente pubblicata sulle « *Origini della Statica* », presta tuttavia il fianco a più di una obbiezione.

In nessuno degli scritti aristotelici trattanti di meccanica pervenuti fino a noi si trova traccia del termine greco che dovrebbe corrispondere alla suddetta denominazione latina. La

parola greca che, per il senso, più si avvicina ad essa è invece *ῥοπή*, la quale, negli scritti di Aristotele figura soltanto come un termine del linguaggio ordinario, mentre invece assume valore di termine tecnico negli scritti di Archimede, che la adopera appunto per distinguere il peso (*βάρος*) di un dato corpo, da ciò che ora si chiamerebbe il suo « momento » rispetto a un dato asse di rotazione. Ne abbiamo un esempio nel titolo stesso del principale scritto meccanico di Archimede (*περὶ ἐπιπλέον ἰσοῤῥοπιῶν*).

La coincidenza tra il significato attribuito dai meccanici greci alla parola *ῥοπή*, e quello attribuito più tardi alla locuzione « *gravitas secundum situm* » — e più tardi ancora al termine « momento » — si trova del resto confermata anche da Galileo, come risulta, per esempio, dal suo scritto « *Delle meccaniche* », riprodotto da A. Favaro nelle Memorie dell'Istituto Veneto (Vol. XXVI, 1899). Anche il Baliani, nella prefazione al suo trattato « *De motu* », definisce il « momento » come « *excessus virtutis moventis super impediencia motus* » ¹⁾.

Non è senza interesse notare come, dalla suddetta determinazione del concetto di « *gravitas secundum situm* », risulti chiaro il senso da attribuire alla frase, continuamente adoperata dagli scrittori di meccanica della generazione anteriore al Galilei, che un corpo tanto più velocemente discende quanto più è « *grave secundum situm* » (*Gravia secundum situm velocius descendere*). Questa frase, spesso erroneamente interpretata come significante che i corpi cadano con velocità proporzionali ai loro pesi, è piuttosto da riguardare come una delle più antiche forme sotto le quali è stato enunciato il principio della proporzionalità tra le forze (staticamente misurate) agenti per un dato tempo su un dato corpo, e le velocità che questo rispettivamente acquista, in altre parole il principio che, nella trattazione newtoniana, figura indicato come la « seconda legge » della dinamica.

1) Ho già riportato l'intero passo del Baliani in una Nota sulla definizione di « massa », inserita nel fascicolo Luglio-Settembre (1907) del N. Cimento. Stevin adopera, nello stesso senso, la parola « *sacoma* », suggerita probabilmente dal termine greco *σάκος*, che s'incontra anche nell'opera di Aristotele, già citata, sulle « Questioni meccaniche ».

La distinzione tra il peso di un corpo e la sua « *gravitas secundum situm* » costituisce d'altra parte anche il primo germe di quella che, nell'ordinaria enunciazione del principio cosiddetto di D'Alembert, compare indicata coll'opporre le forze « applicate » alle forze « attuali ».

Quanto alla questione della eguale, o ineguale velocità di caduta di gravi diversamente pesanti, un recente studio del Wohlwill ¹⁾ è venuto a porre in chiaro come l'opinione che tali velocità fossero proporzionali ai rispettivi pesi, era già riguardata come assurda, dieci secoli prima di Galileo, da Giovanni Filopono, in quel commento al « *De Coelo* » di Aristotele, che è ripetutamente citato e utilizzato tanto da Galileo come dai suoi avversari nelle polemiche su tale soggetto.



Ciò che indusse il Duhem a intraprendere le indagini a cui si è alluso sopra fu l'aver constatato le notevoli divergenze che, appunto sul soggetto del piano inclinato, sussistono tra le due diverse redazioni che dello scritto « *de Ponderibus* » furono pubblicate nel XVI secolo, la prima da Pietro Apiano (Norimberga, 1533) col titolo: « *Liber Jordani Nemorari, Virti clarissimi, de ponderibus, propositiones XIII et earundem demonstrationes multarumque rerum rationes sane pulcherrimas complectens* », e l'altra a Venezia, nel 1575, su un manoscritto già appartenente a Tartaglia, da Curzio Trojano, col titolo: « *Jordani opusculum de ponderositate, Nicolai Tartaleae studio correctum novisque figuris auctum* ».

Nonostante le differenze, alle quali il Duhem ha diretto la sua attenzione, le due redazioni concordano in più di un punto di cui è da segnalare l'importanza.

Ad ambedue è premessa una stessa lista di enunciazioni, tra le quali figura quella in cui è precisato il significato della locuzione « *gravitas secundum situm* », adoperata poi costantemente per designare i diversi sforzi richiesti per soste-

1) *Physikalische Zeitschrift*. 7 Jahrg. No. 1, pag 27.

nere uno stesso corpo a seconda delle condizioni o dei vincoli a cui esso è assoggettato.

Comune pure ad ambedue le redazioni è la convenzione di assumere, come misura del diverso grado di inclinazione (*obliquitas*) delle linee lungo le quali i gravi scorrono, le diverse variazioni di livello che subirebbe un punto spostandosi di uno stesso tratto su ciascuna di esse: *Obblitquorem descensum, in eadem quantitate, minus copere de directo*.

Tali due concezioni, della « *gravitas secundum situm* » e della « *obblitquitas* », sono inoltre applicate, tanto nell'una come nell'altra delle due redazioni, per enunciare la proposizione che la « *gravitas secundum situm* » di un corpo obbligato a percorrere una data linea di discesa, è tanto più grande quanto minore è la « *obblitquitas* » della linea, cioè — in conformità alla definizione vista sopra — quanto più grande è l'abbassamento, o innalzamento, che il grave *subirebbe* percorrendo un dato tratto rispettivamente sull'una o sull'altra delle linee di discesa in questione.

Sebbene nella proposizione: « *Gravtus secundum situm quanto in eodem situ, minus obblitquus descensus* », si trovi già implicitamente enunciata la condizione di equilibrio di due gravi che, essendo collegati da un filo scorrevole sopra una puleggia, possano scorrere lungo due piani diversamente inclinati, è però soltanto nella seconda delle due redazioni già citate del trattato « *de Ponderibus* » — cioè in quella curata da Tartaglia — che tale proposizione si trova esplicitamente interpretata come applicabile a tale caso. Nell'altra precedente redazione — quella curata da Pietro Apiano — si trovano invece soltanto dei tentativi, abbastanza confusi e di cui anzi alcuni assolutamente paralogistici, di far rientrare sotto lo stesso principio anche il caso di due pesi pendenti dai due estremi di una leva, considerando le diverse « *obblitquitates* » degli archi descritti dai loro punti di sospensione.

Ciò induce il Duhem ad avanzare l'ipotesi che soltanto la prima delle suddette due redazioni rappresenti effettivamente le idee di Giordano Nemorario, e che l'altra, invece, corrisponda a una ulteriore elaborazione del contenuto della prima, elaborazione che egli crede sia da attribuire all'intervento di

un ignoto commentatore, qualificato come il « Precursore di Leonardo », e al quale quindi, secondo il Duhem, spetterebbe il merito di avere per il primo formulata la condizione di equilibrio di un grave scorrevole lungo un piano inclinato.

Il fatto, notato sopra, che, nella parte comune alle due redazioni, figurano concetti e proposizioni, alla cui enunciazione e determinazione non è facile assegnare altro scopo che quello che si realizza nella loro applicazione al caso del piano inclinato, rende, a mio parere, assai più probabile l'ipotesi che sia la seconda, e non la prima, delle dette due redazioni, quella che si avvicini di più a una trattazione originaria da cui ambedue derivino, e che la trattazione originaria abbia subite, nell'edizione pubblicata da Pietro Apiano, o nei manoscritti che le hanno servito di base, delle mutilazioni che accidentalmente sono andate a colpire proprio alcune delle sue parti più vitali.



La forma sotto la quale la condizione d'equilibrio sul piano inclinato figura enunciafa, nella edizione curata da Tartaglia, presenta tuttavia una notevole differenza da quella che si sarebbe condotti ad aspettare in conformità alle definizioni che si trovano in principio alla trattazione.

In essa, infatti, per confrontare le « *obbliquità* » delle linee a cui si appoggiano i due gravi che si controbilanciano, si considera, non il rapporto delle proiezioni verticali di uno stesso segmento portato sull'una e sull'altra di esse, ma invece il rapporto fra i tratti delle due linee che corrispondono a una stessa proiezione verticale (« *Si, per diversarum obliquitatum vias, duo pondera descendant, fiantque declinationum et ponderum una proportio, eodem ordine sumpta, una erit utriusque virtus in descendendo* »). La qual frase è così chiarita da Tartaglia: « *Proportio declinationum dico non angulorum sed linearum ad aequedistantem resecationem, in qua aequaliter sumunt de directo* »).

La differenza meritava di esser notata perchè, sotto questa forma, l'affermazione contenuta nel « *de Ponderibus* » manifesta ancor meglio la sua concordanza coll'enunciazione, data

più tardi da Stevin, della condizione d'equilibrio di un grave scorrevole lungo un piano inclinato.

L'attitudine assunta da Stevin di fronte alla soluzione data, nel trattato « *de Ponderibus* », al problema dell'equilibrio di gravi scorrevoli lungo piani inclinati, corrisponde perfettamente a quella da lui pure assunta di fronte a quegli antichi tentativi di rendersi ragione delle condizioni di equilibrio della leva, che (come quelli di cui ci è conservata traccia nell'operetta Aristotelica già citata sulle « *Questioni meccaniche* ») si basavano sulla considerazione, e sul confronto, dei diversi spostamenti compatibili (« virtuali ») dei punti di applicazione dei pesi e delle forze.

Il qualificare degli spostamenti « *possibili* » (cioè *non ancora avvenuti*) come delle cause di moti o equilibrii « *effettici* » sembrava a lui -- come del resto anche ai suoi contemporanei Guidubaldo del Monte e Benedetti -- qualche cosa di altrettanto assurdo quanto il credere che una causa possa essere preceduta da un suo effetto. Qualunque relazione tra i pesi, applicati per esempio ai due estremi di una leva, e gli innalzamenti, o abbassamenti, che i loro punti d'applicazione *subirebbero*, o *potrebbero subire*, per un dato spostamento dell'asta, pareva a lui tutt'al più potere essere riguardata come un segno o un « *sintomo* » dell'equilibrio, non mai come una « *ragione* » o una causa di esso.

Ora, poichè, per il caso della leva, esisteva, nella trattazione di Archimede, basata come è noto sul concetto di centro di gravità, una via per arrivare, indipendentemente da ogni considerazione di spostamenti possibili, alla determinazione della condizione di equilibrio di due pesi pendenti dai suoi estremi, Stevin fu naturalmente condotto a domandarsi se, anche pel caso di gravi scorrevoli lungo piani inclinati, non si potesse trovare qualche analoga « dimostrazione ».

È noto l'espediente al quale egli per tale scopo ricorse, consistente nel sostituire, ai due pesi, una collana di pesi tra loro uguali succedentisi a uguali intervalli, e nell'osservare che tale collana non potrebbe mettersi in moto spontaneamente, poichè il suo movimento non porterebbe i pesi che la compon-

gono ad occupare una posizione complessivamente « più bassa », di quella in cui prima si trovavano.



Per quanto già quasi intravista da Stevin, la possibilità di dedurre la condizione d'equilibrio di due gravi scorrevoli su due piani diversamente inclinati, dalla considerazione del loro centro comune di gravità (come Archimede aveva dedotto la condizione d'equilibrio della leva dalla considerazione del centro comune di gravità dei due pesi pendenti ai suoi estremi) sembra tuttavia essere stata per la prima volta chiaramente riconosciuta da Galileo ¹⁾.

È nell'opera « *De Motu* » (1604) del Torricelli, che la condizione di equilibrio di un grave scorrevole lungo un piano inclinato è presentata per la prima volta come una conseguenza del principio generale che quando due gravi sono così legati l'uno all'altro che, comunque si spostino, il loro centro di gravità non si abbassi, essi restano in equilibrio.

Da questa enunciazione del Torricelli all'altra, dovuta a Wallis (*Mechanica*, 1669), nella quale, come condizione di equilibrio di un sistema composto di un numero qualunque di pesi, è indicata l'eguaglianza tra la somma delle « cadute », e la somma dei « sollevamenti » che corrispondono agli spostamenti che il sistema può assumere, il passo era breve.

Wallis considera inoltre anche il caso più generale in cui, invece di pesi, si tratti di forze comunque dirette, notando che allora, invece che delle proiezioni verticali degli spostamenti dei punti di applicazione, occorre tener conto delle proiezioni di tali spostamenti sulle direzioni delle rispettive forze.

È per questa via che la proposizione relativa alla condizione d'equilibrio del piano inclinato, enunciata come si è visto nel trattato « *de Ponderibus* », si è andata gradatamente trasformando e generalizzando fino a diventare quello che ora si chiama il *principio dei momenti virtuali*.

Le ulteriori elaborazioni che il principio, formulato da Wallis, ebbe a subire per opera di Giovanni Bernoulli e di

1) Cfr. E. Mach. « *Die Mechanik* », (4.a ediz., pag. 53-4).

Lagrange, si riferiscono quasi esclusivamente al più conveniente modo di applicare, per la sua enunciazione e per la sua messa in opera, i procedimenti del calcolo infinitesimale.

Per ciò che riguarda Giovanni Bernoulli è da notare che, col prendere in considerazione, nella celebre lettera a Varignon (1717), le relazioni tra gli spostamenti (virtuali) *infinitamente piccoli*, dei punti d'applicazione delle forze, egli non fece in fondo che applicare ed enunciare, in forma generale, una norma di metodo di cui era stato fatto già frequentemente uso dai suoi predecessori, tra gli altri da Leonardo da Vinci e da Galileo, nei loro tentativi di dedurre, dal principio della leva, quello del piano inclinato, e di far rientrare, sotto quest'ultimo, il caso di un grave sostenuto da due fili non paralleli.

Tale norma, come nota a proposito il Duhem, si trova enunciata, sotto la forma più esplicita, da Descartes, in una lettera al Padre Mersenne. Il brano che di questa riporta il Duhem è anche interessante perchè vi figura impiegato il termine: « *pesanteur relative* » per esprimere precisamente quello stesso concetto che, come s'è visto indietro, è designato, nelle trattazioni di statica facenti capo al trattato « *de Ponderibus* », colla locuzione « *gravitas secundum situm* »: « La *pesanteur relative* de chaque corps se doit mesurer par le *commencement du mouvement que devrait faire* la puissance qui le soutient, tant pour le hausser que pour le suivre s'il s'abaissait... Notez que je dis *commencer à descendre*, non pas simplement descendre, à cause que *ce n'est qu'au commencement qu'il faut prendre garde*. (Descartes. Oeuvres. Ed. Tannery. Correspondance, t. II, p. 233).

Sulla presenza di considerazioni analoghe negli scritti di Galileo è da vedere quanto dice il Mach (*Mechanik*, 4ª ediz., pag. 25-26).

SULLE MODIFICAZIONI DEL I SPETTRO DI RIGHE DEL MERCURIO.

Nota del Prof. ENRICO CASTELLI.

1. — In un lavoro sperimentale pubblicato circa un anno fa ¹⁾, ho riferito che eseguendo successivamente delle spettrofotografie — con uno spettrografo Steinheil, a tre prismi di cristallo — dell'arco elettrico a vapore di mercurio, fornito da una lampada Ulviol, le righe spettrali (in numero soltanto di 16, per la limitata dispersione dell'apparecchio adoperato) mentre serbavano costante la loro posizione, mostravano, coll'andare del tempo, una graduale variazione della loro azione fotochimica: le righe corrispondenti a raggi monocromatici meno rifrangibili apparivano via via sempre più intense, e producevano, sulle lastre ortocromatiche, delle impressioni sempre più marcate; mentre il contrario avveniva delle righe dovute a raggi più rifrangibili.

Avendo eseguite, in questi giorni, nuove spettrofotografie dell'emissione della suddetta lampada, trovai quasi completamente scomparsa la tripletta dell'estremo ultravioletto di lunghezze d'onda 3663,3; 3654,9 e 3650,3 in unità di Ångström, mentre le tre prime righe 5790,49; 5769,45 e 5460,97 che nei primitivi esperimenti avevano dato un'impressione fotografica appena visibile, ora avevano prodotta un'impronta molto più nitida e più intensa di qualsiasi altra riga.

La I tav. qui unita mostra appunto il confronto di due spettrofotografie dell'emissione dell'arco elettrico a vapore di mercurio; la prima di esse era stata eseguita nel luglio dello scorso anno, quando la lampada Ulviol era quasi nuova; la seconda venne eseguita in questi giorni, quando la stessa lampada (alimentata sempre da una corrente elettrica continua di circa 60 volta e da 2 o 3 ampères) aveva funzionato durante brevi

1) Atti dell'Associazione Elettrotecnica Italiana, vol. X, pag. 85. 1906.

periodi, separati da larghi intervalli, per circa un centinaio di ore.

2. — Poichè oggidì si ritiene generalmente che i numeri di vibrazione corrispondenti a ciascuna riga appartenente ad uno spettro elementare siano da riguardarsi come numeri di vibrazione dei suoi atomioni positivi ¹⁾, mi sembra che la modificazione da me osservata in quello che fu chiamato dal prof. Stark il *I spettro di righe del mercurio* debba essere riguardata come dipendente da un'alterazione degli atomioni positivi monovalenti, consistente in tale variazione della massa vibrante che renda impossibili le oscillazioni di più elevata frequenza nel mentre che restano facilitate, e quindi intensificate, le vibrazioni meno numerose, inerenti ad uno stato di minore agilità materiale.

Altre spettrografie della stessa emissione, successivamente eseguite, mi hanno mostrato che l'osservata modificazione accenna a proseguire, giacchè le due righe 4847,7 e 4339,5 produssero impressioni fotografiche sempre meno marcate, mentre le righe 4358,8; 4078,5 e 4046,78 apparirono assai dilatate e sfumate verso la parte meno rifrangibile dello spettro. Secondo le vedute del prof. Stark ²⁾ relative alla genesi dei diversi spettri del mercurio questo fatto è da ascriversi alla scissione di atomi neutri di mercurio in ioni monovalenti, oppure al passaggio di ioni monovalenti allo stato di ioni bivalenti. Ad ogni modo l'osservata modificazione non può dipendere che da un'alterazione sostanziale del mercurio, probabilmente analoga a quelle alterazioni che, secondo la scoperta dell'illustre prof. Ramsay, altre sostanze elementari, di natura metallica, presentano sotto l'azione dei sali di Radio.

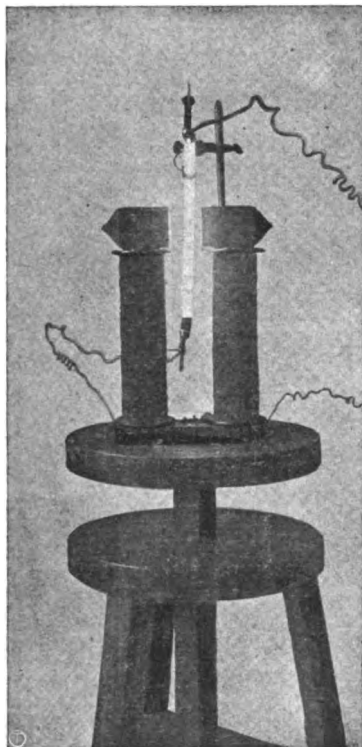
3. — In attesa di continuare nell'esecuzione di tali spettrografie per vedere se la suddetta modificazione prosegua ancora, e sino a qual punto, pensai di esaminare quale effetto

1) Cfr. Kayser: *Handbuch der Spectroscopie*. Bd. 2, Cap. III e § 381 del Cap. VIII.
— J. Stark: *Ueber zwei Linien-spektra des Quecksilbers*. *Drude's Ann. der Chem. Phys.* ser. 5. Bd. 16, pag. 490.

2) L. c., § 7.

produca un campo magnetico uniforme sull'emissione dell'arco elettrico a vapore di mercurio.

A tale scopo compresi la solita lampada Ulviol tra le estremità polari di una grande elettrocalamita (fig. 1) disposta verticalmente in modo che la porzione centrale della lampada si



trovasse sempre all'altezza della fenditura dello spettrografo, ed alla distanza da esso 30 cm.

Nell'elettrocalamita adoperata in questi esperimenti i rocchetti hanno l'altezza di 28,5 cm., contengono due strati di avvolgimento di filo di rame, rivestito di seta, dello spessore di 2 mm. ed ogni strato comprende 152 spire; i nuclei di ferro dolce hanno la lunghezza di 30,5 cm., il diametro di 7 cm. e sono avvitati ad una sbarra di ferro le cui dimensioni sono 25 cm. \times 8,5 cm. \times 3 cm. Le estremità polari avevano le su-

perfici affacciate di forma quadrata, di 6,5 cm. di lato, erano larghe 8,5 cm. e terminavano verso l'esterno, a forma di piramide, la cui altezza è di 3,5 cm. La distanza tra le estremità polari fu di 5,5 cm. Il valore dell'intensità del campo magnetico adoperato nei successivi esperimenti variò tra 150 e 600 unità assolute ¹⁾.

La suddetta disposizione delle estremità polari è stata prescelta per avere intorno alla regione centrale della lampada un campo uniforme sufficientemente esteso, oltrechè per avere una distribuzione magnetica simmetrica attorno all'asse della lampada.

In alcuni esperimenti mi valse, per l'eccitazione dell'elettrocalamita della corrente fornita da una serie di 10 coppie di Bunsen, nel cui circuito avevo inserito un reostato ed un amperometro. Trovai subito che la lampada Ulviol si poteva adescare, col solito metodo dell'alternato rovesciamento, finchè la corrente eccitatrice dell'elettrocalamita non raggiungeva l'intensità di 5 ampères: ma a partire da questo valore l'accensione della lampada era impossibilitata dall'azione del soffio magnetico operato dall'elettrocalamita. Per intensità di corrente inferiori a 5 ampères la lampada si addescava con crescente difficoltà, e la sua luminosità — anzichè occupare tutto l'interno del tubo di cristallo ed avere il fulgore uniforme che presenta quando non agisce su di essa il campo magnetico — era sempre più ristretta, e quasi assumeva la forma di una lunga scintilla, distaccata dalla cilindrica parete di vetro. Nel contempo osservai che sotto l'azione del campo magnetico era sufficiente una meno intensa corrente per alimentare la lampada.

Eseguido poi, ripetutamente, delle spettrofotografie dell'emissione dello stesso arco elettrico a vapore di mercurio assoggettato al campo magnetico, qualunque fosse, sotto il suddetto limite, l'intensità della corrente eccitatrice, trovai debolmente

1) Le misure di questi valori, ch'io non potevo fare nel gabinetto di fisica di questo Istituto Tecnico per insufficienza di mezzi sperimentali, per cortese concessione del chiar. prof. Lori vennero eseguite nel laboratorio di Elettrotecnica della R. Scuola d'applicazione per gli Ingegneri, dal mio assistente dott. Gaetano Fusar: pertanto rivolgo ad entrambi sentiti ringraziamenti.

ricomparsa le tre righe 3663,3; 3654,3 e 3650,3 e trovai tre nuove righe (che appaiono come la ripetizione delle righe 4358,56; 4078,05 e 4046,78 spostate circa 2 mm. verso la parte meno rifrangibile dello spettro) la cui lunghezza d'onda (desunta al solito dalla loro posizione sulla scala dello spettrografo e dal diagramma relativo alle lunghezze d'onda) è approssimativamente uguale a 436; 409 e 411 $\mu\mu$. Probabilmente queste righe coincidono colle righe 4398,2; 4106,9 e 4057,9.10⁻¹ $\mu\mu$ che il prof. Stark ha trovate nello spettro di fiamma del mercurio nel vuoto. Fotografando (come feci varie volte) su una stessa lastra sensibile lo spettro della solita emissione luminosa una volta assoggettata al suddetto campo magnetico, e una volta no, trovai costantemente lo stesso risultato; cioè le righe ora ora indicate non restarono impresse sulla lastra senonchè sotto l'azione esercitata dal campo magnetico sulla sorgente luminosa. La tav. II contiene appunto una di queste coppie di spettrofotografie eseguite di seguito su una stessa lastra: la figura inferiore è quella dello spettro prodotto sotto l'azione del campo magnetico. La lampada Ulviol e l'elettrocalamita, disposte in serie erano, nell'esperimento che diede luogo alle impressioni fotografiche rappresentate in quella tav., eccitate con una corrente di 2 amp. e 50 volta. Ciascuno dei due spettri fu fotografato con 3^a di posa, e l'intervallo tra le due pose fu di circa 5^a.

In seguito sostituii al campo magnetico un campo elettrico uniforme. Era prodotto, quest'ultimo, caricando con una macchina del Wimshurst (ad una differenza di potenziale di circa 5000 volta) le armature circolari (di 17 cm. di diametro) di un condensatore, tra le quali avevo situata la lampada Ulviol. Eseguendo varie spettrofotografie, anche con tale dispositivo trovai un'alterazione nello spettro di righe dell'emissione luminosa del vapore di mercurio, e precisamente vidi apparire le medesime righe che erano prodotte dall'azione del campo magnetico.

Il gran numero delle spettrofotografie eseguite con identico esito non lascia adito ad alcun dubbio circa i risultamenti sperimentali surriferiti. La formazione sotto l'azione d'un campo elettrico o magnetico delle nuove righe, in sostituzione

quasi perfetta della dilatazione (quasi a forma di banda) di righe preesistenti, è probabilmente da attribuirsi alla formazione di ioni di mercurio bivalenti, come sono quelli cui viene attribuito il II spettro di righe del mercurio, comprendente appunto le nuove righe osservate.

Resta ancora a ricercare se e quali ulteriori modificazioni presenterà la suddetta emissione in progresso di funzionamento della lampada a vapore di mercurio. Mi propongo dunque di proseguire tali indagini, allo scopo altresì di rintracciare una spiegazione più completa, delle osservate modificazioni spettrali.

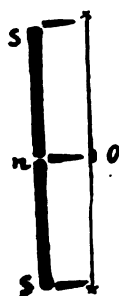
Padova, R. Istituto Tecnico,
Ottobre 1907.

**NUOVO SISTEMA DI RIVELATORI D'ONDE ELETTROMAGNETICHE
FONDATI SULLA MAGNETOSTRIZIONE,**

di A. G. ROSSI.

Uno degli apparati di tale sistema, quello presentato al Congresso di Parma, si fonda sulla proprietà dei cicli d'isteresi magneto-elastica, scoperta nel 1903 dal Prof. Sella, di essere sensibili nella loro ampiezza all'effetto delle vibrazioni elettriche hertziane; e trae applicazione, per il meccanismo del suo funzionamento, dal fenomeno Wiedemann della torsione per magnetostrizione che soffre un filo di metallo magnetico quando in esso si compongano due magnetizzazioni, l'una longitudinale, l'altra circolare, la prima essendo prodotta o da una bobina coassiale al filo o da un opportuno sistema di magneti, la seconda fornita da una corrente che percorra il filo stesso.

L'apparecchio presentato consiste in un filo di ferro (o di nichel), teso verticalmente fra due tenditori senza torsione sostenuti da bottoni di torsione, in maniera da potersi esercitare preventivamente sul filo un certo stiramento costante e una data torsione indipendenti. Il filo è lungo 20 ~ 25 cm. e



ha il diametro al più di 0,1 mm. Tre punte di ferro dolce giungono a piccola distanza rispettivamente dalle estremità e dal centro del filo di ferro teso e guidano entro di esso il flusso magnetico fornito da due piccole calamite rettilinee applicate dietro la tavoletta (isolante) che sostiene i tenditori, magnetizzando, con una intensità opportunamente regolabile, le due metà del filo di ferro in opposizione, come la figura mostra.

Nel filo si manda una corrente alternata debolissima, sensibilmente sinusoidale, fornita da una piccola magneto-elettrica mossa da un motorino regolare e di velocità regolabile.

Se la periodicità di questa corrente è giustamente quella che corrisponde alle vibrazioni torsionali proprie del filo, le quali (trascurando la massa dello specchietto applicato alla sua mezzzeria) dipendono, in quanto al periodo, solo dalla sua lunghezza $2L$,

$$T = 2\pi L \sqrt{\frac{\delta}{\sigma}}$$

δ essendo la densità, σ il modulo di torsione del filo, — il filo vibra allora per torsione con la massima ampiezza, in causa della risonanza con la magnetizzazione elicoidale alternata in esso eccitata e la conseguente coppia alternativa della torsione Wiedemann.

Lo specchietto O riflette sopra uno schermo la immagine di uno *spot*, in forma di una striscia luminosa orizzontale, di lunghezza costante finchè rimane costante in grandezza e frequenza la eccitazione magnetica.

Orbene, sull'ampiezza di tali vibrazioni torsionali hanno azione le onde elettriche della ordinaria telegrafia senza filo.

Se si interpone fra la solita antenna e la terra una spirulina di filo di rame isolato avvolta sopra un tubetto di vetro che, diviso in due metà, circonda coassialmente senza toccarlo il filo di ferro teso, il campo magnetico oscillante creato entro tale spirulina dalle onde, abbatte, in opportune circostanze di deformazione elastica e di magnetizzazione, la vibrazione torsionale del filo, e cioè diminuisce la lunghezza del nastro luminoso sullo schermo.

È facile allora ottenere la registrazione fotografica dei segnali della telegrafia senza filo.

La ricerca di questo apparato venne fatta appunto allo scopo di giungere alla registrazione dei segnali, ciò di cui generalmente difettano i *detector* più sensibili.

In quanto alla sensibilità raggiungibile con apparecchi del genere descritto, basterà osservare che, mentre nell'ammirevole *detector* Marconi la massa di ferro sottoposta temporaneamente all'azione delle onde è almeno dell'ordine del *grammo*, e v'ha inoltre a tener conto delle varie trasformazioni di energia che occorrono per giungere al ronzio emesso dalla

lamina telefonica, nei miei apparecchi invece il filo di ferro sottoposto all'influenza del campo magnetico eccitato dalle onde ha una massa inferiore ai 15 milligrammi sopra una lunghezza tutta attiva di $20 \sim 25$ cm., e non si ha a considerare alcuna trasformazione di energia ulteriore all'effetto delle onde fino alla sensazione ottica registrata. (*Comunicazione preliminare*).

LETTERATURA FISICA

A. Fisica generale.

1. Generalità.

- Ray A. L'énergétique et le mécanisme au point de vue des conditions de la connaissance. *Rev. Philos.* **64**, N. 383, 1907.
- Nicholson J. W. The asymptotic Expansion of Bessel Functions of High order. *Phil. Mag.* (6), **14**, p. 697, 1907.
- Stephenson A. On the Stability of the Steady State of Forced Oscillation. *Phil. Mag.* (6), **14**, p. 707, 1907.
- Poynting J. H. On prof. Lowell's Method for Evaluating the Surface-Temperatures of the Planet's; with an Attempt to Represent the Effect of Day and Night on the Temperature of the Earth. *Phil. Mag.* (6), **14**, p. 749, 1907.
- Whipple F. J. W. Graphical Interpolation. *Nature*. **77**, p. 103, 1907.
- Somigliana C. Sulla teoria maxwelliana delle azioni a distanza. *Rend. Acc. Lincei.* (5), **16**, p. 719. II sem. 1907.
- Miell A. Su alcuni concetti fondamentali di chimica e di filosofia naturale. *Riv. Scient. Industr.* **29**, 15 agosto 1907.
- Miell A. Le basi sperimentali della Scienza e le ipotesi meccanistiche. *Riv. Scient. Industr.* **29**, 15-30 Nov. 1907.
- Lorentz H. A. Das Licht und die Struktur der Materie. *Naturw. Rund.* **22**, p. 637, 1907.
- Richards T. W.; Stull W. N.; Brink F. N.; und Bonnet F. Die Zusammendrückbarkeit der Elemente und ihre periodischen Beziehungen III. *Zeit. f. Phys. Chem.* **61**, p. 77, 100, 171, e IV, p. 183, 1907.
- Müller F. C. G. Kritische Bemerkungen zur neuesten Methode der Einführung der elektromagnetischen Einheiten im Unterricht. *Zeit. f. Phys. u. Chem. Unt.* **20**, pag. 371, 1907.
- Weinwurm E. Die Jonentheorie im Unterricht. *Zeit. f. Phys. u. Chem. Unter.* **20**, p. 398, 1907.
- Comstock D. F. Mass and energy. *Science.* (N. S.). **26**, p. 558, 1907.
- Smoluchowski M. Revue des progrès récents de la Physique. *Museum.* **23**, p. 43, 144, 1907.
- Armsby H. P. A suggestion for a new unit of energy. *Science.* (N. S.). **26**, p. 670, 1907.
- Wiesner V. Die mechanische Energie, das Prinzip der Mechanik. Dresden 1907.
- Poekels F. Zur Frage der Gewichtsänderung von "Sanduhren", während des Fallens der Sandteilchen. *Phys. Zeit.* **8**, p. 943, 1907.
- Guillaume C. E. Les états de la matière. *Rev. gen. des Sciences.* **18**, p. 1005, 1907.

2. Densità.

Rebenstorff H. Verdrängungsapparat und Senkwage mit Zentigrammspindel für Dichtebestimmungen. *Phys. Zeit.* **8**, p. 910, 1907.

3. Meccanica dei solidi. Elasticità. Potenziale.

Hill G. W. Attrazione del segmento sferico omogeneo. *Amer. Journ. of Math.* **29**, N. 4, 1907.

Merrow J. The lateral vibration of bars supported at two points with one end overhanging. *Roy. Soc. London.* 8 Novembre 1907.

Cesàro E. et F. Sur la Mécanique générale. *Compt. Rend.* **145**, p. 1189, 1907.

Steffensen J. F. Ueber die Integration des Dreikörperproblems in der Ebene. *Astr. Nach.* **176**, N. 4214, 1907.

Boys C. V. A diabolò experiment. *Phys. Soc. London.* 22 Nov. 1907.

Wilson H. A. A gyroscope illustrating Brennan's monorailway. *Roy. Soc. London.* 22 Nov. 1907.

Dinnik A. N. Hertz's formula and its experimental Verification. *Journ. de la Soc. phys. chim. Russe.* **38**, p. 242, 1907.

Behlin K. Sur la réduction élémentaire du problème des trois corps. *Scensk. Vetenskapssakad. Handl.* **42**, N. 9, 1907.

Appell P. Ueber das Erlöschen der Reibung. *Bull. Soc. math.* **35**, p. 131, 1907.

Martin H. M. A Point in the mathematical Theory of Elasticity. *Nature.* **77**, p. 198, 1907.

4. Meccanica dei Liquidi. Capillarità.

Beggie T. Integrazione dell'equazione funzionale che regge la caduta di una sfera in un liquido viscoso. *Rend. Acc. Lincei.* (5), **16**, p. 730. II sem. 1907.

Cornish V. Progressive and Stationary Waves in Rivers. *Engineering.* **84**, p. 118, 284, 347, 1907.

Stewart C. B. Submerged Tubes. *Eng. Record.* **56**, p. 352, 1907.

5. Meccanica degli aeriformi.

Wien W. Ueber turbulente Bewegung der Gase. *Phys. Zeit.* **8**, p. 908, 1907.

Russner J. Ueber Meldes Apparat zu Versuchen über Ausfluss von Gasen. *Zeit. f. Phys. u. Chem. Unter.* **20**, p. 383, 1907.

Becker A. Ueber die innere Reibung und Dichte der Bunsenflamme. *Ann. d. Phys.* (4), **24**, p. 823, 1907.

Becker A. Ueber den Luftwiderstand. *Ann. d. Phys.* (4), **24**, p. 863, 1907.

6. Apparecchi.

Perot A. Application de la loi de Poiseuille à la mesure des pressions élevées. *Compt. Rend.* **145**, p. 1157, 1907.

Bairdew L. A micromanometer. *Phys. Soc. London.* 22 Nov. 1907.

Toula F. Hydrostatische Schnellwage. *Min. u. petr. Mitt.* (2), **26**, p. 233, 1907.

Gaede W. Demonstration einer neuen Verbesserung an der rotierenden Quecksilber-Luftpumpe. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **5**, p. 639, 1907.

Biernacki W. Sur un pendule de démonstration. *Wiad. mat.* **10**, p. 1, 1907.

Delury R. E. A Device for preventing Bumping in the Mercury Air Pump. *Phys. Rev.* **25**, p. 495, 1907.

B. Fisica chimica.**1. Generalità. Teoria. Pressione osmotica. Attrito interno.**

- Portevin A. Etat actuel des théories sur l'équilibre du système fer-carbon. *Rev. de Métal.* 4, N. 11, 1907.
- Paternò E. Sulle origini della Stereochimica. *Rend. Acc. Lincei.* (5), 16, p. 717, II sem. 1907.
- Guye P. A. Sur la méthode des densités-limites et son application au poids atomique de l'Azote. *Compt. Rend.* 145, p. 1164, 1907.
- Miell A. Sulla trasmutabilità degli elementi e su una nuova definizione di elemento. *Riv. Scient. Ind.* 29, 31 Ott. 1907.
- v. Wartensberg H. Zur Berechnung von Kohlenwasserstoffgleichgewichten. *Zeit. f. Phys. Chem.* 61, p. 366, 1907.
- Lewis G. N. Outlines of a new system of thermodynamic chemistry. *Proc. Amer. Acad.* 43, pag. 257, 1907.
- Goodwin H. M. and Malley R. D. On the Density, Electrical Conductivity, and Viscosity of Fused salts and their Mixtures. I. *Phys. Rev.* 25, p. 469, 1907.

2. Affinità. Solubilità. Assorbimento. Diffusione.

- Hantzsch A. Ueber den Zustand von Stoffen in absoluter Schwefelsäure. *Zeit. f. Phys. Chem.* 61, p. 257, 1907.
- Centnerszwer M. Ueber Kritische Temperaturen der Lösungen. III. *Zeit. f. Phys. Chem.* 61, p. 356, 1907.
- Travers M. W. Ueber Adsorption und Okklusion. *Zeit. f. Phys. Chem.* 61, p. 241, 1907.
- Freundlich H. Bemerkung zur vorstehenden Abhandlung. *Zeit. f. Phys. Chem.* 61, p. 249, 1907.
- Bruner M. L. und Tellezko St. Ueber die Auflösungsgewindigkeit fester Körper. *Zeit. f. anorg. Chem.* 56, p. 58, 1908.
- Rohland P. Ueber die Adsorptionsfähigkeit der Hydrate des Siliciums, Aluminiums, Eisens. *Zeit. f. anorg. Chem.* 56, p. 46, 1907.
- Ditmar R. Die Absorption von Gasen durch Kautschuchschlauch. *Chem. Zentralbl.* 2, p. 1578, 1907.
- Davis O. C. M. The Absorption of Iodine by Carbon. *Journ. Chem. Soc.* 91, p. 1666, 1907.
- Bain J. W. Mo. Adsorption Formulae. *Journ. Chem. Soc.* 91, p. 1683, 1907.
- Osaka Y. Determination of the Solubility of a given Substance by Means of Pulfrich's Refractometer. *Mem. Coll. of Science. Kyoto.* 1, p. 265, 1907.
- Cuno E. Ueber Lösungen in Gemischen von Alkohol und Wasser. *Verh. Deut. Phys. Ges.* 5, p. 735, 1907.
- van Laar J. J. Les courbes de plissement chez les mélanges binaires des substances normales. *Arch. Mus. Teyler.* (2), 11, p. 51, 1907.
- van der Waals J. D. Une remarque relative à la théorie de la surface pour des mélanges binaires. *Arch. Néerl.* (2), 12, p. 412, 1907.
- van der Waals J. D. La forme de l'isotherme empirique dans la condensation d'un mélange binaire. *Arch. Néerl.* (2), 12, p. 418, 1907.
- Belleo G. Gaz occlus dans les aciers. *Compt. Rend.* 145, p. 1280, 1907.

Bondouard O. Extraction des gaz contenus dans le métaux. *Compt. Rend.* **145**, p. 1283, 1907.

3. Elettrochimica. Elettrolisi.

Mosciaki I. La production de l'acide azotique au moyen de l'air. *Rev. électr.* **8**, N. 92, 1907.

Steele B. D. Elettrolisi delle soluzioni saline nel SO_2 liquido a basse temperature. *Chem. News.* **96**, N. 2502, 1907.

Frary F. C. Analisi rapida coll'elettrolisi senza elettrodi giranti. *Journ. of Amer. Chem. Soc.* **29**, N. 11, 1907.

Smith F. E. The silver Voltameter. *Roy. Soc. London.* 7 Nov. 1907.

Smith F. E. and **Mather T.** A determination of the Electrochemical Equivalent of Silver. *Roy. Soc. London.* 7 Nov. 1907.

Smith F. E. and **Lowry T. M.** The chemistry of Silver Voltameter. *Roy. Soc. London.* 7 Nov. 1907.

Kohbrausch F. und **Weber R. H.** Elektrochemisches Aequivalent und Temperatur. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **5**, p. 681, 1907.

Lorenz R. Die elektrolytische Dissoziation geschmolzener Salze. *Chem. Ber.* **40**, pag. 4378, 1907.

Lewis H. F. The effect of acetone on the transport numbers of Sodium and Potassium chlorides in aqueous solution. *Journ. Chem. Phys.* **11**, p. 569, 1907.

van der Ven E. Sur une relation entre les valeurs k des solutions salines. *Arch. Mus. Teyler.* (2) **11**, p. 115, 1907.

Gross T. Versuche über die chemische Zerlegung des Pt durch Wechselstrom. *Elektrochem. Zeit.* **14**, p. 146, 1907.

Franklin E. C. und **Gibbs H. D.** Die elektrische Leitfähigkeit von Methylaminlösungen. *Journ. Amer. Chem. Soc.* **29**, p. 1389, 1907.

— American Investigations on electrolytic conductivity. *Nature*, **77**, p. 213, 1907

4. Fotochimica.

Lasareff P. Ueber das Ausbleichen von Farbstoffen im sichtbaren Spektrum. *Ann. d. Phys.* (4), **24**, p. 661, 1907.

5. Termochimica.

Falk K. G. Temperatura d'ignizione dei miscugli gassosi. *Journ. of the Amer. Chem. Soc.* **29**, N. 11, 1907.

Richards T. W. und **Wrede F.** Die Umwandlungstemperatur des $(\text{MnCl}_2 + 4\text{H}_2\text{O})$. *Zeit. f. Phys. Chem.* **61**, p. 313, 1907.

Dixon H. B. und **Bradshaw L.** Ueber die Explosion von reinem Knallgas. *Zeit. f. Phys. Chem.* **61**, p. 373, 1907.

Bradshaw L. Die Entzündung von Gasgemischen durch Kompression. *Zeit. f. Phys. Chem.* **61**, p. 376, 1907.

von Laar J. J. Ueber Mischungswärmen von Wasser und Alkohol. *Zeit. f. Phys. Chem.* **61**, p. 255, 1907.

Mieli A. Sulle curve della potenza istantanea di calore determinate dalle reazioni chimiche. *Gazz. Chim. It.* **27**, p. 636, 1907.

- Franklin E. C. and Kraus C. A. Experimental determination of the heat of volatilization of liquid Ammonia and its boiling-point at atmospheric pressure. *Journ. Phys. Chem.* 11, p. 553, 1907.

6. Struttura. Cristallografia.

- Vorländer D. Systembestimmung und Achsenbilder flüssiger Kristalle. *Zeit. f. Phys. Chem.* 61, p. 166, 1907.
- Jaeger F. M. Ein Beitrag zur Theorie von Barlow und Pope. *Zeit. f. Kryst.* 44, pag. 61, 1907.
- Limmer F. Ueber Kristallisierten Platin. *Chem. Zeit.* 31, p. 1025, 1907.
- Vorländer D. Ueber Polymorphie der Flüssigkeiten. *Chem. Ber.* 40, p. 4527, 1907.

C. Acustica.

1. Acustica fisica.

- Athanasiadis. Flammes sonnantes et tubes à flammes à plusieurs sons. *Compt. Rend.* 145, p. 1148, 1907.
- Muraoka H. Simple Method of Fixing the Octave of the Prime of a Compound Tone. *Mem. Coll. Scien. and Eng. Kyoto.* 1, 3, p. 211, 1907.
- Kielhauser E. A. Die Stimmgabel, ihre Schwingungsgesetze und Anwendungen in der Physik. VIII+188 p. Leipzig. Teubner, 1907.
- Schaefer K. L. Ueber neuere Untersuchungen zugunsten der Helmholtzschen Resonanzhypothese. *Verh. D. otolog. Ges. Bremen.* Maggio. 1907.
- Stücker N. Ueber die Lage der Knotenpunkte in einseitig geschlossenen Röhren. *Wien. Anz.* p. 423, 1907.
- Geigel R. Vorläufige Mitteilung über einige akustische Versuche. *Mitt. d. naturw. Ver. Aschaffenburg.* 6, p. 67, 1907.
- Schulze F. A. Einige neue Methoden zur Bestimmung der Schwingungszahlen höchster hörbarer und unhörbarer Töne. *Ann. d. Phys.* (4), 34, p. 785, 1907.

2. Acustica musicale.

- Marage M. Momentphotographien der Grundschwingungen des gesungenen und gesprochenen Wortes. *Bull. Soc. Philomat.* (9), 9, o. 11, 1907.
- Eijkman L. P. H. Description phonétique des sons de la langue frisonne parlée à Grouw. *Arch. Mus. Teyler.* (2), 11, p. 1, 1907.

3. Acustica fisiologica.

4. Apparecchi.

D. Calore.

1. Teoria meccanica del calore.

- Lewis G. N. Umriß eines neuen Systems der chemischen Thermodynamik. *Zeit. f. Phys. Chem.* 61, p. 129, 1907.
- Schoentjes H. Quelques leçons de Thermodynamique. 113 p. Gand. 1907.
- Bose E. Zur Thermodynamik inhomogener Gemische II. *Phys. Zeit.* 8, p. 951, 1907.

2. Teoria cinetica della materia.

3. Dilatazione e termometria.

- Féry C. Sur la température des gaz dans les tubes à vide. *Journ. de Phys.* (4), 6, p. 979, 1907.
- Schoel K. Ueber die Ausdehnung des Quarzglases. *Verh. Deut. Phys. Ges.* 5, p. 718, 1906.
- Kuribaum F. Temperaturmessung auf physiologischem Gebiet mit Hilfe der Strahlung. *Verh. Deut. Phys. Ges.* 5, p. 722, 1907.
- Becker J. Das Le Chatelliersche Pyrometer in seiner neuen Quarzglasmontierung. *Journ. f. Gasbel.* 50, p. 895, 1907.

4. Calorimetria.

- Smith R. H. Chaleur spécifique de la vapeur surchauffée. *Bull. Soc. Encour. p. Ind. nat.* 106, N. 8, 1908.
- Locher E. Ueber die Bestimmung der Abhängigkeit der spezifischen Wärme von der Temperatur. *Verh. Deut. Phys. Ges.* 5, p. 647, 1907.
- Behn U. und Geiger H. Ueber eine Modifizierung der Kundtschen Methode zur Erzeugung von Staubfiguren durch stehende Wellen und über eine neue Bestimmung von $\frac{C_p}{C_v}$ für Helium. *Verh. Deut. Phys. Ges.* 5, p. 657, 1907.
- Ottolenghi D. Ricerche sperimentali sulla conducibilità termica e sul calore specifico dei tessuti di lana e di cotone. *Mem. di Torino.* (2), 57, p. 97, 1907.
- Koch P. P. Ueber die Abhängigkeit des Verhältnisses der spezifischen Wärme in trockener kohlensäurefreier atmosphärischer Luft vom Druck und Temperatur. *Münch. Ber.* p. 175, 1907.
- Thun A. Untersuchungen über die Abhängigkeit der spezifischen Wärme des Na und Li von der Temperatur und Bestimmung des Wärmeausdehnungskoeffizienten, des Schmelzpunktes und der latenten Schmelzwärme des Li. Diss. Zürich, 1907.

5. Cambiamenti di stato. Proprietà dei vapori e dei gas.

- Girard J. Élévation du point de fusion des matières grasses industrielles. *Le Gén. Civil.* 52, N. 1, 1907.
- Ruff O. A. Graf H. Sur la manière dont se comporte le soufre vis-à-vis de l'eau et sur les tensions de vapeur du soufre entre 78° et 120°. *Ber. d. Deut. Chem. Ges.* 40, N. 14, 1907.
- Blackman P. A new method suggested for determining vapour-densities. *Chem. News.* 96, p. 223, 1907.
- Kamerlingh Onnes H. and Fabius G. H. Repetition of de Heen's and Tichner's experiments on the critical state. *Proc. Amsterdam.* 10, p. 215, 1907.
- van der Waals J. D. Contribution to the theory of binary mixtures. *Proc. Amsterdam.* 10, p. 183, 1907.
- Barus C. The Decay of Ionized Nuclei in the Fog Chamber, in the Lapse of Time. *Sill. Journ.* (4), 24, p. 419, 1907.
- Claude G. Ueber die zwei bei der Luftverflüssigung angewandten Arten der Entspannung. *Zeit. f. Kompr. u. flüss. Gase.* 10, p. 176, 1907.
- Olszewski K. La température d'inversion du phénomène Joule-Kelvin dans l'air e dans l'azote. *Chem. pols.* 7, p. 121, 1907.

Moss S. A. General Law for Vapor Pressures II. *Phys. Rev.* **25**, p. 453, 1907.

Zeleny J. The Vapor-pressure of Carbonic Acid. *Phys. Rev.* **25**, p. 490, 1907.

Boss E. Ueber eine neue Dampfdruckinterpolationsformel. *Phys. Zeit.* **8**, p. 944, 1907.

6. Sorgenti di calore.

7. Conducibilità termica.

Lauricella G. Applicazione della teoria di Fredholm al problema del raffreddamento dei corpi. *Ann. d. Matem.* (3), **14**, N. 2, 1907.

8. Calore raggiante.

9. Apparecchi ed applicazioni termiche.

Callendar C. and Dalby W. S. On the measurement of Temperatures in the Cylinder of a Gas Engine. *Roy. Soc. London.* 20 Giugno 1907.

Mast S. O. A simple electric thermoregulator. *Science.* (N. S.) **26**, p. 554, 1907.

E. Ottica.

1. Teoria. Generalità.

Planck M. Zur Theorie der Dispersion. *Phys. Zeit.* **8**, p. 906, 1906.

Ewell A. W. Rappresentazione geometrica di Gibbs del fenomeno della riflessione della luce. *Amer. Journ. of Science.* (4), **24**, N. 143, 1907.

Natanson L. Beitrag zur elektromagnetischen Theorie der Extinktion und Dispersion in gasförmigen Stoffen. *Zeit. f. Phys. Chem.* **61**, p. 321, 1907.

Schott G. A. Ueber die Strahlung von Elektronengruppen. *Ann. d. Phys.* (4), **24**, p. 635, 1907.

Erlie H. Optische Eigenschaften und Elektronentheorie. *Ann. d. Phys.* (4), **24**, p. 672, 1907.

Erlie H. Nachtrag zur Berechnung der Loschmidschen Zahl aus den Konstanten der Dispersionsformel. *Ann. d. Phys.* (4), **14**, p. 709, 1907.

Schericht W. Die Wellenfläche zweier leuchtender Punkte in einem isotropen Medium. 65 p. Jena, 1907.

2. Propagazione della luce, riflessione, rifrazione, dispersione, assorbimento, emissione.

Byk A. Die Absorption komplexer Cu-verbindungen in Violett und Ultraviolett. *Zeit. f. Phys. Chem.* **61**, p. 1, 1907.

Queisser F. Optische Umkehrersuche. *Zeiti. f. Phys. u. Chem. Unter.* **20**, p. 384, 1907.

Chéneveau C. Sur la réfraction et la dispersion des corps à l'état dissous. *Radium.* **4**, p. 261, 1907.

Bequerel J. Influence des variations de température sur l'absorption dans les corps solides. *Radium.* **4**, p. 328, 1907. *Phys. Zeit.* **8**, p. 929, 1907.

Bequerel J. Influence des variations de température sur la dispersion anormale dans les cristaux. *Radium.* **4**, p. 333, 1907.

Morse L. B. The selective Reflection characteristic of Salts of Carbonic and other Oxygen acids. *Phys. Rev.* **25**, p. 500, 1907.

Chéneveau C. Influence de la température sur les propriétés optiques des corps dissous. *Compt. Rend.* **145**, p. 1332, 1907.

3. Spettroscopia.

- Castelli E. Gradual modification of the First Linear Spectra of Emission of Mercury. *Phil. Mag.* (6). **14**, p. 734, 1907.
- Paschen F. Ueber reine Temperaturstrahlung. *Phys. Zeit.* **8**, p. 907, 1907.
- De Gramont A. Appareil destiné à la production des spectres d'étincelle des solutions. *Compt. Rend.* **145**, p. 1170, 1907.
- Schön F. Beiträge zur Kenntniss der anomalen Dispersion von Metaldämpfen. *Zeit. für wiss. Phot.* **5**, p. 397.
- Anderson J. A. Absorption and Emission Spectra of Neodymium and Erbium Compounds. *Astrophys. Journ.* **26**, p. 73, 1907.
- Muthmann W. Weiss L. und Hiramhof H. Absorption and Reflection Spectra of some Rare Earths. *Lieb. Ann.* **355**, p. 165, 1907.
- Miethe A. Ueber das Spektrum des Rubins. *Verh. Deut. Phys. Ges.* **5**, p. 715, 1907.
- Hemsalech G. A. et De Wailleville C. Sur les spectres de flamme obtenus par voie électrique. *Compt. Rend.* **145**, p. 1268, 1907.

4. Sorgenti luminose. Fotometria.

- Denayrouze L. Sur l'emploi des hydrocarbures lourds pour l'éclairage. *Compt. Rend.* **145**, p. 1159, 1907.
- v. Czudnochowski W. B. Ein Gitterphotometer. *Verh. Deut. Phys. Ges.* **5**, p. 729, 1907.
- Wild L. W. The sensitiveness of Photometers. *Electrician.* **60**, p. 132, 1907.
- Edgoumbe K. Sensitiveness of Photometers. *Electrician.* **60**, p. 178, 1907.

5. Luminescenza.

- De Kowalski J. Étude sur la luminescence. *Radium.* **4**, p. 229, 1907.
- Urban G. La phosphorescence des corps inorganiques. *Rev. Scient.* (5), **8**, p. 769, 801, 1907.
- Beljaeff N. T. Thermoluminescent Limestone. *Journ. de la Soc. Phys. Chim. Russe.* **38**, p. 1240, 1907.
- Ley H. und Gorke H. Ueber einen Apparat zur vergleichenden Beobachtung von Fluoreszenzerscheinungen. *Chem. Ber.* **40**, p. 4473, 1907.
- Gehrke E. und Reichenheim O. Ueber die Fluoreszenzfarben des Glases unter der Wirkung von Kathodenstrahlen. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **5**, p. 593, 1907.
- Kowalski J. Sur la phosphorescence à basse température. *Compt. Rend.* **145**, p. 1270, 1907.

6. Fotografia.

- Lehmann H. Ueber die direkten Verfahren der Farbenphotographie nach Lippmann und Lumière. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **5**, p. 624, 1907.
- v. Oppolzer E. R. Ueber die photographische Lichtstärke von Fernrohren. *Wien. Ber.* **116**, p. 1187, 1907.

7. Interferenza. Diffrazione.

- Lane M. Thermodynamische Betrachtungen über Interferenzerscheinungen. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **5**, p. 606, 1907.
- Giesing E. Untersuchungen über Reflexionsbeugungsgitter mit Rücksicht auf ihre Brauchbarkeit zur absoluten Messung von Lichtwellenlängen. 46 p. Tübingen, 1907.

8. Ottica dei cristalli, birifrangenza, polarizzazione.

- Whitwell C. T. Reflection of Polarised Light. *Nature*. **77**, p. 108, 1907.
 Siedentopf H. Ueber künstlichen Dichroismus von blauem Steinsalz. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **5**, p. 621, 1907.
 Baumhauer H. Ueber die Doppelbrechung und Dispersion bei einigen Platindoppelcyaniden. *Zeit. f. Kryst.* **44**, p. 23, 1907.

9. Rotazione del piano di polarizzazione.

- Hudson C. S. La catalyse par les acides et les bases de la mutarotation du glucose. *Journ. Amer. Chem. Soc.* **29**, N. 11, 1907.
 Sherry R. M. Optical rotatory power of liquid ammonia, methylamine, and sulfur dioxide solutions. *Journ. Phys. Chem.* **11**, p. 559, 1907.
 Winther C. Bidrag til den optiske drejnings Teori. 156 p. Kjøbenhavn. 1907.

10. Ottica fisiologica.

- Amar J. Effets de la lumière sur la vision. *Compt. Rend.* **145**, p. 1219, 1907.
 v. Rohr M. Ueber Einrichtungen zur subjektiven Demonstration der verschiedenen Fälle der durch das beidäugige Sehen vermittelten Raumansehnung. *Zeit. f. Sinnesphysiolog.* **41**, p. 408, 1907.
 Tufts F. L. Spectrophotometry of Normal and Color-blind Eyes. *Phys. Rev.* **25**, pag. 493, 1907.

11. Apparecchi.

- v. Rohr M. Die binokularen Instrumente. VIII+223 p. Berlin, 1907.
 Krüss H. und Krüss P. Photometrierstativ für hängendes Gasglühlicht. *Journ. of Gasbel.* **50**, p. 1017, 1907.

F. Magnetismo.**1. Generalità. Teoria.****2. Misura. Apparecchi.**

- Weiss P. L'intensité d'aimantation à saturation du Fe et du Ni. *Compt. Rend.* **145**, p. 1155, 1907.
 Shuddemagen C. L. P. The demagnetizing factors for cylindrical iron rods. *Proc. Amer. Acad.* **43**, p. 183, 1907.
 Tänzler P. Das magnetische Verhalten von Luft, Argon, und Helium in Beziehung zu Sauerstoff. *Ann. d. Phys.* (4), **24**, p. 931, 1907.
 Bauer L. A. Results of careful Weighings of a magnet in various magnetic Fields. *Phys. Rev.* **25**, p. 498, 1907.

G. Elettricità.**1. Teoria.**

- Richardson L. F. A freehand graphic way of determining stream surfaces and equipotentials. *Phys. Soc. London*. 8 Novembre 1907.
 Stark J. Elementarquantum der Energie, Modell der negativen und der positiven Elektrizität. *Phys. Zeit.* **8**, p. 881, 1907.
 Schallers V. Le nombre des électrons libres des métaux et la série électromotrice. *Compt. Rend.* **145**, p. 1144, 1907.

- Silberstein L. Nachtrag zur Abhandlung über Elektromagnetische Grundgleichungen in

div

divektorieller Behandlung. *Ann. d. Phys.* (4), **24**, p. 783, 1907.
- Kaufmann W. Bemerkungen zu Herrn Plancks: "Nachtrag zu der Besprechung der Kaufmannschen Ablenkungsmessungen". *Verh. des Deut. Phys. Ges.* **5**, p. 667, 1907.
- Hannl L. Kinematische Interpretation der Maxwellschen Gleichungen mit Rücksicht auf das Reziprozitätsprinzip der Geometrie. *Wien. Anz.* p. 398, 1907.
- Lindemann F. Zur Elektronentheorie. *Münch. Ber.* p. 177, 1907.
- Lindemann F. Ueber die Bewegung der Elektronen. *Münch. Ber.* p. 173, 1907.
- Sommerfeld A. Ueber die Bewegung der Elektronen. *Münch. Ber.* p. 155, 1907.

2. Elettrostatica. Macchine Elettriche.

- v. Schweidler E. Studien über die Anomalien im Verhalten der Dielektrika. *Ann. d. Phys.* (4), **24**, p. 711, 1907.
- Dreks H. Die Wirkungsgrösse der statischen Elektrizität. *Zeit. f. Phys. u. Chem. Unter.* **20**, p. 369, 1907.
- Jervis-Smith F. J. Sulphur as an Insulator. *Nature.* **77**, p. 149, 1907.
- Grover F. W. Simultaneous measurement of the Capacity and Power factor of condensers. *Bull. Bureau of Stand.* **3**, p. 371, 1907.
- Ulmer F. Bestimmung der Dielektrizitätskonstanten von Hölzern mittels elektrischer Schwingungen. 88 p. Berlin, 1907.
- Russel A. The dielectric strength of insulating materials and the grading of cables. *Electrician.* **60**, p. 160, 1907.
- Malolés L. Les diélectriques liquides. *Compt. Rend.* **145**, p. 1326, 1907.

3. Scariche elettriche attraverso conduttori e dielettrici.

- Righi A. Sulla deviazione degli ioni generanti le scintille dovuta ad un campo elettrico trasversale. *Mem. Acc. Bologna.* (6), **4**, p. 253, 1907.
- Markau K. Anwendung der Hg-Lampo als Funkenstrecke. *Verh. Deut. Phys. Ges.* **5**, p. 700, 1907.
- Tilla A. Untersuchungen über die Entladungspotentiale in Gasen und Dämpfen. *Ann. Soc. Scient. de Bruxelles.* **31**, p. 144, 1907.
- Teopler M. Ueber gleitende Entladung. *Phys. Zeit.* **8**, p. 919, 1907.
- Elekheff W. Ueber eine Methode um die Entladungen von Kondensatorkreisen mit Funkenstrecken regelmässiger zu gestalten. *Phys. Zeit.* **8**, p. 923, 1907.
- Benischke G. Ueber das Sprühen von Kondensatoren. *Phys. Zeit.* **8**, p. 924, 1907.

4. Sorgenti di elettricità. Polarizzazione.

- Smith F. E. On the Normal Weston Cadmium Cell. *Roy. Soc. London.* 7 Nov. 1907.
- Delury R. E. A transportable Form of Standard Cell. *Phys. Rev.* **25**, p. 492, 1907.
- Brown F. C. and Stebbins J. The variation of the Light sensitiveness of the Selenium Cell with pressure. *Phys. Rev.* **25**, p. 501, 1907.
- Merritt E. The recovery of Selenium Cells after Exposure to Light. *Phys. Rev.* **25**, p. 502, 1907.
- Brown F. C. and Stebbins J. The effect of Radium on the Resistance of the Selenium Cell. *Phys. Rev.* **25**, p. 505, 1907.

5. Conducibilità. Resistenza.

Kamerlingh Onnes H. and Clay J. On the change of the resistance of the metals at very low temperatures and the influence exerted on it by small amounts of admixtures. *Proc. Amsterdam*. 10, p. 207, 1907.

Röhm C. R. Die elektrische Leitfähigkeit einiger Carbide und die Vorstufen der Metallfadenglühlampen. *Chem. Zeit.* N. 79, 1907.

6. Fenomeni termici.

Studfe H. Ueber Beziehungen der Thermo- und Triboelektrizität zur Elektrophysiologie. Berlin. H. Kurtzig, 1908.

7. Fenomeni luminosi.

Cady W. G. und Arnold H. D. Ueber den elektrischen Lichtbogen zwischen Metallelektroden. *Phys. Zeit.* 8, p. 890, 1907. *The Amer. Journ. of Science.* (4), 24, N. 143, 1907.

Aston F. W. Experiences sur la longueur de l'espace obscur. *Radium*. 4, p. 275, 1907.

Bary P. Sur les effets de la striction électro-magnétique dans les tubes à vide. *Radium*. 4, p. 328, 1907.

Guye C. E. et Zehrikoff L. Sur la différence de potentiel de l'arc à courant continu entre électrodes métalliques. *Arch. de Genève.* (3), 24, p. 549, 1907.

Goldstein E. Ueber das Auftreten roten Phosphoreszenzlichtes an Geisslerschen Röhren. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* 5, p. 598, 1907.

8. Elettromagnetismo, para e diamagnetismo.

9. Elettrodinamica e induzione.

Espurz D. Deduzione elementare della formola di Laplace sull'azione fra un campo magnetico e un elemento di corrente. *Ann. de la Soc. Espan. de Fis. y Quim.* 5, N. 46, 1907.

Cohen L. Self-inductance d'un solénoïde d'un nombre quelconque de couches. *Electr. World*. 50, N. 17, 1907.

Sommerfeld A. Ueber den Wechselstromwiderstand der Spulen. *Ann. d. Phys.* (4), 24, p. 609, 1907.

Grimsehl E. Nachweis der Proportionalität zwischen der Stärke eines Stromes und der Stärke eines Magnetfeldes. *Zeit. f. Phys. u. Chem. Unter.* 20, p. 379, 1907.

Niebuhr H. Experimentaluntersuchungen über die Selbstinduktion in Nuten gebetteter Spulen bei hoher Frequenz. III-59 p. Berlin. J. Springer, 1907.

Humphreys W. J. Note on the magnetic field due to an electric current in a straight wire. *Science.* (N. S.), 26, p. 417, 1907.

v. Czudnochowski W. B. Ueber die gegenseitige Beeinflussung in Reihe geschalteter Induktionsapparate. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* 5, p. 725, 1907.

Strasser B. Ueber die Bestimmung des Selbstinduktionskoeffizienten von Solenoiden. *Ann. d. Phys.* (4), 24, p. 960, 1907.

10. Oscillazioni elettriche.

Fleming J. A. On magnetic Oscillators as Radiators in Wireless Telegraphy. *Phil. Mag.* (6), 14, p. 677, 1907.

- Dieckmann M.** Ueber zeitliche Beziehungen von Schwingungen in Kondensatorkreisen. *Ann. d. Phys.* (4) **24**, p. 771, 1907.
- Bangert K.** Versuche zum Nachweis der magnetischen Kraft bei elektromagnetischen Wellen auf Drähten. *Zeit. f. Phys. u. Chem. Unt.* **20**, p. 364, 1907.
- Zillich A.** Apparat zum Nachweis, dass Hochfrequenz-Ströme sich hauptsächlich an der Oberfläche des Leiters bewegen. *Zeit. f. Phys. u. Chem. Unter.* **20**, p. 386, 1907.
- Simon T. H.** Ueber die Wirkung des Magnetfeldes bei der Erregung ungedämpfter Schwingungen mit Hilfe des Lichtbogens. *Elektr. Zeit.* **28**, p. 1232, 1907.
- Madden W. M.** Theory of electric oscillators. *Electrician.* **60**, p. 102, 1907.
- Fleming J. A.** Theory of electric oscillators. *Electrician.* **60**, p. 102, 1907.
- Madden W. M.** Propagation of Electric Waves. *Electr. Rev.* **61**, p. 200, 1907.
- Corbino O. M.** Zur Erzeugung von Wechselströmen beliebiger Periodenzahl. *Phys. Zeit.* **8**, p. 924, 1907.
- v. Trautenberg H. R. und Monasch S.** Ueber die Verwendung kontinuierlicher elektromagnetischer Schwingungen bei Dämpfungsmessungen. *Phys. Zeit.* **8**, p. 925, 1907.

11. Magneto-ed elettro-ottica.

- Bequerel J.** Sur l'emploi des très basses températures pour l'analyse spectrale et pour l'étude des phénomènes magnéto-optiques dans les solutions. *Compt. Rend.* **145**, p. 1150, 1907.
- Gelger L.** Beiträge zur Kenntnis der Begleiterscheinung des inversen longitudinalen Zeemaneffektes. 58 p. Leipzig, 1907.
- Stark J.** Beziehung des Dopplereffektes bei Kanalstrahlen zur Planckschen Strahlungstheorie. *Phys. Zeit.* **8**, p. 913, 1907.
- Fredenhagen C.** Die Emissionsursache der Hauptserielinien der Alkalimetalle und der Dopplereffekt an den Kanal- und Anodenstrahlen. *Phys. Zeit.* **8**, p. 927, 1907.

12. Raggi Catodici, Röntgen, ecc.

- Walter B.** Ueber die Vorgänge in der Röntgenröhre. *Fort. a. d. Geb. d. Röntgenstrahlen.* **11**, 1907.
- Walter B.** Die Aufsuchung der Durchschlagstelle einer Röntgenröhre. *Fort. b. a. Geb. d. Röntgenstrahlen.* **11**, 1907.
- Walter B.** Ueber die Strahlungsregionen der Röntgenröhren und die Absorption ihrer Glaswand. *Fort. a. d. Geb. d. Röntgenstrahlen.* **11**, 1907.
- Stradling G. F.** A Résumé of the Literature of the X Rays. *Journ. Franklin Inst.* **164**, p. 177, 1907.
- Richardson O. W.** The Wehnelt Kathode in a High Vacuum. *Nature.* **77**, p. 197, 1907.

13. Radioattività e ionizzazione.

- Munoz del Castillo J. Cebrian F. Gallas G. e Peset J.** Sulla radioattività delle acque di Leriz. *Ann. de la Soc. Espan. de Fis. y Quim.* **5**, N. 46, 1907.
- Hahn O.** Les travaux sur la radioactivité de mai à octobre 1907. *Zeit. f. Elektrochem.* **13**, N. 45, 1907.
- Allen S. J.** A Null Instrument for measuring ionisation. *Phil. Mag.* (6), **14**, p. 712, 1907.
- Eve A. S.** On the Amount of Radium Emanation in the Atmosphere near the Earth's Surface. *Phil. Mag.* (6), **14**, p. 724, 1907.

- Rutherford E. The Production and Origin of Radium. *Phil. Mag.* (6), **14**, p. 783, 1907.
- Mc Lennan J. C. On the Radioactivity of Lead and other Metals. *Phil. Mag.* (6), **14**, p. 760, 1907.
- Sarasin E. et Tommasina T. Sur le dédoublement de la courbe de désactivation de la radioactivité induite. *Arch. de Genève.* (4), **24**, p. 437, 1907.
- Boltwood B. B. Mitteilung über ein neues radioactives Element. *Phys. Zeit.* **8**, p. 884, 1907.
- Bragg W. H. Ueber die Zerstreung der α -Strahlen. *Phys. Zeit.* **8**, p. 886, 1907.
- Jentsch F. Die Radioaktivität der Kissinger Heilquellen. *Phys. Zeit.* **8**, p. 887, 1907.
- Curie S. Sur la condensation de la vapeur d'eau en présence de l'émanation du Radium. *Compt. Rend.* **145**, p. 1145, 1907.
- Gieditsch. Sur le Li contenu dans le minéraux radioactifs. *Compt. Rend.* **145**, p. 1148, 1907.
- Blanc A. Action d'un champ magnétique sur l'air ionisé en mouvement. *Radium.* **4**, p. 181, 1907.
- De Broglie M. Recherches sur la formation des centres électrisés de faible mobilité dans le gaz. *Radium.* **4**, p. 184, 1907.
- Godlewski T. Recherches sur les propriétés de l'actinium. *Radium.* **4**, p. 194, 1907.
- Campbell N. R. et Wood A. La radioactivité des métaux alcalins. *Radium.* **4**, p. 199, 1907.
- Debierne A. Sur le coefficient de diffusion dans l'air de l'émanation de l'actinium. *Radium.* **4**, p. 218, 1907.
- Makower W. et Russ S. Effet des hautes températures sur l'émanation du Radium et de ses produits. *Radium.* **4**, p. 235, 1907.
- Thomson J. J. Sur les rayons d'électricité positive. *Radium.* **4**, p. 239, 1907.
- Laby H. Ionisation totale de différent gaz par les rayons α de l'Uranium. *Radium.* **4**, p. 253, 1907.
- De Broglie M. Les centres neutres des gaz issus des flammes. *Radium.* **4**, p. 259, 1907.
- Kleeman K. D. Sur l'ionisation des différents gaz par le rayons α , β et γ . *Radium.* **4**, p. 268, 1907.
- De Broglie M. Les centres neutres dans les gaz et l'ionisation par barbotage. *Radium.* **4**, p. 285, 1907.
- Kolowrat L. Sur le dégagement de l'émanation par les sels de Radium à diverses températures. *Radium.* **4**, p. 317, 1907.
- Curie S. Sur le poids atomique du Radium. *Radium.* **4**, p. 349, 1907.
- Moulin M. Sur les rayons secondaires des rayons α . *Radium.* **4**, p. 354, 1907.
- Cunningham J. A. et Munkerji C. Charge électrique des gaz récemment préparés. *Radium.* **4**, p. 354, 1907.
- Joly J. The radioactivity of sea water. *Roy. Dublin Soc.* 19 Nov. 1907.
- Wild H. The atomic weight of Radium. *Manchester Phil. Soc.* 29 Ottobre 1907.
- Rutherford E. The production and origin of Radium. *Manchester Phil. Soc.* 29 Ottobre 1907.
- Deininger F. Ueber den Austritt negativer Ionen aus einigen glühenden Metallen und aus glühenden Calciumoxyd. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **5**, p. 674, 1907.
- Hahn O. Ueber die Muttersubstanz des Radiums. *Chem. Ber.* **40**, p. 4415, 1907.

- Geckel A. Sur l'émanation radioactive contenue dans l'atmosphère. *Arch. Sc. Phys. et Nat.* (4), **24**, p. 386, 1907.
- Greinsacher H. Radium. Gemeinverständliche Darstellung. 64 p. Leipzig. Veit & Co. 1907.
- Joly J. The distribution of Radium in the rocks of the Simplon tunnel. *Science*. (N. S.) **26**, p. 518, 1907.
- Hortynski F. Sur le rôle cosmique du Radium. *Kosmos*. **32**, p. 51, 1907.
- Onnen M. F. Voorloopig onderzoek naar de aanwezigheid van radioactieve Stoffen in Nederlandsch Oost-Indië. *Nat. Tijds. voor. Neder. Indië*. **66**, p. 251, 254, 259, 1907.
- Hess V. F. Analyse der Strahlung der Radiobleis. *Ak. Wiss. Wien*. 14 Nov. 1907.

14. Elettrotecnica. Telefonia e Telegrafia.

- Gradenwitz A. La téléphotographie perfectionné de Korn. *Electr. Rev.* **61**, N. 1562, 1907.
- Abraham H. et Devaux-Charbonnel. Propagation des courants téléphoniques sur les lignes souterraines. *Compt. Rend.* **145**, p. 1159, 1907.
- Russel A. La force diélectrique des matières isolantes et la graduation des câbles. *Electr. Rev.* **61**, N. 1565, 1907.
- Berg E. J. Constantes des câbles et conducteurs magnétiques. *Proc. Amer. Inst. of Electr. Eng.* **26**, N. 10, 1907.
- Schapiro C. et Liwe S. Essais de téléphonie sans fil. *Eclair. Electr.* **53**, p. 420, 1907.
- Boulanger J. et Ferrié G. La Télégraphie sans fil. VI—356 p. Nancy. Berger-Lewault. 1907.
- Weinberg F. Termophonie und ihre Anwendung im Gebiete stetiger elektrischer Schwingungen. *Elektr. Zeit.* **28**, p. 1095, 1907.
- Fessenden B. A. Long distance wireless telephony. *Electrician*. **59**, p. 985, 1907.
- Abraham H. et Devaux Charbonnel. Les conditions de rendement maximum pour les appareils téléphoniques. *Compt. Rend.* **145**, p. 1327, 1907.

15. Unità.

- Rosa E. B. and Dorsey M. E. A new determination of the ratio of the electromagnetic to the electrostatic unit of electricity. *Bull. Bureau of Standards*. **3**, p. 541, 1907.
- Rosa E. B. and Dorsey M. E. A comparison of the various methods of determining the ratio of the electromagnetic to the electrostatic unit of electricity. *Bull. Bureau of Standards*. **3**, p. 605, 1907.

16. Misura. Apparecchi.

- Fredenhagen C. Resistenza regolabile e trasportabile per laboratorio. *Zeit. f. Elektrochem.* **13**, N. 46, 1907.
- Lütke H. Ein Farbgalvanoskop. *Zeit. f. Phys. u. Chem. Unter.* **20**, p. 345, 1905.
- Ströman A. Ein Demonstrationselement und eine Spannungsbatterie. *Zeit. f. Phys. u. Chem. Unter.* **20**, p. 861, 1907.
- Nesper E. Die Frequenzmesser und Dämpfungsmesser der Strahlentelegraphie. X+250 p. Leipzig, 1907.
- Selesman H. G. Electricity meters. X+324 p. London. Griffin & C. 1907.

Glebe E. Messung inductiver Widerstände mit hochfrequenten Wechselströmen. *Ann. d. Phys.* (4), **24**, p. 941, 1907.

H. Fisica terrestre e Meteorologia.

1. Generalità. Teoria.

- Gallenkamp W. Sur la mesure de l'évolution de la pluie. *Rev. néphol.* N. 22, 1907.
 Okada T. Vitesse de chute des gouttes de pluie. *Rev. néphol.* N. 22, 1907.
 Trabert W. Eine mögliche Ursache der geringen Temperaturabnahme in grossen Höhen. *Met. Zeit.* **24**, p. 504, 1907.
 Strachan R. Indications of approaching frost. *Roy. Met. Soc. London.* 20 Nov. 1907.
 Fergusson S. P. Meteorological phenomena on mountain summits *Scient. Amer. Supp.* N. 1645, 1907.
 Lockyer W. J. S. Some barometric and rainfall changes of an oscillatory nature. *Brit. Ass. Rep.* p. 501, 1907.
 Henriot H. Contribution à l'étude de l'air atmosphérique. 92 p. Paris, 1907.
 Oroolaga J. M. La prevision del tiempo. 43 p. S. Sebastian, 1907.
 Guilbert G. Principles of forecasting the weather. *Month. Weath. Rev.* **35**, p. 211, 1907.
 Garriett E. B. Forecast and warnings. *Month. Weath. Rev.* **35**, p. 205, 1907.
 Fassig O. Guilbert's rules for weather prediction. *Month. Weath. Rev.* **35**, p. 210, 1907.
 Spitaler R. Die Achsenschwankungen der Erde als Ursache geotektonischer Vorgänge. *Wien. Ber.* **116**. Aprile 1907.
 Sutton J. B. A contribution to the study of evaporation from water surfaces. *Proc. R. Dublin Soc.* Febbraio 1907.
 Humphreys W. J. Note on the movement of moisture in soils. *Science.* **26**, p. 480, 1907.

2. Geodesia. Misure geodetiche e di gravità.

3. Magnetismo terrestre. Correnti telluriche. Luce polare.

- Dunoyer L. Sur un compas électromagnétique particulièrement propre aux blockhaus et aux sous-marins. *Compt. Rend.* **145**, p. 1182, 1907.
 Schuster A. The diurnal variation of terrestrial Magnetism. *Roy. Soc. London*, 6 Novembre 1907.
 Lagrange E. Perturbations magnétiques et télégraphie sans fil. *Bull. Soc. Belg. d'Astr.* N. 5, 1907.
 Moreno y Anda. Simplifications de quelques formules pour le calcul des observations magnétiques. *Mém. y Rev. Soc. Ant. Alzate.* **4**, N. 1, 1907.
 Sobral G. Auroras polares. *Rev. Gen. d. Marina.* Maggio 1907.
 Bauer L. A. Recent results of terrestrial magnetic observations. *Tecnol. Quart.* **20**, p. 2, 1907.

4. Studio dell'alta atmosfera.

- Linke. Ueber Aufstiege in der Atmosphäre mittels gefesselter Registrierballons. *Weltall.* **8**, p. 85, 1907.
 Baden-Powell. The exploration of the air. *Quart. Journ.* **83**, p. 143, 193, 1907.
 Lubbart. Die Erforschung der Luft. *Mar. Rundsch.* **1/1**, Heft. 1907.

Caren M. C. Température et mouvement des couches supérieures de l'atmosphère. *Rev. Mar.* Settembre 1907.

5. Meccanica e termodinamica dell'atmosfera. Venti.

— Experiments on Wind-Pressure. *Nature.* 77, p. 189, 1907.

Jaerisch P. Zur Theorie der Luftdruckschwankungen auf Grund des hydrodynamischen Gleichungen in sphärischen Koordinaten. *Met. Zeit.* 24, p. 481, 1907.

Baschin O. Die Verteilung des Luftdruckes über den Ozeanen. *Ann. d. Hydrog.* 35, p. 496, 1907.

6. Ottica dell'atmosfera.

Schmidt W. Ueber Messungen der terrestrischen Refraktion auf dem hohen Sonnblick.

Met. Zeit. 24, p. 512, 1907.

Dobbler M. L. Halos and rain or snow. *Month. Weath. Rev.* 35, p. 227, 1907.

— Mirage in the desert. *Quart. Journ.* 33, p. 212, 1907.

Rawson H. E. Anticyclones as aids to long-distance forecasts. *Quart. Journ.* 33, p. 109, 1907.

7. Elettricità Atmosferica.

Solvay E. De la condensation électrique dans l'atmosphère. *Ciel et Terre.* 28, N. 17, 1907.

Schuster A. Sur quelques phénomènes électriques de l'atmosphère et leurs relations avec l'activité solaire. *Journ. d. Phys.* (4), 6, p. 987, 1907.

Kurz K. Die Beeinflussung der Ergebnisse luftelektrischer Messungen durch die festen radioaktiven Stoffe der Atmosphäre. *Ann. d. Phys.* (4), 24, p. 890, 1907.

Nodon A. Recherches sur les variations du potentiel terrestre. *Compt. Rend.* 145, p. 1870, 1907.

8. Temperatura del suolo.

Kühl W. Der jährliche Gang der Bodentemperatur in verschiedenen Klimaten. *Inaug. Diss.* Berlin, 1907.

9. Terremoti e Vulcani.

Gastier A. Intervention réelle de l'eau dans le phénomènes éruptifs. *Arch. de Genève.* (4), 24, p. 463, 1907.

Oddone E. Tremblements de terre et taches solaires. *Bull. Soc. Belg. d'Astron.* 12, N. 9-12, 1907.

Maxim H. What are earthquakes? *Sc. Amer. Suppl.* 63, p. 240, 1907.

Kaneko C. On the periodicity of earthquakes. *Met. Journ. Soc. Japan.* 26 Aprile 1907.

Nagaoka H. On a residual phenomenon illustrating the aftershock of earthquakes. *Tokyo Math.-Phys. Soc. Proc.* 4, p. 66, 1907.

Fresh F. Erdbeben und Gebirgsbau. *Pet. Mit.* 53, p. 246, 1907.

10. Climatologia.

— Climate and agriculture. *Month. Weath. Rev.* 35, p. 222, 1907.

11. Calore solare e irraggiamento.

Oddone E. Gli andamenti delle radiazioni termica e attinica del sole durante l'eclisse del 30 Agosto 1905 a Tripoli di Barberia. *Soc. Spettr. It.* 36, p. 57, 1907.

Serie V. Vol. XV.

12. Apparecchi.

- Kehischutter E. L'hypsomètre comme baromètre de voyage. *Bull. Soc. Belg. d'Astron.* 12, N. 9-10, 1907.
- Sprung A. Eine Vereinfachung des Gallenkampeschen Regen-Auffangapparates. *Zeit. f. Instr.-Kunde.* 27, p. 340, 1907.
- Langevin P. et Moulin M. Électromètre enregistreur des ions de l'atmosphère. *Radium.* 4, p. 218, 1907.
- Lovibond J. W. On a method and apparatus for measuring for densitie. *Quart. Journ.* 33, p. 275, 1907.
- Ruppel S. Vereinfachte Blitzableiter. 106 p. Berlin. J. Springer, 1907.
- Gallé P. H. De Barocyclometer. *Marineblad.* Agosto 1907.
- Steffens O. Ueber einen einfachen Apparat zur selbsttätigen Registrierung der Windrichtung. *Hansa.* N. 80, 1907.
- Mill H. R. The form of rain gauge, with notes on other forms. *Quart. Journ.* 33, p. 265, 1907.
- Child. W. The Stop. Anemometer. *Quart. Journ.* 33, p. 295, 1907.
- Stach. E. Ein neuer Apparat zum Registrieren von Luft-oder Gasgeschwindigkeit. *Ann. d. Hydrogr.* 35, p. 477, 1907.

L. Storia della fisica.

- Wiedemann E. Ueber die Reflexion und Umbiegung des Lichtes von Nasir al Din al Tust. *Eders. Jahrb. f. Photogr.* 1907.
- Perkin F. M. The discovery of the alkali metals by Davy. *Farad. Soc. London.* 17 Dicembre 1907.

M. Trattati.

- Fesquet E. Cours pratique élémentaire d'Electricité industrielle. 242 pag. H. Paulin. Paris, 1907.
- Nicolas. E. Vingt leçons pratiques sur les Courants alternatifs. 210 pag. H. Paulin. Paris, 1907.
- Ashton. H. J. A simple Course of Weighing and Measuring. G. Philip. 1907.
- Carvallo E. L'Electricité déduite de l'expérience et ramenée au principe des travaux virtuels. 2 ediz. Paris. Gauthier-Villars, 1907.
- Spitta E. J. Microscopy. 488 pag. Murray. 1907.
- Thonsen J. J. The Corpuscular Theory of Matter. 180 pag. Constable, 1907.
- Vandevyver L. N. Traité élémentaire de physique expérimentale. 407 pag. Roulers. Bruxelles, 1907.
- Krümmei O. Handbuch der Ozeanographie. Band. I. 2 ediz. XVI+526 pag. J. Engelhorn. Stuttgart, 1907.
- Kohlrausch F. Kleiner Leitfaden der praktischen Physik. XVIII+268 pag. Leipzig. B. G. Teubner, 1907.
- Lampa A. Lehrbuch der Physik. IX+565 pag. Wien. W. Braumüller, 1908.
- Maoh E. Grundriss der Physik. 876 pag. Leipzig, 1907.
- Poske F. Unterstufe der Naturlehre. IX+199 pag. Braunschweig. F. Vieweg u. Sohn. 1907.

- Valentiner S. Vektoranalysis. 168 pag. Leipzig. B. J. Göschen, 1907.
- Bazart. A. Cours de Mécanique. Paris, 1907.
- Borchardt W. G. Elementary Statics. 406 pag. London, 1907.
- Rojoff M. Grundriss der physikalischen Chemie. VIII+234 pag. Leipzig. G. Thieme, 1907.
- Rudolphi M. Allgemeine und physikalische Chemie. 188 pag. Leipzig. G. J. Göschen, 1907.
- Chassagny. Précis de physique. 480 pag. Paris. Hachette et Cie, 1907.
- Reiti A. Elementi di Fisica. 3, [1]. Firenze, 1907.
- Sporzynski K. Cours de Physique. Warszawa. M. Arct, 1907.
- Stewart B. W. Tutorial Physics. II e IV. London, Clive, 1907.
- Tomaszewski Fr. i. Kanvecki A. M. Cours de Physique. X+285 pag. Kraków, 1907.
- Vincent P. Cours de Physique élémentaire. 251 pag. Lyon. Vitte, 1907.
- Wülner A. Lehrbuch der Experimentalphysik. I. 6 edizione. Leipzig. G. B. Teubner, 1907.
- Lorentz H. A. Abhandlungen über theoretische Physik. I. (2). Leipzig. G. B. Teubner. 1907.
- Jeans J. H. Elementary Treatise on Theoretical Mechanics. VIII+364 pag. Boston, 1907.
- Söderberg B. Lärobok i praktisk Fysik. I. 96 pag. Stockholm, 1907.
- Weinhold A. F. Vorschule der Experimentalphysik. VIII+580 pag. Leipzig. Quandt u. Handel, 1907.
- Sibonier N. Notes du Cours de Physique Industrielle. 398 pag. Louvain, 1907.
- Poincaré L. Die Moderne Physik. VIII+260 pag. Leipzig. Quelle, 1908.
- Clark A. An Introduction to Physics. 142 pag. London. Gall, 1907.
- Mamlock. L. Stereochemie. VI+162 pag. Leipzig. G. B. Teubner, 1907.
- van Laar J. J. Lehrbuch der theoretischen Elektrochemie auf thermodynamischer Grundlage. XII+807 pag. Leipzig. W. Engelmann, 1907.
- Pirard E. Cours d'Électricité et de Magnétisme. I. 358 pag. Bruxelles, 1907.
- Tétrel A. Calculs et Problèmes d'électricité théorique et industrielle. 192 pag. Paris, 1907.

A. POCCHETTINO.

NOTIZIARIO

— È morto il Dott. A. Paalzow, professore di Fisica al Politecnico di Berlino.

— L'astronomo C. A. Joungh della Princeton University è morto il 4 gennaio nell'età di 75 anni.

— Il Sig. Baillaud, direttore dell'Osservatorio di Tolosa, è stato nominato direttore dell'Osservatorio di Parigi.

— Il Prof. Bouchard è stato nominato Vice-Presidente della Académie des Sciences in sostituzione del Prof. H. Becquerel che è succeduto al Berthelot nella Presidenza.

— Sir G. Darwin è stato eletto membro estero dell'Accademia delle Scienze di Parigi.

— Al posto di Berthelot al Collège de France è stato nominato il Prof. E. Jungfleisch.

— La Sig.^a Curie è stata nominata corrispondente dell'Accademia di Pietroburgo.

— Il Prof. Schmidt G. è stato nominato all'Università di Münster i. W.

— Il Prof. A. W. Wood ha ricevuto il premio J. Scott e la medaglia Franklin per le sue ricerche sulla fotografia dei colori.

— L'Università di Münster ha donato al Prof. W. Hittorf 25,000 M. per i suoi studi di fisica-matematica.

— È stato costituito un comitato per l'erezione di un monumento a Lord Kelvin nella sua città natale di Belfast.

— La Carnegie Institution di Washington ha testè pubblicato un elenco completo delle sue pubblicazioni che verrà spedito a chiunque ne farà richiesta.

— Delle borse di studio, fondate da Carnegie, verranno assegnate fra poco dalla « Iron and Steel Institute » (28 Victoria Street. London S. W.) allo scopo di iniziare alle ricerche

metallurgiche sul ferro e sull'acciaio delle persone, di qualsiasi nazionalità e d'ambo i sessi, le quali abbiano compiuti gli studi necessari o siano state occupate nell'industria.

— A. Carnegie ha donato 2 milioni di dollari all'Istituzione in Washington che porta il suo nome.

— L'accademia delle scienze di Vienna ha concesso le seguenti sovvenzioni: 1000 M. per la stampa delle opere di Boltzmann; 1000 C. al Dr. von Lendenfeld per le sue ricerche sugli spongiari nella luce ultravioletta.

— Rockefeller ha donato 10 milioni all'Università di Toronto.

— Lord Kelvin ha lasciato 125.000 fr. all'Università di Glasgow, dove insegnava da 60 anni, per le ricerche e l'insegnamento di Fisica.

— Il « Trinity College » dell'Università di Cambridge ha ereditato da Lady Pearce 10.000.000 di Lire.

— Il Sig. E. Berliner di Washington, inventore del gramofono, ha donato 62.500 Lire per aiutare ricerche di fisica, chimica e biologia.

— Il Meklenburgo ha concesso 200.000 Marchi per la costruzione dell'istituto fisico dell'Università di Rostock.

— L'Accademia delle Scienze di Parigi ha bandito i seguenti concorsi a premio:

MECCANICA. Premio Vaillant. Tema: Perfezionare in qualche punto importante, l'applicazione dei principi della dinamica dei fluidi alla teoria dell'elice. (31 Dicembre 1908 — 4000 frcs).

Premio Fourneyron. Tema: Studio sperimentale e teorico degli effetti dei colpi d'ariete nei tubi elastici (31 Dicembre 1909 — 1000 frcs).

CHIMICA. Premio Athembert. Tema: Studio sperimentale delle proprietà elettriche delle leghe metalliche. (31 Dicembre 1909 — 1000 frcs).

— Si parla della fondazione di un'Università mondiale a Tervueren nel Belgio ove sarebbero chiamate ad insegnare celebrità di ogni nazione. I fondi necessari sarebbero forniti dal Re Leopoldo.

— Una nuova Università sarà fondata al Queensland; l'Australia avrà con essa ben cinque Università.

— Secondo la *Revue Scientifique* ecco la statistica delle Università europee e dei loro studenti:

Germania 21 U., 49079 S. — *Francia* 16 U., 31494 S. — *Austria-Ungheria* 11 U., 29509 S. — *Inghilterra* 15 U., 24716 S. — *Italia* 21 U., 24281 S. — *Russia* 9 U., 23257 S. — *Spagna* 9. U., 12301 S. — *Spizzera* 7. U., 6485 S. — *Belgio* 4 U., 6079 S. — *Svezia* 3 U., 5262 S. — *Rumania* 2 U., 4949 S. — *Olanda* 5 U., 4020 S. — *Grecia* 1 U., 2598 S. — *Portogallo* 1 U., 1709 S. — *Norvegia* 1 U., 1600 S. — *Danimarca* 1 U., 1450 S. — *Bulgaria* 1 U., 1014 S. — *Serbia* 1 U., 618 S. Le 10 università più frequentate sono quelle di Berlino, Parigi. Budapest, Monaco, Napoli, Pietroburgo e Lipsia.

— Gli abitanti di Andermatt hanno recentemente festeggiato il bicentenario del primo tunnel Alpino; *le trou d'Uri*, lungo 70 m., alto 3 m., costruito nel 1707 dall'ingegnere italiano Morettini.

— Il 3 gennaio si è avuto un forte terremoto a Brown-town (Giamaica).

— Il 24 Dicembre scorso è caduta a Bellefontaine (California) una meteorite di 3 metri di diametro; s'è sprofondata nel terreno a 6 metri!

— H. Farman ha compiuto il 13 gennaio col suo aeroplano un intero chilometro colla velocità di $40 \frac{\text{Km}}{\text{ora}}$.

— La nave più rapida del mondo è il cacciatorpediniere inglese *Tartar* a turbine; la sua velocità oraria è di Km. 65,55.

— Il vapore « Cornwallis » partito da Gibilterra per ritornare in Inghilterra è rimasto in comunicazione radiotelegrafica costante con Gibilterra per tutta la traversata.

— Per potere tirare positive da una negativa il cui vetro solo sia rotto il « Sonne » consiglia di ricoprire la fessura con una soluzione di Balsamo del Canada in essenza di trementina in parti eguali. Essendo uguali gli indici di rifrazione del vetro e del Balsamo la fessura non apparirà sulla copia.

— Le recenti ricerche di Mac Intosh sull'acetilene stabiliscono i seguenti risultati: Punto di fusione = $-81^{\circ},5$; Punto di sublimazione = $-83^{\circ},6$; Temperatura critica = $36^{\circ},5$; Pres-

sione critica 61,6 atm. L'acetilene liquido ha una grande resistenza elettrica, esso costituisce un solvente non ionizzante.

— In una centrale elettrica a S. Francisco sono installati tre motori a gas della potenza individuale di 5330 H. P. Il gas è ottenuto dal petrolio grezzo, e l'avviamento è prodotto coll'aria compressa.

— La commissione internazionale di fotometria ha deliberato nella sua riunione del Luglio 1907 quanto segue:

I rapporti delle intensità luminose delle lampade campioni a fiamma attualmente in uso sono, a $\pm 1\%$, i seguenti:

Carcel	= 10,7 Hefner
Vernon Harcourt	= 10,9 »
»	= 1,02 Carcel

quando la pressione barometrica sia di 76 cm. di mercurio e l'umidità dell'aria non vari molto da 10 litri di vapore d'acqua per metro cubo d'aria.

— Dal 21 Aprile al 2 Maggio si terrà all'Università di Göttingen un corso speciale di fisica e matematica. Riportiamo i programmi della sezione di fisica: *Riecke*: Radioattività; *Simon*: cicli elettrici e magnetici. Oscillazioni elettriche, correnti alternanti. *Prandtl*: Problemi di Aviazione. *Wiechert*: Nuovi risultati sulla costituzione della terra nei riguardi della sismologia. *Gerdien*: Elettività atmosferica. *Behrendsen*: Sui fenomeni di risonanza. *Bestelmeyer*: Esercizi sulla radioattività. *Krüger*: Fisica pratica.

— Il Signor Murat ha compiuto una lunga serie di osservazioni sull'influenza delle foreste sulla velocità del vento. Egli ha potuto constatare al di là di una foresta una diminuzione della velocità del vento che si fa sentire soltanto fino a 100 m. dall'orlo della foresta; a 50 metri da questo la diminuzione è di circa 3 a 12 Km. all'ora.

— Il Sig. Blajko di Mosca è riuscito ad ottenere le spettrografie di due stelle filanti. In ambedue si ottennero molte linee dell'H, in una poi linee del Mg e del K, nell'altra le 5 linee più luminose dell'He e una verde forse del Tl.

LIBRI NUOVI

THE SCIENTIFIC PAPERS*of***J. WILLARD GIBBS.**

(In due volumi. London, Longmans Green and Co. 1906. Price 42 sc. net.)

Questa pubblicazione viene a soddisfare un bisogno da lungo tempo sentito dai cultori della fisica e della chimica, giacchè le opere del Gibbs mentre costituiscono il fondamento sul quale poggia quasi tutto l'edificio dell'energetica moderna sono rimaste per la maggior parte disseminate nei Rendiconti e negli Atti di Accademie Scientifiche poco note e poco diffuse. Queste memorie sono state ora raccolte in due volumi insieme ad una parte delle sue ricerche inedite.

I lavori di termodinamica costituiscono la parte più ampia e forse la più importante di tutta l'opera e sono raccolti nel primo volume. Fra questi c'è la celebre memoria sull'*Equilibrio delle sostanze eterogenee*, le due pubblicazioni sui *Metodi grafici nella termodinamica dei fluidi* e sul *Metodo di rappresentazione geometrica delle proprietà termodinamiche delle sostanze per mezzo di superficie*, altre pubblicazioni sulle densità di vapore, sulla pressione osmotica, e infine un capitolo supplementare inedito sui problemi di equilibrio chimico, di grande interesse, malgrado sia rimasto incompleto e malgrado la sua forma frammentaria.

Le memorie che compongono il secondo volume trattano di dinamica, di analisi vettoriale, della teoria elettromagnetica della luce, di argomenti critici diversi.

Il nome della casa editrice basta a dare un'idea della perfezione tipografica dell'opera.

A. O.

MAGNETISCHE KRAFTFELDER.**H. EBERT.**

(Zweite auflage. Leipzig, A. Barth).

Forse nessun capitolo della fisica è così ampio, così vario, così importante come quello che forma l'argomento di questo libro: e per questo l'averne una trattazione completa, precisa e conforme all'odierno sviluppo delle scienze è cosa altamente desiderabile e di non dubbia utilità.

Diciamo subito che l'autore ha trattato l'argomento con garbo singolare e di esso ha svolto tutte le parti con encomiabile equilibrio, con diffusione e nello stesso tempo con sobrietà ben intesa. La parte sperimentale trova sviluppo adeguato insieme alla parte teorica; ma in generale l'una non ha il sopravvento sull'altra e entrambe sono dirette alla conoscenza dei fatti fondamentali e delle applicazioni scientifiche e industriali del magnetismo e dell'elettromagnetismo. Con questo lodevolissimo scopo l'autore ha escluso dalla sua compilazione tutto ciò che ha interesse puramente formale; dimodochè si è avuto un libro privo di faticose descrizioni sperimentali, di ingombranti tabelle e di astrusi sviluppi analitici, ma pieno di fatti e di deduzioni interessanti che tutti insieme rendono affascinante la lettura senza nulla sacrificare alla chiarezza e al rigore.

L'opera è divisa in tre parti: nella prima si tratta del magnetismo; e precisamente dei fenomeni fondamentali, della misura delle forze magnetiche e della rappresentazione dei campi di forza; la seconda parte riguarda l'elettromagnetismo e contiene la trattazione del campo magnetico di una corrente, quella delle forze subite dalle correnti e dalle particelle elettrizzate in moto quando sono poste in un campo elettrico, le azioni fra le correnti, la teoria molecolare del magnetismo, i solenoidi e gli elettromagneti; la terza parte infine tratta dell'induzione e dedica un capitolo anche alle dinamo.

Sarebbe troppo lungo analizzare nei particolari le varie parti dell'opera: basterà a questo proposito notare che nei vari capitoli trovano posto descrizioni di esperienze eleganti di corso, nozioni pratiche, regole mnemoniche utilissime in que-

sto studio; inoltre la descrizione e l'uso degli strumenti di misura fondati sull'elettromagnetismo costituiscono sempre una ottima illustrazione dei principi.

Per tutte le ragioni sopra esposte raccomandiamo ai giovani delle nostre università la lettura di questa ottima opera.

A. O.

**DIE ENGLISCHEN ELEKTROCHEMISCHEN PATENTE
(I BREVETTI ELETTROCHIMICI INGLESI) - I VOL. ELETTROLISI.**

Dott. P. FERCHLAND.

(W. Knapp. Halle a. S. 1907. 176 pag. con figure. Marchi 9).

Con questo volume si accresce di un'utilissima monografia la collezione di « Monographien über angewandte Elektrochemie » già ricca di una trentina di volumi. Il forte contributo portato allo sviluppo dell'elettrochimica tecnica dalle ricerche inglesi è in questo volume riassunto in modo breve, chiaro e sistematico dall'Autore, che già da poco tempo ha pubblicato una monografia analoga sui brevetti elettrochimici tedeschi.

M. G. LEVI.

LA MECCANICA NELLA SCUOLA E NELL'INDUSTRIA.

Prof. Ing. P. CONTALDI.

(Ulrico Hoepli, editore, Milano, 1907. L. 18).

Il salutare risveglio dell'insegnamento tecnico in Italia, di cui è indice evidente il rifiorire delle Scuole Industriali sempre più importanti e numerose, ha fatto sentire fra noi la mancanza e il bisogno di libri di testo che, pur trattando le materie tecniche più difficili e complesse, le portassero a livello dell'istruzione media generalmente impartita in tali Scuole.

Pubblicando *La meccanica nella scuola e nell'Industria* la casa Hoepli risponde al bisogno più vivamente sentito. Tale opera, costituita di due volumi, abbraccia il campo tecnico più vasto e complesso, quello cioè della Meccanica e delle sue applicazioni alle macchine tecniche ed idrauliche.

Nel primo volume, ora pubblicato, l'autore con maniera piana, semplice, dettagliata, dopo aver trattata la « Meccanica Generale nella Statica, Cinematica e Dinamica », affronta e risolve i problemi più complessi ed importanti della « Meccanica Applicata », trattando la « Resistenza dei Materiali, le Trasmissioni e la Teoria Generale delle Macchine ».

Oltre a gran numero di figure chiarissime ed originali intercalate nel testo, danno maggior pregio al lavoro i numerosissimi esercizi pratici che accompagnano le principali questioni trattate e che vengono completamente risolti.

ANNUAIRE DU BUREAU DES LONGITUDES POUR L'AN 1908.

(Gauthier-Villars, Paris. L. 1,50).

Ogni parola di presentazione è superflua per questo Annuario che è ormai giunto al suo 112° anno di vita.

Le tre parti nelle quali l'Annuario è suddiviso quest'anno, astronomia, fisica e chimica, contengono una quantità di notizie interessanti e le tabelle più necessarie e più pratiche. Per la parte fisica, che è quella che più ci interessa, le tabelle riguardano la correzione e confronto dei barometri e termometri; gli elementi magnetici in diversi punti del globo; la dilatazione dei liquidi; le tensioni di vapore di certi liquidi e in particolare del mercurio; le densità di numerosi liquidi e mescolanze liquide; la compressibilità dei liquidi, l'elasticità dei solidi, la viscosità dei liquidi e dei gas; le lunghezze d'onda; la solubilità dei corpi nell'acqua e nell'alcool; il potere dielettrico di numerosi isolanti; l'indice di rifrazione dei liquidi; i calori specifici; le resistenze elettriche; i poteri reattori, etc. etc.

Tra le memorie stampate in questo bel volume sono notevoli quella del Bigourdan « sulle distanze degli astri e particolarmente delle stelle fisse », il rapporto del Deslandres « sul congresso dell'Unione internazionale per la cooperazione nelle ricerche solari » e la necrologia del compianto Loewy scritta da H. Poincaré,

LEÇONS SUR LA VISCOSITÉ DES LIQUIDES ET DES GAZ. (SECONDA PARTE).

A. BRILLOUIN

(Gauthier-Villars, Paris, 1907).

Anche questa seconda parte dell'opera, come già la prima, è suddivisa in due libri. Nel 1° l'autore fa un'esposizione molto dettagliata dell'esperienze sulla viscosità dei gaz, attenendosi per quanto più strettamente è possibile al metodo storico.

Premesso nel primo capitolo un breve cenno sulle esperienze sopra il pendolo del Bessel, del Meyer e del Girault, nel secondo capitolo l'autore riassume largamente le memorie del Maxwell e di Kundt e Warburg sulla determinazione del coefficiente d'attrito interno dei gaz, mediante lo smorzamento delle oscillazioni di un disco.

L'Autore non manca di accennare abbastanza ampiamente, anche per chi volesse intraprendere ricerche sull'argomento del trattato, ai vari tentativi fatti dagli sperimentatori allo scopo di correggere l'influenza dei bordi e di tener conto dello scorrimento.

Il terzo capitolo è dedicato all'esposizione di quelle esperienze nelle quali la viscosità dei fluidi viene determinata, mediante l'efflusso dei tubi stretti, mentre il quarto capitolo tratta degli studi fatti sulle variazioni della viscosità dipendentemente dalla temperatura.

Vi è poi un quinto capitolo ove sono riportati altri metodi più o meno ingegnosi e complicati per la determinazione dell'attrito interno dell'aria.

Nel 2° libro l'A. espone le teorie molecolari della viscosità a complemento di quelle idrodinamiche esposte nel 1° volume.

Per ciò, dato un primo cenno della teoria esponendo succintamente i lavori del Navier, del Poisson e del Maxwell, svolge nel secondo capitolo la teoria cinetica dei gaz propriamente detti. Nel terzo capitolo tenta una teoria cinetica dei liquidi, riservando il quarto per un'esposizione generale del problema della viscosità dei fluidi, sul quale argomento l'A. promette di ritornare.

Data la competenza del Sig. Brillouin noi ci auguriamo che ciò sia fra breve.

LA TECNOLOGIA DELLE SALDATURE AUTOGENE DEI METALLI.

Prof. Ing. SAVERIO RAGNO.

(Un vol. di pag. 129 con 18 incisioni — Ulrico Hoepli, editore, Milano, 1937. L. 2).

Uno dei problemi più moderni e più interessanti della metallurgia è certamente quello della saldatura autogena dei metalli.

A chiarire molti punti dubbi, ed assegnare a ciascuno dei processi le destinazioni a lui proprie, a delimitare il campo entro il quale ciascuno di essi può essere con sicurezza e fiducia accettato e adoperato, a disciplinare insomma la materia delle saldature autogene dei metalli viene oggi per la prima volta il volumetto dell'ing. Ragno. Il quale fa della questione uno studio sincero, imparziale, disinteressato, senza alcuno scopo di far prevalere o questo o quel brevetto, con il valido conforto delle numerose esperienze da lui stesso eseguite nei più svariati casi.

Editore del lavoro è l'Hoepli in uno dei suoi manuali nei quali raccoglie da molti anni quanto vi ha di più nuovo e interessante in materia letteraria e scientifica.

Libri inviati per recensione.

JULIUS ZELLNER — « *Chemie der höheren Pilze* ».

(W. Engelmann, Leipzig, 1907. Mk. 9).

Dott. P. FERCHLAND — « *Die englischen elektrochemischen Patente* ».

(W. Knapp, Halle a. S., 1907. Mk. 9).

Dott. A. WINKELMANN — « *Handbuch der physik* ». Vol. 5°, parte II.

(J. A. Barth, Leipzig, 1908. Mk. 9).

O. MANVILLE — « *Les découvertes modernes en physique* ».

(A. Hermann, Paris, 1908. L. 5).

ÉRIC GERARD — « Mesures électriques ». 3^e édit.

(Gauthier-Villars, Paris, 1908. L. 12).

H. PELLAT — « Cours d'électricité ». Tome 3^e.

(Gauthier-Villars, Paris, 1908).

R. NEUHAUFS — « Anleitung zur Mikrophotographie ».

(W. Knapp, Halle a. S., 1908. Mk. 2,40).

A. F. VON HÜBL — « Die Entwicklung der photographische Bromsilber-Gelatineplatte ».

(W. Knapp, Halle a. S., 1908. Mk. 2,40).

WEINSTEIN — « Thermodynamik ». III Bd., 2 Hälfte.

(F. Vieweg & Sohn, Braunschweig. Mk. 24).

E. E. FOURNIER D'ALBE — « La nuova teoria dell'elettricità ».

(Fratelli Bocca, Torino, 1908. L. 4).

Pubblicazioni inviate in dono alla Società Italiana di Fisica o al Nuovo Cimento.

A. VENTURI — « Terza campagna gravimetrica in Sicilia ».

(Dai Rend. della R. Acc. dei Lincei, XVI, 1907).

F. CUTRONI — « Alcuni teoremi di geometria negli spazi a n dimensioni ».

(Messina, 1908).

V. FONTANA — « Osservazioni meteorologiche fatte nel 1906 all'Osservatorio della R. Università di Torino.

(Dagli Atti della R. Acc. delle Scienze, Torino).

« Annuario Astronomico pel 1908 », pubblicato dal R. Osservatorio di Torino.

(V. Bocca, Torino, 1908).

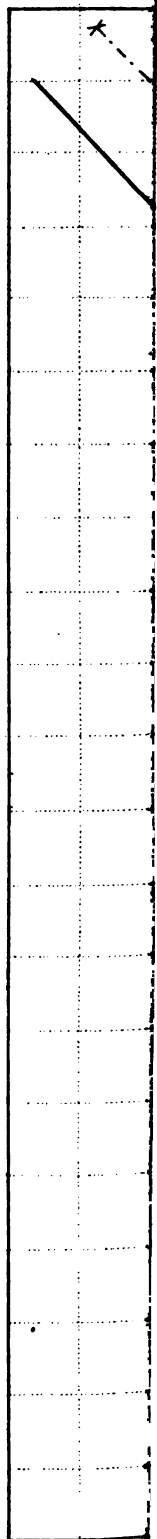
Responsabile: Prof. A. POCHETTINO.

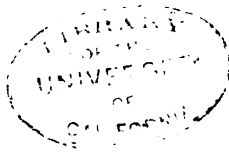
D. Pacini

NUOVO CIMENTO SERIE V. VOL XV. TAV. I.

1.50

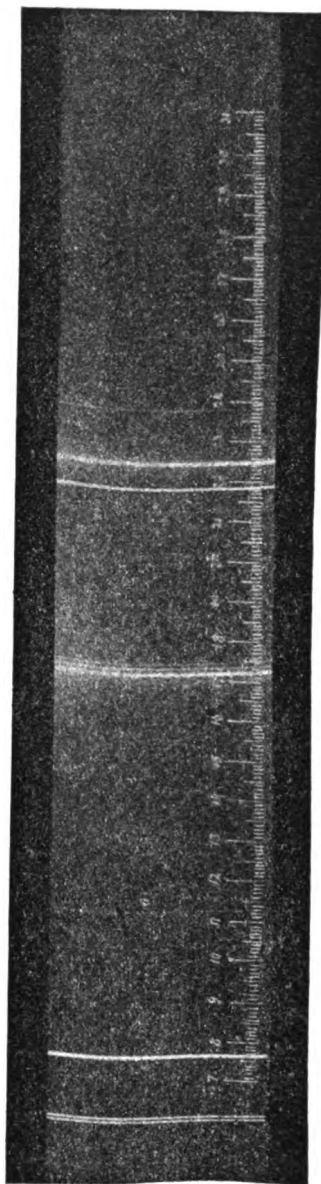
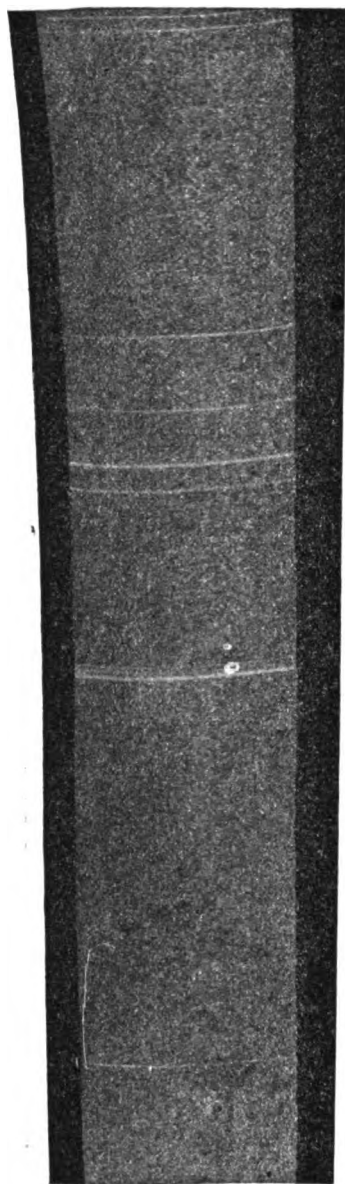
1.40

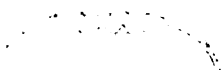




E. Castelli

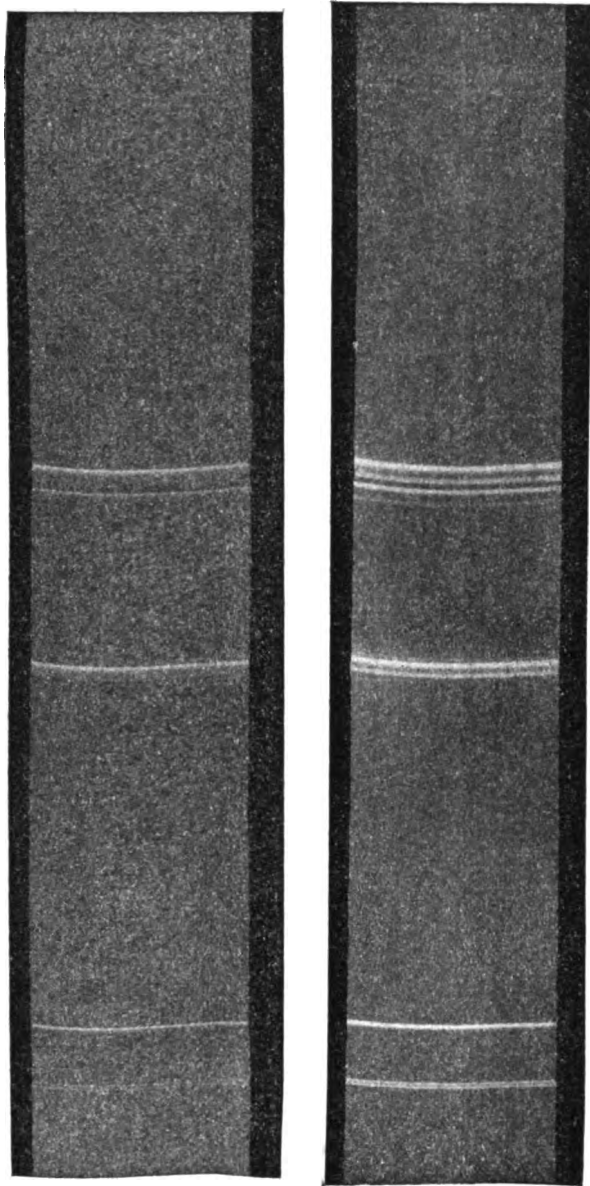
NUOVO CIMENTO SERIE V. VOL. XV. TAV. II.





E. Castelli

NUOVO CIMENTO SERIE V. VOL. XV. TAV. III.





DEGLI SPETTRI DI RIGHE.

Rapporto fatto dal Prof. L. Puccianti alla Sezione II della Società Italiana per il Progresso delle Scienze riunita in Congresso a Parma nel settembre 1907.

Il presente rapporto ha il fine di dare un'idea il più possibile giusta delle ricerche sperimentali e vedute recenti, non di fare la storia, nè riferire minutamente le verità già del tutto stabilite; ciò che sarebbe superfluo, essendo già in buona parte pubblicato l'*Handbuch der Spektroskopie* di H. Kayser. Negli ultimi anni l'orientamento di questa parte della scienza è mutato, e si è come diffusa una nuova luce; ma molte idee hanno per ora un carattere un po' vago, che è bene rispettare in una pubblicazione riassuntiva, per non dare al lettore un concetto falso; fino a quando esperienza di precisione e teoria matematica non riusciranno a concretare meglio e porre in forma rigorosa, o anche epurare e correggere le recenti conquiste.

INTRODUZIONE.

Seguendo l'uso comune, dovrei cominciare col definire **Avvertimento.** che cosa si intenda per *spettro di righe*, e come si distingua dallo spettro continuo o da quello di bande; ma, siccome questa definizione non mi potrebbe riuscir bene qui in principio, forse lascerei nel lettore il dubbio che anche la distinzione sia superficiale e di comodo; o peggio, che al nome di spettro di righe non corrisponda un concetto chiaro e ben determinato.

Quindi io preferisco di semplicemente accennare i caratteri differenziali, e poi prendere senz'altro a esporre le proprietà principali di questi spettri e i progressi recenti della Scienza intorno ad essi; i quali appaiono ricchi di interesse filosofico e fecondi di applicazioni.

Spettri continuo.

Lo spettro continuo è assai ben definito dal suo nome, che comprende anche quelli spettri i quali presentano larghe striscie sfumate da ambo i lati, e sono dati per assorbimento da solidi o liquidi. Questi talvolta si dicono di bande, ma è meglio riservare tale denominazione a uno dei tipi discontinui, per il quale è adottata da tutti.

Spettri discontinui.

La discontinuità è caratteristica dello stato gassoso, in quanto che non si ottengono discontinuità da solidi e da liquidi, non già che anche i gas e i vapori non possano in certe condizioni dare spettri continui.

Tutti gli spettri discontinui si potrebbero chiamare di righe, perchè effettivamente con bastevole dispersione ci appaiono costituiti da righe.

Spettri di bande.

Ma in alcuni queste si affollano in modo da dare con debole dispersione l'aspetto di striscie terminate da un lato con un contorno netto, e dall'altro sfumate. Questo affollamento è così fatto, che le righe in numero grandissimo (ma finito) si accostano con distanze via via minori ad un limite che viene effettivamente raggiunto. Si ha così ciò che dicesi una *banda*, e il limite, cioè l'ultima delle righe che la costituiscono, si dice il *capo* o il *canto* della banda. Varie bande si aggruppano alla loro volta coi canti disposti regolarmente a formare ciò che dicesi un colonnato, perchè, con mediocre dispersione, dà appunto l'immagine di una fila di colonne illuminate obliquamente.

Spettri di righe.

Altri spettri non presentano quest'aspetto caratteristico: invero si risolvono più facilmente nei loro elementi, e ove un ordine vi è stato riconosciuto, questo è di altra natura, come sarà detto in seguito. A questi è riservato il nome di *spettri di righe*, che ebbero quando la spettroscopia non disponeva ancora di mezzi sperimentali sufficienti per risolvere le bande.

Non tutti gli spettri discontinui però si possono assegnare con piena sicurezza all'una o all'altra di queste categorie.

I due spettri dell'idrogeno.

Lo spettro che dà l'idrogeno reso luminoso da deboli scariche elettriche, è costituito da molte righe non facilmente risolvibili, e fu detto da alcuni spettro di bande; ma come queste righe non presentano l'ordinamento caratteristico delle

bande, esso è detto ora più propriamente spettro a *molte righe*.

Però quest'aggettivo *molte* che in ultima analisi non dice nulla, equivale a una timida riserva; mentre l'altro spettro che si produce dall'idrogeno con forti scariche, e che rivela la presenza di questo elemento nel sole e in molte stelle, è uno spettro di *righe* senz'altro.

Gli spettri di righe non sono mai propri dei composti, ma solo degli elementi chimici.

Gli spettri di righe propri degli elementi chimici.

Ogni elemento ha il suo, o meglio, i suoi spettri di righe, perchè anche le condizioni di produzione modificano lo spettro. Non vi sono righe comuni a più elementi ¹⁾. Diremo quindi che *l'elemento è individuato dallo spettro che presenta in determinate condizioni*.

Le bande sono date invece, sia dagli elementi, sia dai composti.

Ciò ha fatto in passato attribuire lo spettro di bande delle sostanze elementari alle loro molecole, e quello di righe agli atomi.

Ma tale concetto si è abbandonato, almeno come legge generale, dopo che si è riconosciuto che anche il vapore di mercurio che è monoatomico dà uno spettro di bande ²⁾.

Vedremo inoltre che non si può ammetter che l'atomo non modificato sia capace di dare le righe.

Gli spettri si possono, come è notissimo, produrre per emissione e per assorbimento: nel primo caso abbiamo le righe *chiare*, nell'altro le righe *invertite*. I due fenomeni si combinano tra di loro, come vedremo, perchè le parti del corpo più vicine all'osservatore assorbono le radiazioni delle più lontane.

1) Il Lockyer osservò alcune coincidenze tra righe di diversi elementi, che credette rigorose, e ne concluse l'esistenza di righe comuni che disse *basiche*. Ma esperienze posteriori su preparati più sicuri e con strumenti più potenti hanno mostrato che questo era erroneo.

2) Veramente le condizioni favorevoli alla produzione di queste bande, che è meglio classificare in due spettri che in uno, possono lasciare il dubbio che si tratti di vapore parzialmente associato perchè di recente produzione. (Eder e Valenta, Stark, Fringsheim).

Ipotesi dei vibratori.

Specialmente questa *inversione* quasi ci costringe a fare per l'origine delle righe, l'ipotesi di sistemi capaci di vibrare con certi periodi. Per l'emissione essi ricevono l'energia dall'esterno sotto forme che possono essere, pare, assai svariate, e la irradiano. Per l'assorbimento essi rispondendo per risonanza a oscillazioni di periodo vicinissimo al loro proprio, che si propaghino nel mezzo, ne prendono l'energia, e quindi le indeboliscono.

Io chiamerò questi sistemi *vibratori* ¹⁾.

PARTE PRIMA.

La riga spettrale.

Lo studio delle singole righe spettrali considerate in sè si può portare assai avanti, prescindendo dal modo come esse si aggruppano a costituire lo spettro.

La larghezza delle righe.

Le righe non sono linee geometriche (nè tali si potrebbero ridurre neanche se fosse possibile fare proprio zero la larghezza della fenditura e infinito il potere risolutivo dello spettroscopio); esse hanno una larghezza, ossia la radiazione che le costituisce non è perfettamente monocromatica.

Nell'intervallo spettrale occupato dalla larghezza della riga, l'intensità può essere variamente distribuita.

La larghezza varia da riga a riga, e più ancora a seconda delle condizioni di produzione.

Le righe che di loro natura non sono molto sottili sono dette *nebulose*. Quelle che possono anche essere sottilissime, quando non lo sono a causa delle particolari condizioni in cui si trova il gas che le emette, si dicono *espanse*.

L'espansione può portare una riga da essere di larghezza inapprezzabile per gli ordinari spettroscopi, a invadere regioni estese dello spettro. L'espansione può essere simmetrica rispetto al massimo d'intensità o no, ma neanche in questo caso non vi è variazione della lunghezza d'onda caratteristica della riga che è quella del massimo di intensità.

1) Il nome Träger (portatori) che usa lo Stark, non esprime il concetto che io voglio più mettere in rilievo.

Le cause che agiscono più visibilmente sulla larghezza della riga determinandone l'espansione sono :

Condizioni fisiche dell'espansione.

1° La densità e quindi la pressione *parziale* del vapore o gas di cui essa è propria.

2° Il modo della eccitazione, e nel caso particolare che questa sia elettrica, la densità della corrente.

Vedremo che queste due cause in ultima analisi si riducono a una sola: la *densità dei vibratori*.

Solo scegliendo le condizioni più favorevoli per riguardo a queste due cause, si può ottenere righe molto sottili, e osservare l'influenza di altre cause degne di una attenta considerazione.

È opportuno ricordare che la larghezza delle righe e la limitata capacità di interferenza sono in ultima analisi la stessa cosa; e quindi per lo studio della larghezza delle righe e della loro costituzione si può usare l'interferometro.

Coll'aiuto di questo strumento Michelson riuscì a scoprire la non omogeneità nelle radiazioni di righe che non mostrano larghezza sensibile agli spettroscopi più potenti.

La più parte di queste inoltre si mostrano doppie, triple ecc.

L'interferometro ci rivela queste particolarità col modo come varia la *visibilità* delle frangie al variare della differenza di cammino tra i due raggi interferenti.

Cioè in un modo indiretto. Risultati più diretti possono attendersi invece dallo *spettroscopio a scalinata*.

Varie ipotesi si possono mettere avanti per spiegare la larghezza delle righe:

Diverse ipotesi.

1° — L'esistenza *ab initio* d'innumerabili periodi compresi in un piccolo intervallo spettrale, prodotti da innumerevoli vibratori poco diversi tra loro. Ma questa ipotesi non ha nessun credito, come quella che non ci farebbe fare un passo verso l'unità ideale, cioè non spiegherebbe nulla.

2° — Esistenza di un sol periodo, cioè di una sola specie di vibratori, ma che compiano oscillazioni smorzate.

3° — Oscillatori di una sola specie, ciascuno dei quali compia gruppi di oscillazioni successivi senza relazione di fase tra loro. Tale concetto è suggerito dalla teoria cinetica

dei gas: invero si può ammettere che le vibrazioni si succedano regolarmente durante il cammino libero delle molecole mono o pluriatomiche (alle quali allora si attribuisce l'ufficio di vibrator), e siano interrotte per dar luogo a un'altra serie indipendente all'atto di ciascuna collisione.

Confronto tra l'ipotesi dello smorzamento e quella delle collisioni.

È interessante osservare (come Lorentz ha mostrato coll'analisi matematica per l'assorbimento) che la seconda e la terza ipotesi si equivalgono quasi perfettamente quanto all'effetto. E per l'emissione, la cosa deve andare in modo simile, come sarà detto in seguito.

La differenza tra le due ipotesi sarebbe solo la seguente: Quella dello smorzamento condurrebbe a ciò, che se questo cresce rimanendo fisso il resto, si dovrebbe avere insieme con l'espansione un leggero spostamento del massimo verso il rosso.

Quella delle collisioni non conduce a questa conseguenza.

L'esperienza poi non pare accordarsi facilmente con nessuna delle due teorie.

E veramente il non essere l'espansione accompagnata da spostamento darebbe la preferenza alla teoria delle collisioni, ma questa porterebbe (almeno senza aggiunta di altre ipotesi) a far dipendere soprattutto la larghezza della riga dalla densità totale, e non dalla parziale, e quindi dalla pressione, la quale invece produce uno spostamento verso il rosso ¹⁾.

Effetto della pressione.

Effetto della temperatura.

4° — I movimenti traslatorii delle molecole (considerate ancora come centri di vibrazione) devono per l'effetto di Doppler produrre spostamenti indifferentemente verso il rosso e verso il violetto, variabili colla grandezza e con la inclinazione della velocità sulla linea di osservazione, e quindi una espansione, che però essendo assai piccola si dovrà potere osservare solo quando le condizioni siano scelte in modo da render minime le altre cause di espansione.

1) La lunghezza d'onda delle righe non varia che colla pressione, se si eccettuino alcune variazioni osservate da Eder e Valenta nello spettro dell'argo, variando le condizioni della scarica; variazioni che sono ancora discusse.

La teoria matematica secondo questo concetto prima abbozzata dall' Ebert fu svolta esaurientemente da Lord Rayleigh, e i risultati si accordano abbastanza all' esperienza fatta col l' interferometro da Michelson.

Il più interessante si è che in condizioni simili, e quindi a parità di temperatura, la teoria prevede e l' esperienza conferma, che è maggiore la capacità di interferire delle righe date da elementi con maggior peso atomico; e propriamente la larghezza della riga è inversamente proporzionale alla radice quadrata di questo.

Queste esperienze sono uno dei più forti argomenti che si possono addurre in favore della origine di luminescenza per l' emissione dei gas, perchè le temperature, ossia le forze vive medie molecolari, quali si calcolano dalla visibilità delle frangie, sono assai basse. Ma veramente provano un po' troppo, perchè dimostrerebbero che nei tubi di scarica la temperatura potrebbe essere assai inferiore a quella dell' ambiente.

E non voglio passare sotto silenzio che Lord Rayleigh ha mostrato come anche le rotazioni delle molecole dovrebbero produrre un' espansione che l' esperienza non conferma.

Per evitare queste difficoltà e quelle ricordate sopra, siamo condotti a modificare l' ipotesi fondamentale, cioè a non attribuire altrimenti alle molecole o agli atomi non modificati l' ufficio di vibratori, ma conchiudere che questi debbono avere sfere d' azione e forse anche masse e velocità diverse dalle molecole *mono* o *pluri atomiche* del gas.

La condizione della emissione di righe è cioè una particolare e parziale modificazione dell' elemento.

RADIAZIONE DI TEMPERATURA O LUMINESCENZA? Per radiazione di temperatura si intende quella che un corpo emette o riceve semplicemente come trasformazione della sua energia termica, e quindi è soggetta alle leggi della termodinamica.

L' emissione di righe non può certo pensarsi come una conseguenza diretta del movimento di traslazione delle molecole (o in generale delle particelle) il quale non ha carattere periodico, ma si della loro energia interna, e questa è naturale ammettere che provenga dalla trasformazione di quello al-

Una difficoltà teorica.

I vibratori non sono atomi o molecole inalterati.

Radiazione di temperatura.

l'atto delle collisioni. Così si può concepire un'emissione di temperatura di un corpo gassoso.

Luminescenza.

Per luminescenza si intende ogni radiazione che rappresenti la trasformazione di un'altra forma di energia chimica, meccanica ¹⁾ elettrica o anche di altra specie. Per questa non può valere l'applicazione diretta della termodinamica.

È quindi importante, e in passato parve capitale, la questione a quale delle due categorie dovesse ascriversi la radiazione dei gas e in ispecial modo quella a righe.

Valore e storia della questione.

La questione è stata molto agitata: ai tempi di Kirchhoff, senza negare la possibilità della luminescenza, (alla quale non si dava allora questo nome) si riteneva che il caso più comune fosse la emissione di temperatura. Poi, specialmente per opera di Pringsheim si andò all'estremo, anzi forse all'eccesso opposto; la luminescenza parve caso comune, e si negò perfino la possibilità di una emissione di righe per temperatura. Certo è che in parecchi casi la luminescenza non si può mettere in dubbio, ma in altri la temperatura pare sufficiente a spiegare i fenomeni. D'altra parte nessuno sperimentatore ha mai ottenuto col riscaldamento una emissione di righe in condizioni tali da escludere il sospetto che potesse intervenire una luminescenza chimica. Mentre la questione attende ancora di essere risolta, si trasforma, o piuttosto nel suo significato primo perde interesse.

Stato attuale.

Da un lato alcuni, e specialmente il Lockyer, conservano la parola *temperatura* mutandone la significazione, a indicare qualcosa di più generico e indeterminato, che io preferisco chiamare: *grado di eccitazione*.

Da un'altro lato gli studi e le teorie recenti sui fenomeni elettrici dei gas, l'ionizzazione ecc, mentre determinano alquanto il concetto di luminescenza, mostrano tra esso e quello di temperatura un nesso imprevisto. In questo campo molto dobbiamo a J. Stark, e ciò apparirà meglio, quando il tempo porterà più di ordine e di armonia nella sua opera. Il punto degno di maggiore attenzione è il concetto della tem-

1) Il più facile esempio di luminescenza meccanica, si dà sfregando fra loro due pezzi di zucchero.

peratura degli ioni o temperatura elettrica di cui ecco un breve cenno.

Se si considera un miscuglio di molecole e di ioni sottoposto a un campo elettrico, si vede che questi acquisteranno per effetto del campo velocità che potranno superare di molto quelle dovute al movimento termico. Avremo dunque qualcosa di simile al miscuglio di due gas di diversa temperatura (ammettendo per un momento che tale miscuglio possa sussistere permanentemente) colla differenza che le velocità degli ioni hanno una direzione prevalente, quella del campo, o la opposta secondo che sono positivi o negativi.

Temperatura elettrica.

Allora, seguendo lo Stark, chiameremo *temperatura elettrica* quella che corrisponde alla forza viva media degli ioni.

Le collisioni di molecole con ioni, o di ioni tra di loro trasformeranno in energia vibratoria un'energia di traslazione prodotta dal campo elettrico. L'ipotesi più semplice è che le vibrazioni così prodotte dipendano dalla forza viva delle particelle collidenti nello stesso modo che per la emissione di temperatura.

E la legge di Kirchhoff che dice il potere emissivo essere eguale a quello assorbente moltiplicato per il potere emissivo del *corpo nero* alla stessa temperatura, sarebbe ancora applicabile, salvo che questa temperatura avrebbe, dirò così, un valore virtuale.

Temperatura virtuale.

Lo Smithells aveva già mostrato come anche per le fiamme si possa fare qualcosa di simile cioè considerare una temperatura parziale dei prodotti della reazione, e a questa ascrivere la emissione; così tutte le emissioni potrebbero essere ricondotte a emissioni termiche.

Non è superfluo avvertire che oltre agli effetti della temperatura virtuale, si avranno, o almeno si potranno avere quelli della ordinaria temperatura. Ma questi spesso sono trascurabili rispetto ai primi.

L'INVERSIONE si può dedurre dalla legge di Kirchhoff se, come si soleva in passato, si ammette che questa sia direttamente applicabile cioè che l'emissione sia di temperatura, o se si accetta il modo di vedere detto sopra, che si potrebbe chiamare della *temperatura virtuale*.

Concetto termodinamico.

Ma da tali restrizioni o ripieghi, ormai necessari per le considerazioni termodinamiche sono esenti quelle cinetiche.

Concetto cinetico.

Le oscillazioni libere dei vibratori danno l'emissione; esse sono determinate dalla *costituzione* che si rappresenta matematicamente *nelle equazioni del movimento*, e dalla eccitazione che determina le *condizioni iniziali*.

Le oscillazioni forzate prodotte da una radiazione esterna avranno ampiezza apprezzabile solo nel caso che, essendovi coincidenza approssimata tra il periodo della radiazione e quello proprio dei vibratori si abbia la risonanza. Allora una quantità notevole di energia passerà dalla radiazione ai vibratori. Così si spiega l'assorbimento cioè le righe invertite.

Le cause che rendono limitata la capacità di interferire delle radiazioni e quindi espanse le righe chiare, rendono multipla la risonanza e quindi espanse le righe invertite.

Onde secondario.

Da questo modo di concepire i fenomeni di emissione e di assorbimento discende come conseguenza necessaria che i vibratori i quali compiono oscillazioni forzate sotto l'azione di una radiazione, debbono alla lor volta emettere *onde secondarie*.

La fluorescenza del vapore di sodio.

Veramente il vapore di sodio presenta per fluorescenza la doppia riga D, e la luce eccitatrice è appunto quella della doppia riga D, ed è ragionevole pensare che si abbia in ciò appunto un caso di onde secondarie (Wiedemann e Schmidt, Puccianti, Wood). Quest'ipotesi concorda colle particolarità osservate, ma per accettarla definitivamente o rigettarla bisognerebbe portare l'esperienza sopra altre sue conseguenze.

Le esperienze bellissime di Wood relative allo spettro a colonnato di fluorescenza del sodio non rientrano nel nostro argomento, ma potrebbero dare un'utile analogia a chi volesse trattare esaurientemente questo punto, che è a mio avviso di molto interesse; anche perchè esso può, come indicarono i primi che lo trattarono, essere fecondo di applicazioni allo studio della cromosfera e della corona, e forse di altri fenomeni celesti.

Dispersione anomala.

LA DISPERSIONE ANOMALA. — Essa secondo le teorie che sono molte e svariate, ma in linea generale concordanti, e secondo l'esperienza, accompagna l'assorbimento.

Lo studio della dispersione anomala nell'intorno delle righe fu iniziato da Kundt e Kohlrausch che la osservarono casualmente con la solita disposizione per mostrare in iscuola la riga invertita del sodio nella fiamma del bruciatore bunsen. Essendo la fiamma di spessore o densità disuguali a varie altezze, essi avevano involontariamente formata la disposizione dei prismi incrociati. Questa fu poi adottata da varii sperimentatori, specialmente quando le esperienze del Righi, Macaluso e Corbino sul fenomeno di Zeeman richiamarono l'attenzione dei fisici sulla dispersione anomala in vicinanza delle righe.

Metodo dei prismi incrociati.

Io ho usato invece un metodo interferenziale, che mi ha permesso di estendere alquanto le cognizioni in proposito. Di questo metodo si può trovare un germe in una vecchia esperienza di Mach (1875), nella quale questi, coll'aiuto di un refrattometro e di un prisma, mostrava qualitativamente la dispersione anomala della fucsina.

Metodo interferenziale.

Soltanto ora questa esperienza è venuta a mia cognizione, anzi pare veramente che fosse da tutti dimenticata.

Attualmente si è osservata la dispersione anomala (Winkermann, Becquerel, Ebert, Wood, Puccianti, Lemann) per circa 130 righe appartenenti al ferro, calcio, stronzio, bario, magnesio, alluminio, sodio, litio, ma per cavarne qualche induzione importante sarà necessario estendere ancora assai le esperienze. Per ora si può dire che essa si presenta più facilmente per quelle righe che sono più facilmente invertibili; e pare, ciò che era da prevedere, che essa sia più che con la intensità delle righe chiare, da riconnettere con la densità corrispondente dei vibratori.

Resultati.

E ora un'osservazione sul valore di queste esperienze in rapporto a quelle di emissione.

Lo spettro di emissione ci mostra l'esistenza dei vibratori in quanto che essi sono eccitati, e si può sempre pensare che ve ne siano altri esistenti nel vapore o gas, ma per le particolari condizioni non ricevano l'energia necessaria a vibrare. Esso dipende cioè, secondo quanto è detto sopra, e dall'equazioni del movimento e dalle condizioni iniziali

Relazione tra le esperienze di emissione, inversione, dispersione anomala e loro diverso significato.

(Garbasso) (iniziali s'intende rispetto al moto dei vibratori, cioè sempre ripetentisi, perchè questo vien sempre rieccitato).

Le esperienze di inversione e di dispersione anomala mostrano invece la presenza senz'altro dei vibratori, e ci danno ancora, specie le ultime, in certo modo la misura della loro densità. Queste sole possono assicurarci dell'assenza di certe specie di vibratori. Si può dire cioè che rivelano più direttamente la *costituzione* del corpo studiato in quanto non dipendono che dalle equazioni del movimento. Ma la eccitazione non solo produce le vibrazioni, ma può anche alterare, produrre o disfare i vibratori, ossia modificare la costituzione.

L'autoinversione delle
righe dell'idrogeno.

Ciò premesso esaminiamo questa bella esperienza di Li-veing e Dewar.

La luce del capillare di un tubo di Plücker osservato longitudinalmente, giunge allo spettroscopio traversando la parte larga; anzi sulla fenditura è proiettata l'immagine in prospettiva del tubo, o si vedono nello spettroscopio le righe dell'idrogeno enormemente espanse prodotte dal capillare, che prendono l'aspetto di tratti continui dello spettro, e sopra e sotto le righe più sottili date dalla parte larga, e in corrispondenza di queste le righe espanse si mostrano autoinvertite.

Ciò che essa insegna.

L'importanza di questa esperienza è capitale; essa ci insegna:

1° — Che la larghezza della riga prodotta elettricamente dipende dalla densità della corrente che la produce.

2° — Che l'idrogeno assorbe le radiazioni che emette quando è nelle condizioni in cui le emette; mentre nelle condizioni ordinarie, neanche con spessori e densità enormemente maggiori appare traccia di righe di assorbimento ¹⁾.

Dunque la scarica non solo produce le vibrazioni, ma anche i vibratori; e ciò conferma direttamente che un ele-

1) Ciò può anche servire alla spiegazione di una difficoltà che s'incontra nella spettroscopia solare, che cioè le righe di Fraunhofer sono più sottili delle righe che si possono ottenere in laboratorio per effetto dell'assorbimento di vapori con spessore e densità incomparabilmente più piccoli di quelli che hanno nello strato invertente del sole, ma questa esperienza c'insegna che altra cosa è la densità del gas altra è quella dei vibratori.

mento quando dà le righe è in una sua modificazione particolare.

Nè si deve credere che basti pensare alla scissione delle molecole d'idrogeno in atomi liberi, perchè anche l'elio che è monoatomico si comporta allo stesso modo. (Runge e Paschen).

Dunque i vibratorii debbono essere qualcosa di diverso dalle molecole e dagli atomi ordinari.

PARTE SECONDA.

La regolarità degli spettri di righe.

La tendenza prima dello spirito scientifico, che consiste nel ricercare l'unità nel molteplice cogliendo i rapporti numerici semplici, ha trovato un obietto vastissimo e quasi inesauribile negli spettri di righe; ed effettivamente sono già state acquistate alla scienza moltissime relazioni interessanti tra i numeri di oscillazioni delle diverse righe di un elemento.

Generalità.

Due sono i tipi principali di queste regolarità che ci raffigureremo più facilmente, se immaginiamo di riferirci non allo spettro normale, ma ad uno spettro le cui ascisse misurino appunto i numeri di oscillazione nell'unità di tempo, o se si vuole, le inverse delle lunghezze d'onda. Qui non voglio far altro che fissare i punti principali, rimandando il lettore che desideri familiarizzarsi con le regolarità degli spettri agli scritti di Kayser e di Ridberg.

Due tipi di regolarità.

PRIMO TIPO - SERIE. Serie spettrale si dice una successione illimitata e regolare di righe che vadano (progredendo sulla nostra scala in frequenze nel verso rosso-violetto) indebolendosi e avvicinandosi, e tendano a un limite finito.

Ognuno vede la analogia colla serie dei suoni armonici e anche la diversità, poichè la frequenza di questi ha per limite ∞ .

SECONDO TIPO - DIFFERENZE DI FREQUENZA RIPETUTE. Sulla nostra scala si mostrerebbero alcuni gruppi di righe uguali fra loro, ossia capaci di esser portati a coincidere con ispostamenti lungo la scala stessa. Si può poi indifferentemente considerare tutto l'insieme di queste righe come la ripetizione n volte

di un gruppo di m , o la ripetizione m volte di un gruppo di n .

Vedremo come i due tipi di regolarità si possono combinare insieme nelle SERIE DI DOPPIE e DI TRIPLE.

Un caso semplice.

La prima serie conosciuta è quella che comprende le righe dell'idrogeno detta serie di Balmer, da colui che ne scoprì la legge, la quale si può rappresentare essendo N la frequenza, colla formula:

$$N = A - \frac{4A}{n^2}$$

dove n prende tutti i valori interi da 3 in poi.

Calcolando la costante A dal primo termine $n = 3$ (che è la C di Fraunhofer) essa soddisfa perfettamente le 26 righe dell'idrogeno che sono state osservate nel laboratorio, e coincidono con righe stellari. Ma nelle stelle la serie si estende sempre in perfetto accordo con la formula fino al 31^{esimo} termine.

Le regolarità sono approssimate.

Nessuna altra regolarità così perfetta è stata riconosciuta per gli altri elementi, e le relazioni scoperte in essi sono rappresentate da formule solo approssimativamente, ma in generale con ottima approssimazione.

Se non fosse il grado altissimo di precisione che possono avere le misure di lunghezze d'onda, si potrebbero credere leggi esatte. In ogni modo il numero dei parametri delle formule è sempre piccolo, e quello delle coincidenze grandissimo; inoltre le classificazioni che delle righe si fanno per tal via corrispondono a quelle suggerite dalle condizioni di produzione e dalle proprietà fisiche; talchè non solo è indubitabile che le regolarità corrispondano a qualche cosa di obbiettivo, ma anche si capisce che questo qualcosa debba attenere alla più intima costituzione della materia.

Due nomenclature.

Le serie che si rinvencono negli spettri degli elementi si uniscono in *gruppi* di due o tre serie di cui i termini si corrispondono tra loro, cosicchè si può egualmente parlare di *gruppi* di due o tre serie (nomenclatura del Ridberg) o di serie di righe *doppie* e *triple*. (Nomenclatura del Kayser).

In linea generale si può dire che gli elementi a valenza dispari diano le serie di doppie, e quelli a valenza pari diano quelli di triple ¹⁾.

SERIE PRINCIPALE si dice quella che comprende le righe più forti o più facili a prodursi dell'elemento. Si conoscono poche di queste serie appartenenti ai metalli alcalini e all'elio. Le doppie che le costituiscono presentano differenze di frequenza da termine a termine rapidamente decrescenti, in modo che non vi sono due limiti ma un limite solo.

Classificazione delle serie.

Secondo la nomenclatura di Ridberg si avrà il *gruppo principale* formato da due (e teoricamente comprendendo la possibilità di serie di triple aggiungeremo: o da tre) serie aventi lo stesso limite.

LA PRIMA SERIE ACCESSORIA. Le sue righe per intensità e importanza vengono subito dopo quelle della principale, se c'è. È costituita da doppie o triple le cui differenze di frequenza rimangono costanti da un termine all'altro tendendo così ad una doppia o tripla limite. Ridberg, avendo riguardo all'aspetto delle righe e seguendo la sua nomenclatura, parla di un *gruppo nebuloso* costituito da due o tre *serie* simili aventi due o tre limiti distinti.

LA SECONDA SERIE ACCESSORIA. È di doppie o triple aventi differenze uguali a quelle della prima accessoria, e tende alla stessa doppia o tripla limite. Ridberg usa la nomenclatura, *gruppo stretto*, costituito di due o tre serie che hanno i limiti comuni con le serie del gruppo *nebuloso*.

Oltre a quelli elementi di cui si conosce la serie principale, molti altri presentano le due serie accessorie, e quindi a questa categoria va ascritto il maggior numero delle serie.

COSTITUZIONE DELLE DOPPIE E DELLE TRIPLE. Le doppie della serie principale hanno la loro componente più rifrangibile, più intensa dell'altra. Il rovescio avviene per quelle delle serie accessorie. Le triple delle serie accessorie presentano pure nelle loro componenti intensità decrescente col cre-

1) Le righe del litio fanno eccezione, o almeno non sono state ancora risolte in doppie, quelle dell'idrogeno che all'interferometro si rivelano doppie, presentano altre difficoltà a rientrare in questa regola.

scere della rifrangibilità. La differenza di frequenza tra la prima componente (la più forte) e la media è approssimativamente doppia di quella tra la media e l'ultima.

Nelle prime accessorie si è inoltre riconosciuto che la prima di ogni doppia è alla sua volta una doppia assai serrata, e la prima di ogni tripla è tripla, la seconda è doppia.

Formule delle serie.

FORMULE DELLE SERIE. Sono estensioni di quella di Balmer che contengono alcune costanti e un parametro che varia per valori interi da 2 o 3 fino a ∞ .

Naturalmente, quante più costanti contengono, e meglio concordano con i risultati della esperienza, ma perdono in semplicità cioè in applicabilità e in significato. Per questo mi limiterò alle due più semplici che pure si possono considerare come buone, anzi ottime approssimazioni.

Quella di Ridberg :

$$N = N_{\infty} - \frac{M}{(n + \mu)^2}$$

che si riduce a quella di Balmer facendovi $\mu = 1$ e $M = 4 N_{\infty}$ e cambiando $n + 1$ in n .

Quella di Kayser e Runge :

$$N = A - \frac{B}{n^2} - \frac{C}{n^4}$$

oppure

$$N = A - \frac{B}{n^2} - \frac{C}{n^4}$$

che si riduce a quella di Balmer per $B = 4A$ e $C = 0$. Manifestamente l' A di Kayser non è che N_{∞} di Ridberg cioè il limite della serie.

Nella *principale* avremo due o tre valori di B e C o M e un solo di A o N_{∞} ; nelle accessorie, che sono di doppie e triple uguali, avremo due o tre valori per A o per N_{∞} e un solo per B e C , o per M e μ . La formula di Ridberg è chiusa, e quella di Kayser è una serie di cui si prendono i primi tre termini. Del resto la seconda forma di quella di Kayser non è che lo sviluppo binomiale di quella di Ridberg.

Questa, se corrispondesse esattamente alla esperienza, sarebbe una vera e propria legge. Sarà dunque una legge approssimata, o una legge limite di un fenomeno perturbato?

Quella di Kayser, nella forma più modesta di sviluppo in serie, confessa la ignoranza della vera legge, e lascia libero il campo a rappresentare con maggior precisione i risultati dell'esperienza.

Vi sono poi relazioni tra le varie serie di uno stesso spettro, che permisero al Ridberg di rappresentarle tutte con un numero di costanti ridotto, e che hanno avuto una interessante applicazione allo spettro stellare dell'idrogeno. La serie di Balmer è nelle stelle accompagnata da un'altra che tende allo stesso limite, cosicché si è riconosciuto che esse sono le due accessorie, e si è potuto anche calcolare il primo termine della principale, che si trova pure in alcune stelle. (Pickering, Kayser). Così con una induzione ardita si è potuto arricchire lo spettro di un elemento con righe che gli appartengono, ma che non sappiamo produrre nei nostri laboratori.

Cenno delle relazioni tra le serie.

Lo spettro dell'idrogeno completo nelle stelle.

Importanza delle regolarità.

E l'analisi spettrale non si fa ormai più per sole coincidenze di singole righe, che potrebbero talora essere false, ossia fortuite quasi coincidenze, che lo strumento non arrivi a distinguere, ma si col sussidio di un grande e multiplo sistema di corrispondenze.

Le costanti della formula di Ridberg per diversi elementi presentano inoltre relazioni col loro peso atomico, cosicché si intravede una sintesi completa che permetta di dare una espressione generale comprendente tutte le forme della materia.

Ma non bisogna credere che questa prima e più importante specie di regolarità abbracci tutte le righe conosciute.

Si è a questo proposito osservato che gli elementi a basso punto di ebullizione danno spettri più ricchi di serie di quelli a punto di ebullizione alto, e ciò fa pensare che il presentarsi di esse corrisponda a uno stato gassoso assai lontano da quello liquido, non per tutti i corpi semplici facilmente raggiungibile; e che pur vi abbia a essere una particolare condizione della materia tutta, caratterizzata dalla capacità di emettere spettri di serie.

Ma, per le osservazioni di cui ora si può disporre, molti elementi vi sono con spettri in cui solo piccola parte delle righe è ordinata in serie, e molti con ispettri in cui serie non si presentano, o almeno non si conoscono.

Difficoltà e tentativi.

La seconda specie di regolarità permette ancora di porre in essi un qualche ordine, ma in parecchi casi la ricerca stessa delle regolarità è resa difficile dal numero enorme delle righe, che (per esempio nello spettro del ferro) si succedono con un apparente disordine in tutte le regioni esplorate.

Ma lo scenziato non può arrestarsi alla osservazione del disordine e della meravigliosa molteplicità, e cercando prima di classificare le righe con altri criteri, che faranno argomento della parte terza, tende ad allargare sempre più il dominio dell'ordine e dei rapporti numerici semplici.

PARTE TERZA.

La molteplicità degli spettri di righe.

Generalità.

Non solo un elemento allo stato gassoso può presentare, a seconda delle condizioni, i diversi tipi di spettro che abbiamo detto da principio, ma anche rimanendo nel campo delli spettri di righe, vi è una molteplicità tale che ha reso necessario avvertire fin da principio ogni elemento esser individuato dallo spettro di righe che esso dà in *determinate condizioni*. È quasi superfluo ripetere che non si tratta di variazioni di lunghezza d'onda delle singole righe, ma di comparire o scomparire, variare l'intensità relativa, espandersi, assottigliarsi ecc. delle varie righe, fino al punto che gli spettri ottenuti dallo stesso elemento in condizioni diverse possono avere poco o niente a comune.

E non solo diversi spettri si ottengono variando il modo di produzione, fiamme, arco, scariche ecc., ma anche per ciascun modo e per ciascuna sorgente, dalle diverse parti, o, se si tratta di fenomeni periodici, come l'arco alternato e le scariche oscillanti, dalle diverse fasi.

Esperienze vecchie e nuove.

Il numero delle osservazioni è, come in quasi tutti i campi della spettroscopia, stragrande. I più antichi sperimentatori variavano a caso le condizioni per trovare nuove righe,

e accumulare sempre nuovi elementi per l'analisi, spettrale; poi si prese a operare con un po' più d'ordine, e a vedere la relazione empirica tra i mezzi adoprati e i risultati ottenuti. Ma solo recentemente si è cominciato a connettere la misura spettroscopica colla misura degli altri elementi fisici che determinano le condizioni del vapore luminoso; e viceversa si è interpretato lo spettro non solo come un indizio della presenza di un elemento, ma anche delle condizioni in cui l'elemento si trova.

Si può dire dunque che siamo poco più che al principio di questo studio importante, e che gran parte del materiale accumulato ha scarso valore per esso.

Ordinariamente per i metalli si considerano tre spettri: Metalli.
quello di fiamma, quello d'arco, e quello di scintilla. Ma in ciascuno di questi tre tipi, principalmente nel primo e nell'ultimo, si ha una estesissima varietà.

Per le fiamme lo spettro dipende da varie circostanze; Fiamme.
dalla natura del processo chimico, dalla vivacità di questo, e dal modo come il metallo è introdotto. Per esempio, se nella fiamma del bruciatore di Bunsen è introdotta una perla di sale di sodio, non si hanno che le righe della serie principale, ma se il sale è invece introdotto in soluzione finamente polverizzata, compaiono anche quelle della prima accessoria ¹⁾, (Gouy, de Watteville). Simili risultati si ottengono alimentando un bruciatore col gas misto ad aria che sia stata traversata da scariche elettriche tra elettrodi del metallo in esame (Hemsalech e De Watteville). Il caso delle fiamme è il più complicato, e io credo, quello che ha più bisogno di studio. Come per l'arco e le scintille si determinano gli elementi elettrici, così per queste bisognerebbe determinare bene quelli chimici.

L'arco elettrico a corrente continua dà necessariamente Arco continuo.
fenomeni meno vari, e per questa ragione e per la ricchezza

1) Dalla memoria del De Watteville (Thèses Présentées à la faculté des sciences de Paris n.° 1184, anno 1904) apparirebbe che sia la seconda accessoria ma si tratta di un errore forse di stampa, che il valore numerico delle lunghezze d'onda permette di correggere.

grande del suo spettro e per la intensità della sua radiazione che permette d'utilizzare facilmente gli strumenti più potenti, esso serve meglio degli altri mezzi di campione e di tipo; ed è preferito nella spettroscopia di misura.

Non però che nel suo spettro non si possano produrre variazioni cambiando, sia il modo di introdurre l'elemento studiato, sia la natura degli elettrodi, il che porta naturalmente una variazione sugli elementi elettrici, i quali si possono anche far variare direttamente e variando la distanza tra i carboni.

Arco alternativo

L'arco a corrente alternata invece presenta durante un periodo una successione di spettri, che variano largamente, e che si possono riconnettere in modo sicuro e facile a tutte le circostanze di produzione, e sebbene esso sia stato per ora studiato da pochi, promette di divenire uno dei più sicuri ed efficaci mezzi di ricerca per questo campo. (De Watteville, Crew e Baker, Puccianti).

Scintille.

Ma le più ampie variazioni dello spettro si ottengono dalla scintilla, variando gli elementi elettrici del circuito di scarica: capacità, resistenza, autoinduzione. (Schuster, Hemsalech ed altri). Qui le esperienze, condotte da concetto veramente scientifico, sono abbastanza numerose perchè si possa dire che questo caso di molteplicità è il meglio conosciuto.

Altri mezzi di produzione.

Per la produzione degli spettri dei metalli sono stati usati, oltre a questi tre principali, altri mezzi svariatiissimi, termici, elettrici, chimici ecc.; i risultati talora possono essere riconnessi tra loro e con gli altri ricordati sopra, e ciò al solito quando sono state meglio determinate le condizioni di produzione. (Le esperienze più importanti sono quelle di Liveing e Dewar). Forse il più esteso, certo il più grandioso esempio di molteplicità spettrale, lo danno gli spettri stellari, i quali però non possono essere studiati, e in molti casi bisogna dire decifrati, che con l'aiuto di una estesa conoscenza delli spettri prodotti con mezzi fisici. È questo il campo ove si è svolta l'opera insigne, anche se in qualche parte non invulnerabile alla critica, di N. Lockyer.

Righe lunghe e corte.

A lui si deve per la maggior parte lo studio della molteplicità nelle diverse regioni di una stessa sorgente, col suo metodo (detto anche delle righe lunghe e corte) che consiste

nel proiettare sulla fenditura una immagine reale della sorgente. Metodo che egli stesso aveva già applicato allo studio dei corpi celesti.

È interessante osservare come i procedimenti della spettroscopia fisica seguono quelli della spettroscopia astronomica. Già da molti anni era nell'uso comune degli astronomi, seguendo il Lockyer stesso ed il Jannsen, dopo proiettata l'immagine del sole sulla fenditura dello spettroscopio e portata questa tangente al lembo per osservare lo spettro di righe chiare, di allargarla, per scorgere la forma delle protuberanze; quando questo stesso procedimento fu introdotto nel laboratorio di fisica dal Lenard, e applicato con felicissimo successo all'arco elettrico.

Cenno storico.

In seguito gli astronomi già da qualche anno avevano per le osservazioni dell'eclisse semplificato questo procedimento, abolendo la fenditura, e sostituendola con la falce di cromosfera solare che rimane scoperta immediatamente dopo il secondo contatto, e immediatamente prima del terzo; quando la stessa semplificazione alla disposizione del Lenard fu fatta dal professor Garbasso¹⁾. Con questi ultimi metodi non si ha più la riga, ma al suo posto una immagine della sorgente che permette di riconoscere come l'emissione corrispondente è distribuita in essa.

Immagini monocromatiche.

I gas si studiano quasi esclusivamente colle scariche elettriche, e il più spesso con piccola pressione, (tubi a vuoto) e danno esempi di molteplicità interessantissimi.

I gas.

1) Seguendo questa imitazione dei metodi astronomici, io ho ultimamente composto una disposizione simile a quella dello spettro-eliografo. Un primo obiettivo fotografico forma un'immagine dell'arco sopra la fenditura di uno spettroscopio a visione diretta. A questo è tolto l'oculare, e posta in sua vece una seconda fenditura nel piano focale del telescopio, la quale è collocata in modo da lasciar passare, volta per volta una sola riga, di cui un secondo obiettivo proietta un'immagine sulla lastra fotografica. Quando lo spettroscopio si fa scorrere trasversalmente con moto uniforme, sulla lastra rimane l'immagine dell'arco ottenuta con luce monocromatica corrispondente volta per volta alla riga scelta. Questa disposizione presenta sopra quella dello spettroscopio senza fenditura il vantaggio che la larghezza delle righe non deforma le immagini dell'arco, e che i carboni in luogo di dare due spettri continui, danno anch'essi la loro immagine, di modo che riman più facile vedere la relazione di posizione tra vapori ed elettrodi.

Gas monoatomici.

L'apparire o il predominare di certe o certe altre righe dipende sopra tutto dagli elementi elettrici della scarica; nella maggior parte dei casi pare che la densità della corrente abbia un'importanza capitale, ma secondo Trowbridge e Richards si tratterebbe principalmente dell'essere la scarica oscillante o no. Bisogna osservare che la specie della scarica influisce sopra la resistenza del tubo e viceversa; quindi non è così facile separare i diversi elementi. Quanto alla molteplicità degli spettri dei gas, è bene dir subito che uno dei casi più tipici di un doppio spettro di righe è presentato dall'argo che è un gas monoatomico: quindi non si può pensare neanche in questo caso a una scissione della molecola in atomi liberi.

Resultati delle esperienze a pressione ordinaria.

Fatta così una rapida rassegna dei metodi sperimentali per lo studio della molteplicità, dirò in sintesi dei risultati.

Gli spettri di fiamme sono i più semplici ossia più poveri di righe; il numero di queste aumenta attivando maggiormente il processo di combustione; così le serie accessorie del sodio che mancano nello spettro del becco bunsen, compaiono in quello della fiamma alimentata da un soffio di ossigeno. Lo spettro d'arco è ancora più ricco, e in esso sono sviluppate le serie fino a termini assai elevati. Lo spettro della scintilla di un condensatore di grande capacità con piccolissima autoinduzione e resistenza nel circuito, mostra altre righe che si aggiungono a quelle dell'arco, e presenta notevoli variazioni di intensità relativa: si dicono *rafforzate* quelle righe che l'arco presenta deboli e la scintilla forti, e si possono chiamare indebolite quelle che subiscono il cambiamento opposto.

La scala delle molteplicità.

I cambiamenti ottenuti passando dalla fiamma del becco bunsen a quella con soffio di ossigeno, proseguono nello stesso senso, passando da questa all'arco, e ancora passando dall'arco alla scintilla, di guisa che questi quattro modi di produzione si posson considerare come quattro gradi di una scala. Nè da questa scala si esce quando si varino le condizioni dell'arco e della scintilla.

Per esempio, coll'arco a corrente alternata si ottiene nelle diverse fasi una serie di spettri che gradatamente pas-

sano da quelli della fiamma, che si hanno nella fase di corrente nulla, al più alto gradino che si possa raggiungere coll'arco. Variando le condizioni del circuito di scarica, li spettri delle scintille percorrono pure la stessa scala, e da esser simili a quelli di fiamma per scariche oscillatorie ottenute con grande autoinduzione, attraversano i gradi dell'arco e li oltrepassano quando sia molto piccola l'autoinduzione, e grande la capacità. L'Hemsalech è riuscito con una elegante disposizione a confrontare gli spettri prodotti negli istanti successivi da una scarica oscillatoria, ed ha visto che si aveva ancora la stessa scala di spettri.

Nè diversa è la scala che si ottiene confrontando col metodo delle righe lunghe e corte le varie parti di una stessa sorgente: così le parti più esterne dell'arco corrispondono ai gradi più bassi, e le parti più interne ai più alti, e la scintilla di un grande condensatore tra elettrodi metallici è avvolta da una aureola che presenta le righe corrispondenti ai gradi più bassi, e dà quelle corrispondenti ai gradi più alti, cioè le righe rafforzate soltanto nella sua linea assiale.

Ma bisogna osservare che nel percorrere dal basso all'alto questa scala, non solo compaiono delle righe nuove, rinforzandosi gradatamente, ma si perdono pure gradatamente le vecchie; di modo che ogni riga sussiste soltanto in un certo intervallo della scala. Questo non appare subito dalla maggior parte delle esperienze, perchè non è facile evitare che le parti più esterne della sorgente presentino sempre i gradi più bassi. Per ciò il Lockyer confronta lo spettro di arco con quello di scintilla, e rileva da questo le righe rafforzate, tralasciando le altre, e compone così una tavola che corrisponde al più alto grado di eccitazione da lui raggiunto, e gli serve per l'analisi spettrale delle stelle bianche. Ma ultimamente il Goldstein è riuscito a produrre lo spettro di alcuni metalli alcalini in modo da ottenere sole le righe di più alta eccitazione. Questo spettro non ha nulla a comune con quello che si osserva ordinariamente.

Col concetto classico che l'emissione sia termica, si sono fatti corrispondere i gradi di questa scala a gradi diversi di temperatura, e si son chiamate righe di bassa temperatura

Un sol parametro.

quelle di fiamma, ossia le righe lunghe, di media temperatura quelle che dominano nell'arco, di alta temperatura le righe più corte nell'arco, le rafforzate e quelle proprie della scintilla di capacità.

Ma abbiamo visto quanto si sia discusso sulla emissione di temperatura. Quindi per non adoprare parole che pregiudichino una quistione non risolta, e forse non risolvibile, è meglio adoprare la parola *eccitazione* che lascia il campo libero ad ogni ipotesi.

Ma qui va richiamato ciò che è detto nella prima parte riguardo alla *temperatura elettrica* di Stark e alle temperature parziali di Smithells.

In quelle ipotesi è facile trovare la spiegazione del fatto che tutti questi risultati si possono ordinare in funzione di un sol parametro, il quale potrebbe essere la temperatura vera e propria nel caso dell' emissione termica, la temperatura parziale nel caso delle fiamme, la temperatura elettrica nel caso dell' arco e della scintilla.

Apparenti difficoltà.

Qui però bisogna osservare che non in tutti i casi la cosa è così semplice, e vi sono altri elementi di cui bisogna tener conto. Liveing e Dewar hanno mostrato con un seguito di bellissime esperienze l' influenza che esercita sulle righe dei metalli nell' arco la presenza di un altro elemento, e ciò ha fatto pensare al Pringsheim che la luminescenza chimica abbia una parte importante nella luminosità dell' arco. Ma veramente le modificazioni osservate dagli spettroscopisti inglesi mi pare che si possano riferire semplicemente a una variazione di densità del vapore luminoso, o per esser più precisi, a una variazione di densità dei vibratori. Infatti siccome l' arco è sottoposto all' azione ossidante dell' atmosfera, è naturale pensare che l' aggiungere a un metallo un altro metallo o un gas riducente possa aumentare la densità del vapore del primo, proteggendolo, per dir così, dalla ossidazione dell' aria, e invece l' introduzione di un gas ossidante possa diminuirne la densità. Ma non si può escludere che queste alterazioni chimiche mutino anche il grado di eccitazione dell' arco; e sarebbe opportuno anche qui fare misure dell' energia elettrica spesa, per avere di ciò un indizio diretto.

Insomma l'insieme dei risultati sopra descritti e quelli ancora ottenuti con altri mezzi, ma sempre alla pressione atmosferica, sono, almeno per ora, ordinabili secondo le variazioni di un solo parametro (oltre la densità, si capisce).

Ma non potrei contraddire il Pringshein quando afferma che ciò non sia possibile per la luminosità elettrica dei gas e vapori rarefatti.

Gas e vapori rarefatti.

E non deve parere strana questa distinzione: anzi si può scorgere facilmente alcuna ragione che la giustifichi. In un gas che si trovi a una certa pressione non piccola, per esempio quella dell'atmosfera, nel quale cioè il cammino libero degli ioni non possa esser che breve, l'energia elettrica subisce tutte le sue trasformazioni, fino a quella ultima in energia radiante, luogo per luogo; e non è quindi assurdo pensare che le condizioni in ciascun luogo dipendano da un sol parametro, ciò equivalendo a dire che vi sia tra temperatura termica ed elettrica, una relazione che rimanga la stessa finchè rimane costante la pressione. Ma si può intanto pensare che tale relazione vari appunto colla pressione, e ciò equivale a introdurre un secondo parametro. Quando poi questa divenga estremamente piccola, allora la cosa si complica anche più: un gas fortemente rarefatto in ciascun luogo è sottoposto alle collisioni degli ioni provenienti da un altro luogo relativamente lontano; di modo che è naturale pensare le condizioni determinate almeno da due parametri, l'uno corrispondente al luogo di emissione, l'altro agli ioni provenienti dall'esterno¹⁾.

Più di un parametro.

* 1) Per chiarire questo concetto si consideri l'energia emessa p. e. dalla parete di vetro di un tubo di Crookes in faccia al catodo. Essa è calda, ed emette per questo delle onde lunghe che non raggiungono il limite rosso dello spettro visibile, e che costituiscono una radiazione puramente termica, e la temperatura del vetro sarebbe il parametro locale. Ma emette ancora una luce verde di fluorescenza che dipende principalmente dal parametro esterno, cioè dalla temperatura elettrica dei raggi catodici. La sua emissione totale si può quindi considerare come funzione di due parametri, che in questo caso è facile scindere col pensiero, e colla esperienza far variare separatamente.

Un altro esempio di radiazione che dipenda da due parametri è quella di una sostanza fluorescente esposta alle radiazioni di una lampadina a incandescenza; i due parametri sono la temperatura della sostanza e quella del filamento di carbone.

Così gli effetti della temperatura termica e di quella elettrica possono essere non solo diversi, ma senza una relazione costante tra loro.

Parmi che questa sia la via più logica di connettere i risultati numerosissimi a pressione ordinaria, che nel loro insieme alcuni ordinano ancora secondo il concetto della scala di temperatura, con quelli certo più complessi dei gas rarefatti.

Ma lasciamo queste sottigliezze teoriche, e torniamo alle esperienze.

Relazione tra regolarità e molteplicità.

Queste insegnano, oltre le cose già esposte, che vi è un' intima connessione tra la regolarità e la molteplicità. Per esempio, i diversi elementi delle doppie e delle triple appaiono e scompaiono insieme e con intensità sempre proporzionali, e colle stesse variazioni di aspetto. E così gli elementi di ciascuna serie variano di pari passo. Comportamento diverso hanno invece le righe delle diverse serie; quelle della serie principale corrispondono a gradi di eccitazione più bassi; si presentano quindi come righe lunghe col metodo di Lockyer, poi vengono le righe della prima serie accessoria, e infine quelle della seconda serie accessoria. E ciò da un lato conferma il valore obiettivo delle regolarità spettrali, dall' altro aiuta nella ricerca di queste, indicando quali sono le righe, i cui numeri di vibrazione possono essere provati per le serie o per le differenze costanti. Riguardo alle righe che non fanno parte della serie, ve ne sono poi di quelle corrispondenti a gradi di eccitazione più elevati, oppure a gradi di eccitazione inferiori; e ciò collima con quanto è stato detto nella seconda parte, che cioè le serie corrispondono a un certo stadio della materia.

Esperienze di forma.

Interessantissime sono poi le esperienze iniziate da Leonard col metodo detto sopra dello spettroscopio senza fenditura. Esse ci rivelano addirittura la forma delle regioni della sorgente corrispondenti ai diversi gradi della scala. Le immagini date dai due elementi di una doppia, e anche dai diversi elementi di una stessa serie sono uguali fra di loro; più grandi sono quelle della serie principale, poi viene la prima, poi la seconda accessoria, e in generale vanno impiccolendo col crescere del

grado di eccitazione: il che era da aspettarsi secondo le esperienze col metodo delle righe lunghe e brevi. Ma ciò che questo metodo non aveva ancora lasciato osservare, è che le immagini sono più deboli nel centro, rivelando la forma cava della sorgente luminosa (Lenard, Garbasso, Puccianti); ciò che si spiega facilmente ammettendo che nella parte centrale regni un grado di eccitazione così elevato, da oltrepassare il limite superiore di produzione di quella riga particolare ¹⁾.

E qui si presenta subito il problema di determinare sperimentalmente la relazione fra queste forme e questi diversi gradi di eccitazione e la corrente elettrica che li produce più o meno direttamente. A ciò si presta meglio l'arco alternato; esso in effetto ci mostra doppiamente la scala di molteplicità colle sue varie fasi e coi suoi vari involucri concentrici. (Puccianti).

Ed ora veniamo a un problema teorico assai importante perchè ha un significato più chiaro e una relazione coll'esperienza più diretta di quelli incontrati fino a questo punto.

La interpretazione della molteplicità.

Abbiamo già detto che le righe si pensano come prodotte dal movimento di ipotetici *vibratori*, che saranno sistemi più o meno complessi di cui ciascuno corrisponderà a una riga o anche a più righe, e probabilmente a una intera serie, come una corda sonora dà l'intera serie delle note armoniche.

Orbene, della molteplicità si offrono alla mente due interpretazioni, e si tratta di scegliere tra esse. Il Prof. Garbasso mise ben chiaro il loro diverso significato.

I^a Sono sempre presenti tutti i vibratori, ma in certe condizioni altri sono eccitati altri no. Ossia la differenza non è nelle equazioni del movimento, ma nelle costanti di integrazione.

Sola variazione della eccitazione.

II^a Si hanno diversi vibratori nei diversi stadii; ossia cambiano le equazioni del movimento.

Variazione di costituzione.

1) Veramente queste esperienze hanno trovato un oppositore nel Professor Kayser: ma nonostante la sua grande autorità, io anche per le esperienze fatte personalmente, seguo in questo il Lenard e il Garbasso.

In queste due ipotesi, in forma moderna e con significato matematico preciso, sono formulati due vecchi modi di vedere opposti; nella prima quello che va anche sotto il nome di *ipotesi della campana*, nella seconda, opportunatamente sfrondata, la *ipotesi della dissociazione di N. Lockyer*.

Richiamando quanto è detto alla fine della prima parte, si scorge subito che la chiave della quistione è nelle esperienze di inversione e di dispersione anomala.

Responso della esperienza.

Le prime, specialmente quelle classiche di Liveing e Dewar, quelle della autoinversione che è presentata massimamente dalle righe lunghe ecc., riprese in considerazione da questo punto di vista, si accordano bene colla seconda ipotesi e male colla prima, ma l'intralciarsi dei fenomeni di emissione e di assorbimento, la diversità di aspetto e di invertibilità delle righe tolgono alquanto di chiarezza all'interpretazione di queste esperienze.

Più chiaramente parlano per alcune righe del calcio, dello stronzio e del sodio le esperienze di dispersione anomala condotte sull'arco alternato. (Puccianti). La prima ipotesi è dunque insufficiente, ed è necessario per spiegare la molteplicità, ammettere una variazione di costituzione.

Se ci si riferisce alla legge di Kirchhoff, che qualitativamente non è mai stata posta in contraddizione coi fatti,

$$E = A \epsilon$$

bisognerà ammettere che non solo varii ϵ il potere emissivo del *corpo nero*, funzione della lunghezza d'onda e della temperatura, ma anche A , potere assorbente del corpo, varii colle varie condizioni.

Bisogna avvertire che la seconda ipotesi non esclude la prima; si può pensare benissimo che in due diverse condizioni si abbiano gli stessi vibratorii colla stessa densità, cioè la stessa costituzione, ma pure l'energia delle loro vibrazioni sia diversa. Del resto queste differenze dipendenti dalla sola eccitazione non possono essere di grande importanza. Invero soltanto nel caso di vapori metallici a temperatura poco elevata per es. di vapori di sodio in un palloncino di vetro, si può osservare la riga per assorbimento e non per emissione. Quando

invece la somministrazione dell'energia in una o in altra forma è sufficientemente attiva, cioè con tutti i modi ordinari di produzione dei vapori luminosi, non si osservano righe invertite senza le corrispondenti righe chiare, anzi è sempre più sensibile ai mezzi di osservazione la riga chiara della corrispondente invertita. Ciò significa che, se anche una differenza relativa alla sola eccitazione vi può essere, questa non può fare che, almeno qualitativamente, lo spettro invertito non sia compreso in quello di emissione.

Queste conclusioni sono di grande importanza per la spettroscopia celeste, la quale anzi vi è stata fondata sopra dai ricercatori, in parte inconsapevolmente. Se esse si negassero, tutto ciò che si è scoperto mediante il confronto delle righe oscure solari e stellari colle righe chiare prodotte nel laboratorio, si ridurrebbe a coincidenze di lunghezze d'onda, che potrebbero provare tutt'al più la semplice presenza di certi elementi nel sole e nelle stelle. Qui è da richiamare ed estendere ciò che è detto verso la fine della seconda parte (pag. 17). Se si ammette che la molteplicità dello spettro invertito corrisponda a quella dello spettro di emissione, la analisi spettrale acquista un gran numero di corrispondenze e riprove, entro le regolarità e fuori di esse, e quel che è più, ci rivela il grado di eccitazione o lo stadio costitutivo della materia negli astri. Anzi mentre nelle sorgenti dei nostri laboratori non riusciamo che difficilmente e per via di artifici ad avere una sola porzione limitata della scala, liberandoci dai gradi più bassi, ciò invece si presenta naturalmente in molti spettri stellari. Onde N. Lockyer ebbe a dire con espressione singolarmente immaginosa: « per
« molto tempo ho desiderato di avere una fiala incandescente, in
« cui poter raccogliere ciò che si produce nel centro della
« scintilla; e finalmente questa fiala mi è stata data dalle
« stelle ».

Applicazioni alla spettroscopia celeste.

La molteplicità degli spettri stellari.

PARTE QUARTA.

I Vibratori.

Ho già notato le insormontabili difficoltà di fatto contro cui si urta volendo attribuire senz'altro l'ufficio di vibratore

I vibrator non sono gli atomi.

all'atomo, e la necessità di ammettere il sopravvenire in esso di un'alterazione, perchè divenga capace di emettere o assorbire le oscillazioni luminose, le quali costituiscono lo spettro di righe. Ora voglio aggiungere che se si immagina un gas monoatomico che emetta per temperatura, si cade in una contraddizione di natura teorica.

Infatti un gas monoatomico è un gas in cui l'energia interna variabile, sia tutta forza viva molecolare; ma allora quale può essere la fonte dell'energia delle vibrazioni che danno l'emissione? Evidentemente non vi è risposta possibile. Dunque anche per questa via siamo condotti ad ammettere che l'atomo non sia capace di produrre vibrazioni luminose, se non subisce prima una alterazione, e neanche ad assorbirle.

Ipotesi che i vibratorii
sieno ioni positivi.

Un numero grandissimo di fatti convalidano l'ipotesi che i vibratorii degli spettri di righe sono ioni positivi, (Stark). L'alterazione che l'atomo deve subire per esser capace di produrre le vibrazioni corrispondenti a una riga, è dunque la perdita di uno o più elettroni negativi.

Fatti che confermano
tali ipotesi.

Citerò sommariamente i principali fatti che comprovano questa tesi. Primo di tutti è da ricordare quello assai conosciuto che l'emissione delle righe va di pari passo colla conducibilità elettrica. Il mezzo che meglio si presta ad osservarlo è l'arco elettrico: se si caricano progressivamente i carboni di sali metallici, si osserva che da un lato lo spettro si arricchisce di righe via via più espanse, e dall'altro la differenza di potenziale tra i carboni diminuisce notevolmente.

Ma più evidenti sono le esperienze che mostrano nel vapore di sodio l'effetto della dispersione anomala variare di pari passo colla conducibilità elettrica.

La esperienza di Liveing e Dewar sull'autoinversione delle righe dell'idrogeno si illustra facilmente in questo concetto: la scarica produce gli ioni positivi, e il loro numero aumenta con la densità della corrente. Un gas non ionizzato, non può presentare le righe. Nè pare facile produrle per assorbimento a temperatura e pressione ordinaria con uno dei soliti mezzi di ionizzazione che producono ioni complessi.

Così sebbene l'atmosfera terrestre specialmente nelle alte regioni, sia ionizzata, si capisce come le *righe* dei suoi gas non compaiono come righe telluriche nello spettro solare; quelle che compaiono sono di bande.

Le righe telluriche.

Le protuberanze solari si spiegano facilmente come regioni di ionizzazione dell'atmosfera solare. E della grande variabilità, della possibilità di formarsi separate dal globo fotosferico, delle forme capricciose e pittoresche, ci si può rendere conto facilmente.

Le protuberanze solari.

Niente di più facile a spiegare dell'espansione delle righe metalliche in vicinanza del carbone negativo dell'arco, se si pensano prodotte da ioni positivi.

Tendenza delle righe metalliche di portarsi al catodo.

Ma anche nella scarica per flusso di una pila ad alta tensione, si osserva una tendenza della luminosità dei metalli introdotti colla perla di sali, a portarsi verso il polo negativo (Riecke e Stark). L'esperienza è ben visibile adottando un sale di litio che dà luce rossa.

Resultati simili si hanno colle scariche elettriche nei gas rarefatti e colle scintille (Garbasso).

Lo Stark ha ancora provato il contegno nel campo elettrico, dei vapori di Mercurio che emettono le righe, facendo passare un pennello luminoso dal tubo in cui si stabiliva l'arco nel vuoto in un tubo laterale, nel quale si trovavano due altri elettrodi; ed ha verificato che questi vapori luminosi hanno una carica positiva.

Vapori di mercurio.

Ma le più notevoli esperienze in proposito sono quelle iniziate appunto dallo Stark sopra i raggi positivi che, traducendo male la denominazione del Goldstein *Canalstrahlen*, si sogliono chiamare anche in italiano raggi canali.

Le esperienze di Goldstein stesso e di Wien hanno mostrato che questi raggi sono costituiti da particelle cariche positivamente, e che il rapporto della carica alla massa è dell'ordine stesso di quello della elettrolisi; anzi con accurate esperienze per l'idrogeno è stato trovato addirittura uguale. E la velocità, variabile con la caduta di potenziale catodica, è dell'ordine dei millesimi di quella della luce. Or bene, secondo l'ipotesi che i vibratorii siano appunto gli *atomi* *ioni*, era da aspettarsi che lo spettro di questi raggi canali

Raggi canali.

presentasse uno spostamento dovuto all'effetto di Doppler, e precisamente verso le onde lunghe se i raggi si avvicinano all'osservatore, in senso contrario, se se ne allontanano, e in generale lo spostamento dovesse essere proporzionale al coseno dell'angolo formato dalla direzione dei raggi con quella della visuale. Queste previsioni sono state pienamente verificate dalle esperienze fatte da Stark e altri sopra l'idrogeno, l'elio, il mercurio. Ma insieme si sono manifestate altre particolarità che non possono essere passate sotto silenzio.

Lo spettro dei raggi canali si presenta piuttosto complicato. In esso si possono vedere le bande del gas contenuto nel tubo, e queste non danno traccia dell'effetto di Doppler, mostrando che i vibratori dello spettro di bande non sono gli ioni positivi che costituiscono i raggi, ma particelle relativamente in quiete, le quali vengono eccitate a vibrare per urto dai raggi canali. A lato delle righe spostate si trovano anche le righe ferme, che sono divise dalle spostate mediante un intervallo relativamente oscuro. Queste righe ferme mostrano che oltre i vibratori in movimento, ve ne sono altri compagni in quiete, i quali non fanno parte dei raggi, ma del gas che questi attraversano: inoltre la riga spostata ha una certa larghezza che indica non essere tutti i vibratori animati dalla stessa velocità.

Velocità massima.

La presenza di velocità minori della massima non deve meravigliare, perchè può bastare a spiegarla anche la semplice resistenza che i raggi incontrano nella loro propagazione. La velocità massima dovrebbe corrispondere alla forza viva degli ioni, che essi acquistano muovendosi davanti al catodo, e che si può uguagliare al lavoro della forza elettrica. Per calcolare questo lo Stark ammette che gli ioni si formino nella luminosità catodica, e che traversino con moto accelerato il secondo spazio oscuro detto spazio di Crookes, e lo spazio luminoso più vicino al catodo (primo strato catodico), e poi proseguano per inerzia attraverso il canale e dietro il catodo ove il campo elettrico è trascurabile. Di più come egli mette l'anodo in posizione tale che si trovi a contatto della luminosità catodica, pone senz'altro uguale la differenza di

potenziale tra questa e il catodo (caduta catodica) a quella misurata con l'elettrometro tra gli elettrodi del tubo. Manifestamente egli adotta per la caduta catodica, e quindi anche per la differenza di potenziale percorsa dagli ioni, un limite superiore. Chiamando E questa differenza di potenziale, e la carica, μ la massa, v la velocità finale dell'ione sarà:

$$\frac{\mu v^2}{2} = E e$$

ed il valore del rapporto e/μ che di qui si ricava, non potrà essere che un limite inferiore. E veramente esso risulta alquanto più piccolo di quello determinato con mezzi elettromagnetici che, come abbiamo detto, corrisponde assai bene a quello dell'elettrolisi. Fin qui dunque nessuna grave difficoltà, ma essa sorge quando ci si voglia rendere ragione perfettamente delle velocità inferiori alla massima e dell'intervallo oscuro che separa la striscia spostata dalla riga ferma.

Le velocità inferiori alla massima.

Secondo lo Stark vi sarebbero tutte quante le velocità da zero alla massima, ma le più piccole non darebbero l'emissione.

Egli è condotto ad ammettere che quando un ione si muove nell'etere, esso, per effetto soltanto di questa traslazione, debba emettere luce, e l'intensità di questa debba esser proporzionale alla seconda potenza del rapporto tra la velocità di traslazione e la velocità della luce, quindi essere insensibile per piccoli valori della velocità, e crescere notevolmente con questa.

Relazione tra velocità ed emissione.

Ma queste sue vedute teoriche sono state contraddette da G. A. Schott, che svolgendo minutamente la teoria matematica elettromagnetica secondo un metodo del Lorentz, giunge alla conclusione che il movimento relativo all'etere può solo aumentare leggermente, per velocità dell'ordine di quelle in questione, l'emissione del vibratore; quindi egli preferisce di ammettere che nei raggi canali non vi siano ioni animati da piccole velocità, ma che queste siano comprese entro due li-

Teoria elettromagnetica di Schott.

miti, uno massimo, e uno minimo non molto lontani. I vibratori formatisi nella luminosità catodica, cadrebbero attraverso lo spazio oscuro giungendo al catodo tutti presso a poco colla stessa velocità, la quale poi verrebbe ridotta di un ammontare tra il 20 e 50 per cento per effetto delle collisioni.

Queste ci potrebbero anche dare la spiegazione della energia emessa.

Senza pretendere di decidere la quistione, voglio notare che questo modo di vedere armonizza meglio con quanto si sa sulla luminescenza elettrica, e specialmente colle prime vedute così felici dello Stark stesso, che attribuiscono questa alle collisioni.

Valenza degli ioni.

Per quanto le determinazioni del rapporto e/μ per ora riescano grossolanamente approssimate e per difetto, pure hanno dato modo allo Stark di poter riconoscere la valenza degli ioni corrispondenti alle righe, e trovare monovalenti quelli della serie di Balmer, monovalenti pure quelli delle righe del mercurio che si ordinano in serie di doppie, ma bivalenti quelli di altre righe del mercurio che formano triple. E ciò è in armonia con quanto è detto a proposito della regolarità che le doppie dominano negli spettri di elementi a valenza dispari, e le triple in quelli di elementi a valenza pari (pag. 15). I vari vibratorii corrispondenti alle diverse righe o serie di righe sono dunque ioni di diversa valenza, e ciò in linea generale concorda con quello che aveva intuito parecchi anni avanti il Lenard.

Ancora la molteplicità.

La chiave della molteplicità spettrale pare dunque trovata, e con essa un nesso nuovo fra i fenomeni ottici ed elettrici che per importanza va confrontato con il fenomeno di Zeemann. Che se con questo si riconobbe che le parti vibranti erano gli elettroni negativi aggruppati in un edificio complesso, ora si vede che questo edificio è l'ione positivo, cioè l'insieme di molti elettroni associati a una carica positiva leggermente superiore alla somma delle loro cariche negative. Nessuna contraddizione dunque, anzi alcune analogie che potrebbero esser riferite qui, se non avessi deliberatamente escluso il fenomeno di Zeemann dai limiti di questo rapporto.

Senza dilungarmi sopra molti pure interessanti particolari di queste esperienze dello Stark, dirò che la sua contribuzione alla fisica è ricca e grandemente feconda. Ciò a cui si arrivava faticosamente per via di induzioni, ora appare accessibile alla esperienza diretta. Gl'ipotetici vibratorii che nella prima parte di questo scritto dovevano sembrare al lettore così indeterminati e quasi inconsistenti, e che poi coll'esperienza di molteplicità, inversione e dispersione anomala hanno preso valore matematico di un sistema ancora indeterminato di equazioni differenziali, ora prendono corpo per effetto di queste esperienze dello Stark, e si mostra finalmente che essi appunto eran già stati oggetto di studio sotto un altro rispetto.

La via in cui si è incamminata la spettroscopia sperimentale è dunque la seguente:

Ordinare le righe col criterio delle regolarità e della molteplicità, e ricercare le varie specie dei vibratorii, cioè dei vari ioni positivi, che si possono ottenere dall'atomo.

Ciò rimanendo nel campo della fisica generale, porta a conoscere meglio la conduzione elettrica dei gas, e a fare avanzare per tal via il problema centrale della costituzione della materia.

Per le applicazioni astrofisiche è manifesto come una conoscenza completa e non più empirica della molteplicità è indispensabile ad approfondire lo studio non solo delle specie di materia, ma anche degli stadii in cui essa si trova nei corpi celesti, e determinare su fondamenti fisici sempre più stabili le fasi della loro evoluzione.

Quanto alla spettroscopia matematica, sebbene essa non rientri nei limiti di questo rapporto, voglio avvertire come ad essa si presentano due problemi.

I.^o Tradurre in linguaggio analitico la incapacità a radiare e ad assorbire dell'atomo neutro, e la capacità a far ciò dell'ione positivo ¹⁾.

1) Ciò è cosa diversa dal problema trattato da G. A. Schott (Phil. Mag. Vol. XIII, 6^a serie, pag. 189, 1907) in cui l'ionizzazione viene considerata semplicemente come origine dell'energia delle vibrazioni.

II.° Riprendere lo studio della espansione delle righe fondandosi sulla teoria cinetica, ma introducendo l'ipotesi che i vibrator non sieno molecole o atomi neutri ma ioni, cioè particelle elettrizzate aventi quindi un raggio di azione maggiore ¹⁾.

1) Già lo Stark ha considerato il campo degli ioni come causa della espansione delle righe, ma solo per azione diretta sulle oscillazioni, esercitata dagli ioni vicini.

**NUOVO METODO PER DETERMINARE LA LEGGE DI OSCILLAZIONE DEI DIAPASON,
E SUA APPLICAZIONE ALL'ACUMETRIA.**

Nota del Proff. A. STEFANINI e G. GRADENIGO.

I.

1. Per quanto numerosi sieno stati i tentativi fatti finora per trovare un metodo pratico di acumetria coi diapason, nessuno, o per le difficoltà che presentano nell'esecuzione, o per le obiezioni cui vanno soggette le ipotesi sulle quali si fondano, ha pienamente corrisposto allo scopo.

Essendoci già da molto tempo separatamente occupati, con intenti diversi, dello studio dei diapason ¹⁾, noi abbiamo fatto in altre occasioni notare i difetti, che alcuni di quei metodi presentano; e perciò non riteniamo opportuno ripetere qui tutte le obiezioni, che possono sollevarsi ai metodi finora proposti e basterà che accenniamo alle principali, cui ciascuno di essi va soggetto.

Nel metodo Bezold-Edelmann ²⁾ si ammette per tutti i diapason una medesima curva di oscillazione, con decremento logaritmico variabile per tutti con una stessa legge; ma ciò mentre potrà esser vero pei diapason da 36 a 91,5 v. d. che furono adoptrati da Bezold e Edelmann nelle ricerche eseguite per determinare quella curva di oscillazione, che essi ritengono valida per tutti, è contraddetto dalle esperienze riferite nei nostri lavori sopra citati, e da quelle recentissime di Struycken ³⁾: il quale, per 11 diversi diapason da 64 a 1740 v. d. trova decrementi logaritmici variabili nel rapporto da 1 a 14.

1) G. Gradenigo, Arch. ital. di Otolog. etc., Vol. 16. p. 256, 1905; A. Stefanini, Atti R. Acc. Lucchese. Vol. 25, p. 307. 1889; N. Cimento. (8), 26 e 27, 1889.

2) Zeitsch. f. Ohrenh. 33, p. 174, 1898.

3) H. J. L. Struycken, Ann. der Physik. (4), 23, 1907.

Il metodo di Ostmann ¹⁾, ampiamente analizzato e discusso da uno di noi ²⁾, presenta incertezza nella determinazione dell'ampiezza di vibrazione corrispondente alla soglia normale, che, pei diapason acuti, non potendo essere determinata sperimentalmente, vien calcolata in base ad ipotesi non del tutto accettabili.

Anche il metodo di Quix ³⁾, che pure, facendo a meno della cognizione dell'ampiezza relativa alla soglia normale, segna un progresso sui precedenti, era finora applicabile solamente ai diapason, pei quali riusciva possibile determinare il decremento logaritmico delle oscillazioni.

Il metodo di Schmiegelow ⁴⁾ elimina la necessità di conoscere la curva di oscillazione, ma si fonda sull'ipotesi che l'intensità del suono vari in ragione inversa del quadrato delle distanze; e pel suono emesso dai diapason tal legge non si può ritenere verificata fino a distanze piccole come quelle, che occorrono nella pratica acumetrica.

Gli ultimi tre metodi ora accennati presentano poi la difficoltà di dover ogni volta imprimere al diapason la medesima ampiezza di oscillazione iniziale; e ciò, non ostante gli artifici suggeriti per eccitarli, non si può ottenere sempre in modo sicuro.

Pel confronto che da qualche tempo abbiamo intrapreso fra le misure del potere uditivo fornite dall'uso dei diapason, e quelle che si hanno con l'acumetro telefonico a solenoide neutro ⁵⁾ e con la voce, ci occorreva conoscere la legge di oscillazione dei diapason di qualunque tonalità; ed essendo, come si è detto, insufficiente a tale scopo il metodo ottico, abbiamo potuto conseguire il nostro intento, partendo dalle seguenti considerazioni teoriche, le quali ci hanno ancora condotto a un nuovo metodo di acumetria.

¹⁾ P. Ostmann, *Ein objektives Hörmass*, etc.; Wiesbaden, 1903; Arch. f. Ohrenh. 62, p. 60.

²⁾ A. Stefanini, *Arch. ital. di Otolog. etc.* Vol. 16, pag. 323, 1905.

³⁾ Quix, *Zeitschr. f. Ohrenh.* 47, p. 323, 1904.

⁴⁾ E. Schmiegelow, *Arch. f. Ohrenh.* 47, p. 164.

⁵⁾ A. Stefanini, *Atti R. Acc. Lincei*, 14, 1905; *N. Cim.* (5), 10, p. 65, 1905.

2. Il diapason che si vuol porre in vibrazione sia tenuto verticalmente, e le estremità inferiori delle due branche si trovino fra due carrucole opportunamente fissate. Al punto di mezzo di un filo che passa sulle carrucole, e che con due anse terminali circonda le branche del diapason, si attacchi un peso P (fig. 1).

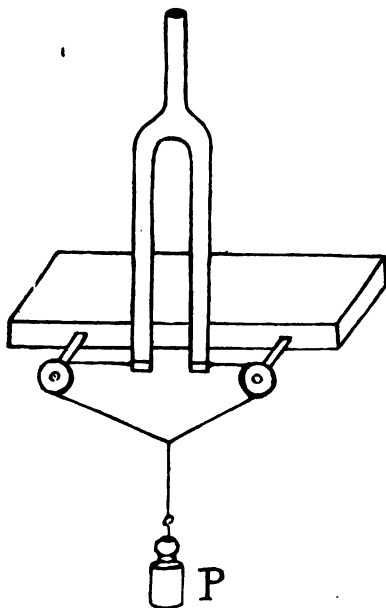


Fig. 1.

Per l'azione di questo peso, avendo cura che i tratti di filo, che dalle carrucole vanno alle branche, sieno ad esse perpendicolari, ogni branca sarà sollecitata dalla forza $\frac{P}{2}$, la quale determinerà uno spostamento a della branca dalla posizione di riposo, dato da

$$(1) \quad a = k \frac{P}{2},$$

essendo k una costante, che dipende dalla natura e dalle dimensioni del diapason.

Se ora si brucia il filo nel tratto verticale, il diapason resterà libero, e comincerà a vibrare con un'ampiezza iniziale a_0 doppia di a , ossia data da

$$(2) \quad a_0 = k P.$$

E se provvisoriamente ammettiamo che l'oscillazione del diapason segua la legge esponenziale semplice, per l'ampiezza a_t dell'oscillazione al tempo t , dalla nota formola

$$(3) \quad a_t = a_0 e^{-\alpha t}$$

avremo, per là (2):

$$(4) \quad a_t = k P e^{-\alpha t}$$

ove α è il decremento logaritmico delle oscillazioni.

Se adunque per ogni peso P_n , che serve ad eccitare il diapason, si determina il tempo t_n , alla fine del quale il suono diviene *appena percettibile* per un orecchio normale, pel valore a_n dell'ampiezza di oscillazione che corrisponde alla *soglia normale dell'eccitazione* avremo

$$(5) \quad a_n = k P_n e^{-\alpha t_n}$$

Per una coppia qualunque P_r, P_s di pesi, e pei tempi t_r e t_s alla fine dei quali si raggiunge la soglia dell'eccitazione, si avrà

$$a_n = k P_r e^{-\alpha t_r} = k P_s e^{-\alpha t_s}$$

dalla quale si ricava

$$\frac{P_r}{P_s} = \frac{e^{-\alpha t_s}}{e^{-\alpha t_r}} = e^{\alpha(t_r - t_s)}$$

Da questa si ottiene finalmente

$$(6) \quad \alpha = \frac{\log_e P_r - \log_e P_s}{t_r - t_s}$$

3. Il vantaggio precipuo di questo nuovo metodo di eccitazione dei diapason consiste adunque in ciò, che mediante l'equazione (6), con mezzi semplicissimi, e cioè senza eseguire nessuna misura delle ampiezze, ma solamente misurando dei pesi e dei tempi, si può procedere alla ricerca del decremento logaritmico α delle oscillazioni, e verificare se esso si mantiene o no costante per un dato periodo di tempo.

La misura dei pesi non è soggetta ad errore: solamente occorre, nella esecuzione pratica del metodo, fare in maniera

che le anse del filo abbandonino subito le branche del diapason, senza strisciarevi o rimanervi sopra, appena è bruciato il filo che regge il peso; la misura dei tempi alla fine dei quali il suono ha raggiunto l'intensità appena percettibile, si può fare con esattezza sempre sufficiente, e un orecchio esercitato nelle ricerche acumetriche può eseguirla con grande precisione.

Altro vantaggio del metodo ora esposto è quello di poter esser applicato anche ai diapason che rendono le note più acute, e di servire alla determinazione del loro decremento logaritmico tenendoli a mano, senza fissarli a nessun sostegno, e quindi nelle stesse condizioni in cui vengono adoprati nelle ricerche cliniche.

Quest'ultimo vantaggio lo presenta anche il metodo proposto da Struycken ¹⁾, col quale, mediante una lente portata da una delle branche, si misura l'ampiezza di oscillazione su una microfotografia di una figura (analoga a quella di Gradenigo) fissata all'altra branca. Ma oltre la complicazione che in tal modo ne risulta nella costruzione dei diapason, il metodo di Struycken è applicabile soltanto fino al do_3 ; mentre il nostro metodo è applicabile ai diapason quali si adoperano comunemente, e si estende fino a qualunque tonalità.

Più recentemente lo Struycken ²⁾ ha proposto un nuovo metodo ottico, il quale, per mezzo di uno specchietto messo in oscillazione da esilissime molle fissate alle branche, permette di estendere le misure anche a diapason più acuti. Ma tal metodo, anche astraendo dalle difficoltà che presenta nell'esecuzione, altera certamente il modo naturale di vibrazione delle branche, per la resistenza che viene opposta dallo specchietto, e richiede che il diapason sia fissato a un sostegno.

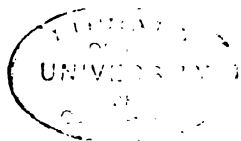
4. Per stabilire la (6) si è però ammesso che le oscillazioni del diapason seguano la legge esponenziale semplice (3)

$$a_t = a_0 e^{-\alpha t},$$

con decremento logaritmico α costante.

1) Zeitsch. f. Ohrenh. 46, p. 378, 1904.

2) Ann. der Physik, (4), 23, p. 643, 1907.



Ora tal legge non è stata mai verificata per tutta quanta la curva di oscillazione, che si ha a partire da un' ampiezza α_0 di grandezza misurabile, fino a quella che corrisponde alla soglia dell' eccitazione.

Ma ciò non infirma per nulla la validità del metodo proposto; poichè, se il decremento logaritmico α non è costante per tutta quanta la curva di oscillazione, si potrà sempre dividere tal curva in un conveniente numero di porzioni, per ciascuna delle quali la (3) si possa ritenere applicabile con un particolare valore di α , che si potrà facilmente determinare.

Ed invero, sia AM la curva che (fig. 2), per un dato diapason, rappresenta la durata di oscillazione t in funzione del

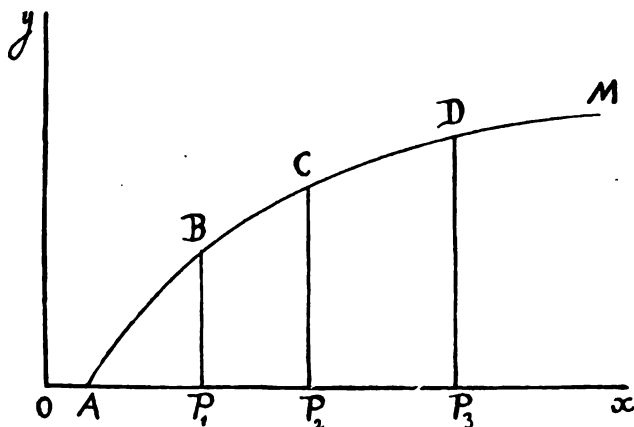


Fig. 2.

peso eccitatore P , e dividiamola nei segmenti AB, BC, CD,.... Esperimentando con pesi crescenti da 0 a P , determineremo il valore di α corrispondente al tratto AB, e in questa determinazione terremo sempre il diapason ad una data distanza Oa dall'orecchio (fig. 3). Fatto ciò, determineremo per tenta-

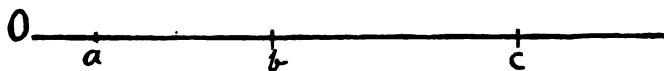


Fig. 3.

tivi a qual distanza Ob dall'orecchio dovremo tenere il diapason, perchè, eccitato col peso P_1 , il suono sia percepito per

1 secondo soltanto (sia cioè appena percettibile), e tenendo di poi il diapason sempre alla distanza Ob , faremo crescere i pesi da P_1 a P_2 , per determinare per mezzo della (6) il valore di α pel tratto BC della curva. E così procederemo per gli altri tratti CD , DE ...

Vedremo peraltro che per l'applicazione di questo metodo nelle ricerche audiometriche, tal suddivisione della curva di oscillazione non è necessaria.

5. Nell'esecuzione pratica del metodo si può eccitare il diapason in due modi.

Uno, che chiameremo di *eccitazione doppia*, è quello sopra descritto (fig. 4); l'altro consiste nel tenere il diapason

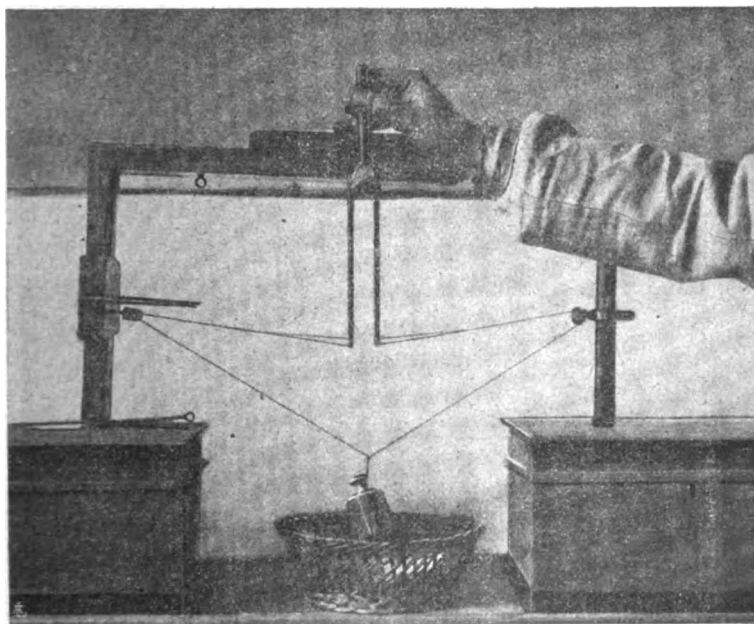


Fig. 4.

orizzontalmente, con una branca al di sopra dell'altra, e nell'attaccare il peso con un filo alla branca inferiore, (fig. 5). Bruciando il filo, si ha l'eccitazione.

Questo secondo metodo è più comodo e più sollecito; ma si presenta teoricamente meno esatto del precedente, perchè

una parte dell'energia rappresentata dal peso si perde per trasmettere la vibrazione dalla branca inferiore alla superiore.



Fig. 5.

Difatti, per pesi uguali la durata del suono è maggiore per l'eccitazione col primo metodo, che per l'*eccitazione semplice* ora accennata.

Ma il calcolo del decremento logaritmico delle oscillazioni mostra che il valor medio di α differisce ben poco da un metodo all'altro. Ciò starebbe a significare che dell'energia impiegata ad eccitarlo, la frazione che determina l'oscillazione del diapason, nell'eccitazione semplice non dipende dal peso eccitatore.

6. Per verificare se ciò ha luogo realmente, abbiamo fatto alcune misure, sia direttamente col microscopio, sia facendo riflettere su uno schermo lontano la luce, che da una sottile fenditura cade su uno specchietto fissato al diapason. Nelle

osservazioni col microscopio si è fatto uso del noto metodo del punto luminoso che si osserva con la luce, che attraversa i piccolissimi fori di una foglia d'alluminio distesa su un frammento di vetro copri-oggetto fissato all'estremità di una delle branche. Coll'uno o coll'altro metodo si determinava, cioè, da prima lo spostamento statico dalla posizione di riposo prodotto da un peso attaccato con un filo ad una sola branca del diapason, che era fissato solidamente ad un sostegno (eccitazione semplice), e poi l'ampiezza dell'oscillazione che compie il diapason appena bruciato il filo.

Se si fa l'osservazione col microscopio, si nota fra quali divisioni del micrometro oculare si compie l'oscillazione appena la branca resta liberata dal peso, e si ha così la misura di quella, che può chiamarsi l'ampiezza iniziale di oscillazione.

Con l'altro metodo si fa cadere la luce riflessa su uno schermo di carta lucida, e si segnano col lapis sulla carta da prima la posizione del fascio luminoso corrispondente allo spostamento statico, e poi le posizioni estreme che assume il fascio riflesso, appena il diapason entra in vibrazione. L'ampiezza iniziale dell'oscillazione si può così misurare con tutta comodità; mentre riescirebbe meno esatto leggerla su una scala disegnata sullo schermo.

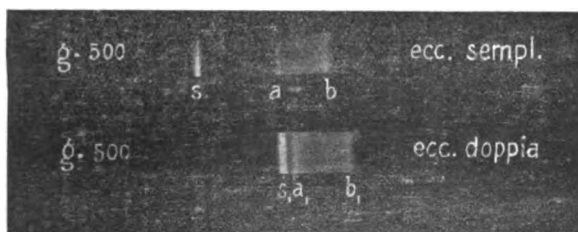


Fig. 6.

La fig. 6 riproduce la fotografia di ciò che si osserva in questo modo sullo schermo. Tale fotografia è stata ottenuta sostituendo al foglio di carta una lastra fotografica, che si scopre per un istante da prima quando il peso è attaccato al filo, per fissare lo spostamento statico s , e poi appena bruciato il filo, per fissare l'ampiezza iniziale ab dell'oscillazione.

Con ambedue questi metodi si trova che per l'eccitazione semplice l'ampiezza iniziale di oscillazione è molto minore del doppio dello spostamento statico; ma si riconosce che, al variare del peso, essa si mantiene sensibilmente proporzionale a tale spostamento.

Abbiamo anche confrontato fra loro le ampiezze iniziali di oscillazione, che si hanno provocando con uno stesso peso la vibrazione di un medesimo diapason, sia coll'eccitazione doppia, sia con quella semplice.

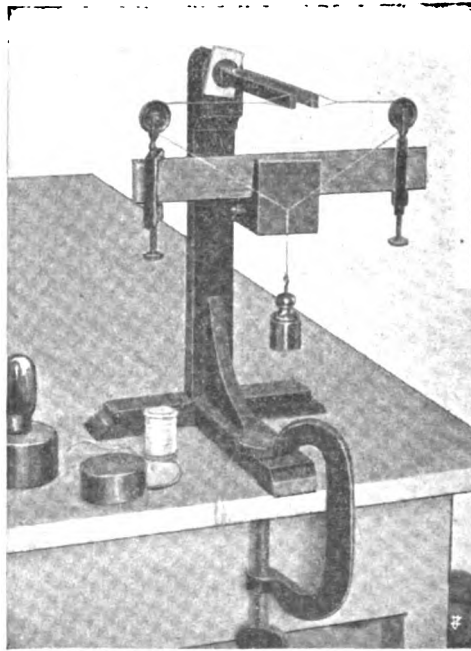


Fig. 7.

Per potere eseguire sollecitamente tale confronto, al di sotto del diapason, che è fissato orizzontalmente ad un sostegno, sta una tavoletta che porta due carrucole, fra le quali vengono a trovarsi le estremità delle branche. Se si vuole esperimentare con l'eccitazione doppia, il peso si attacca al punto di mezzo del filo, che ha le due anse attorno alle due branche (fig. 7); per l'eccitazione semplice il filo è ad una

sola ansa, e da quella delle branche cui è fissato lo specchietto, va alla carrucola corrispondente.

Fotografando le oscillazioni del diapason nel modo dianzi indicato, o meglio ancora su una pellicola che scorre di contro a una sottil fenditura (collo stesso metodo seguito altra volta) ¹⁾ si riconosce che con l'eccitazione doppia l'ampiezza iniziale è, per ciascuna branca, prossimamente uguale al doppio dello spostamento statico che essa ha subito dalla posizione di riposo quando agisce il peso; vale a dire che non vi è quasi alcuna differenza fra ampiezza iniziale di oscillazione e spostamento statico: ciò che giustifica quanto si suppose nello stabilire la (2), cioè che tutta l'energia messa in azione, col metodo dell'eccitazione doppia, vada impiegata nel produrre la vibrazione delle branche.

Per l'eccitazione semplice, lo spostamento statico differisce molto, come già dicemmo, dall'ampiezza iniziale dell'oscillazione; ma, sia le misure eseguite al microscopio o sullo schermo, sia il confronto fra le fotografie che riproduciamo nelle fig. 8 e 9, mostrano che nell'eccitazione semplice l'am-



Fig. 8.

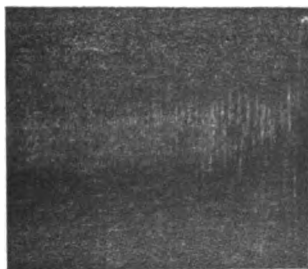


Fig. 9.

1) A. Stefanini, Atti R. Acc. Lucch. Vol. 25, p. 307, 1889; N. Cimento. (3), 26 e 27, 1889.

piezza iniziale di oscillazione è di ben poco inferiore a quella, che per lo stesso peso si ha con l'eccitazione doppia.

Dalle fotografie riprodotte nelle fig. 8 e 9; si vede come le prime oscillazioni che il diapason compie appena liberato dal peso, sieno molto irregolari, specialmente nell'eccitazione semplice. Soltanto dopo circa 1 sec. le oscillazioni assumono quella regolarità, che permetterebbe di misurarne l'ampiezza ¹⁾.

Ecco ora ciò che abbiamo trovato con le misure eseguite su alcuni diapason.

Osservazioni al microscopio

(una div. del microm. oculare vale mm. 0,022).

Eccitazione semplice.

Diapason 128 v. d. del Liceo di Lucca.

Peso	spost. statico	amp. iniziale
g. 250	mm. 0,143	mm. 0,060
» 500	» 0,283	» 0,138
» 1000	» 0,570	» 0,265

Diapason sol, 384 v. d. di Edelmann

(quello stesso cui si riferisce la tab. 3).

g. 250	mm. 0,085	mm. 0,022
» 500	» 0,170	» 0,038
» 1000	» 0,335	» 0,080

Eccitazione doppia.

Diapason do₂, 64 v. d.

g. 250	mm. 0,242	mm. 0,418
--------	-----------	-----------

1) Poichè non interessava qui far misure esatte delle successive ampiezze, si è fatta scorrere la pellicola con piccola velocità, onde avere in poco spazio la fotografia per circa 2 sec.

Osservazione con luce riflessa su uno schermo.

Diapason 96 v. d. (il sol, S usato nelle ricerche del 1889).

Peso in grammi	Eccitazione semplice		Eccitazione doppia	
	spost. stat.	amp. iniziale	spost. stat.	amp. iniziale
250	5,50	4,—	2,75	4,—
500	11,—	7,8	5,50	8,—

7. Pel confronto fra il metodo attuale di eccitazione, ed uno degli altri prima d'ora spesso adoprati, riproduciamo una delle molte fotografie che uno di noi eseguì in occasione di altre ricerche ¹⁾, col metodo che più recentemente è stato proposto, sotto il nome di *cinematografia lineare*, da Jacobson e Cowl ²⁾.



In tale fotografia (fig. 10) son fissate le ampiezze di oscillazione che, di secondo in secondo, si avevano con un diapason, che era eccitato portando via rapidamente di fra le branche una tavoletta che le teneva divaricate. Anche quella era un'eccitazione doppia; ma si vede che con tale eccitazione, l'ampiezza *ab* dell'oscillazione, che il diapason compie alla fine del primo secondo da che è stato lasciato libero di vibrare, non corrisponde più allo spostamento statico *s*.

8. Da quanto abbiamo qui esposto risulta adunque, che si potrà usare anche il 2° metodo, di *eccitazione semplice*, senza errore sensibile. Anzi, noi riteniamo che per i diapason, che nella pratica acumetrica si

Fig. 10.

1) A. Stefanini, Atti R. Acc. Lucch. 25, p. 307, 1869; N. Cim. (8), 26 e 27, 1869.

2) Jacobson e Cowl, Arch. für Anatom. u. Physiol. 1903.

eccitano battendoli su un sostegno fisso, il campionamento coi pesi debba farsi col secondo metodo, che più si avvicina al modo col quale si eccitano nelle ricerche cliniche; per quelli che si eccitano avvicinando fra loro colle dita le branche e poi lasciandole libere, il campionamento si farà col primo metodo.

Pei diapason molto bassi, ad evitare che i pesi un po' forti, che si richiedono per farli vibrare a lungo, non li deformino permanentemente, sarà bene variare l'eccitazione in modo da produrre un avvicinamento anzi che un allontanamento delle branche.

9. Per determinare, col metodo esposto, la legge di oscillazione di un diapason, e tracciare poi la curva, che rappresenta la relazione fra peso eccitatore e durata del suono, converrebbe adoprare una serie di pesi, tali che ciascuno fosse sempre il doppio del precedente. Se fosse valida la (3), gli aumenti successivi della durata del suono, passando da un peso al seguente, dovrebbero esser costanti. Le divergenze da questa legge si renderebbero quindi senz'altro manifeste.

Ma per evitare il caso che la cognizione preventiva della legge non influisse sull'apprezzamento dei tempi, nelle prime esperienze fatte da uno di noi (prof. Gradenigo) per riconoscere se il metodo si prestava o no a dare risultati attendibili, i pesi eccitatori furono scelti in modo che non formassero una progressione geometrica; di modo che non si poteva prevedere quali dovessero essere le durate corrispondenti del suono. Inoltre tutte le determinazioni furono controllate facendo ascoltare il suono ad un'altra persona coscenziosa e abile nello sperimentare, ma che non conosceva la legge che si trattava di verificare, e la quale, senza osservare il cronometro, indicava con un cenno l'istante in cui cessava di udire il suono.

E le determinazioni eseguite da persone diverse su un medesimo diapason, hanno poi mostrato che il metodo proposto fornisce sempre risultati conformi alla teoria.

10. Un'avvertenza importantissima dobbiamo fare riguardo all'esecuzione pratica del metodo: ed è che riesce difficile deter-

minare con esattezza la durata del suono portando il diapason vicino all'orecchio della persona che ascolta; perchè una piccola differenza nella distanza o nella posizione delle branche, porta differenze notevoli di tempo. Provammo perciò ad ascoltare il suono mediante un tubo di gomma, terminante da una parte con un'oliva da porsi nell'orecchio, e dall'altra con un piccolo imbuto, ed ottenemmo risultati più concordanti in prove successive. Ma anche un lieve spostamento dell'oliva entro il condotto uditivo, può riuscire molto nocivo. Il dottor J. Tommasi di Lucca, che ci ha coadiuvato nel campionamento di alcuni diapason, ha sostituito con molto vantaggio all'oliva un tubetto di vetro lungo circa 5 cm., con gli orli arrotondati alla fiamma, che penetri di alcuni millimetri nel condotto uditivo, e che col tubo di gomma comunichi o coll'imbuto di cui si è detto sopra, o con altro tubetto di vetro uguale, fissato ad un sostegno. Tenendo con una mano il primo tubetto fisso nell'orecchio, e avvicinando una branca del diapason all'altro tubetto, o all'imbuto, sempre nelle stesse condizioni di posizione e di distanza, si hanno i migliori risultati.

Questo procedimento non è però applicabile ai diapason acuti e a quelli molto bassi, pei quali l'ascoltazione deve eseguirsi direttamente avvicinando il diapason all'orecchio.

Devesi poi avvertire, che occorre abituare l'orecchio a questo genere di ricerche, eseguendo dapprima almeno due determinazioni con un peso, che dia una durata di circa 15 o 20 secondi; ma devesi anche evitare la stanchezza, e ciò sia avvicinando il diapason al tubo raccoglitore ad intervalli, per lasciarvelo fisso soltanto quando sta per cessare il suono, sia togliendo il tubo di vetro dall'orecchio negli intervalli da una determinazione ad un'altra.

Quando l'orecchio è stanco i giudizi sono sempre errati, come si riconosce dal fatto che in tal caso le durate per un dato peso sono quasi uguali, o talvolta inferiori, a quelle trovate per un peso minore. Giova allora sospendere il campionamento, per riprenderlo dopo un sufficiente riposo, o anche in giorni successivi.

11. Fra le tante esperienze eseguite, ne riferiamo qui alcune, scelte fra quelle che sono relative ai diapason di tonalità bassa, media e acuta. I valori segnati per i tempi t sono ottenuti facendo la media di quelli trovati ripetendo più volte la determinazione per un medesimo peso; essi, come si vede nei casi in cui abbiamo riferito i singoli valori dai quali si è ottenuta la media definitiva, sono sempre ben concordanti fra loro. È inutile avvertire che nel calcolo della media non si deve tener conto dei valori di t , che o per un rumore accidentale, o per qualsiasi altro inconveniente, appaiono evidentemente inattendibili.

Chi conosce la difficoltà, che si ha nell'assegnare l'istante in cui il suono sta per cessare, specialmente pei diapason acuti, nei quali in prossimità dell'estinzione vi è un lungo periodo di tempo in cui il suono si mantiene d'intensità apparentemente costante, giudicherà meglio di ogni altro la concordanza fra la teoria e i risultati sperimentali.

TABELLA 1.

Diapason sol 192 v. d. di Edelman, tenuto a mano.

Eccitazione semplice. Ascoltazione diretta.

Pesi in grammi	Durata del suono in secondi	Media	Valori teorici
5	25 35 32 32	31	34
10	50 50 47	49	47
20	55 57 58 60	57,5	60
50	82 80	81	78
100	87 86 95 100	92	91
200	107 105 117 116	111	104
500	120 128 123	124	122
1000	138 139	138,5	135
2000	145 144	144,5	148

Decremento logaritmico $\lambda = 0,02278$.

Peso corrispondente alla soglia $\pi = g. 0,87$,

TABELLA 2.

Diapason do' 256 v. d. di Edelmann, tenuto a mano.

Eccitazione semplice. Ascoltazione diretta.

Pesi in grammi	Durata media del suono	Valori teorici	Pesi in grammi	Durata media del suono	Valori teorici
5	9"	8,2	160	27"	29,7
10	14	12,5	320	32	34,—
20	17	16,8	640	38,5	38,3
40	20	21,1	1280	43	42,6
80	23	25,4	2560	47	46,9

Decremento logaritmico $\lambda = 0,0700$.

Peso corrispondente alla soglia $\pi = g. 1,56$.

TABELLA 3.

Diapason sol' 384 v. d. di Edelmann, fissato ad un sostegno.

Eccitazione doppia. Ascoltazione con tubo ad imbuto.

Pesi in grammi	Durata del suono in secondi	Media	Valori teorici
2	15 16	15,5	15
5	19 20	19,5	22
10	27 27	27	27
20	33 31	32	32
100	48 48	48	45
500	58	58	58
1000	65 58	61,5	63
2000	65 67	66	68

Decremento logaritmico $\lambda = 0,0566$.

Peso corrispondente alla soglia $\pi = g. 0,34$.

TABELLA 4.

Diapason do² 512 v. d. — Eccitazione semplice.

Pesi in grammi	Durata del suono			Media	Valori teorici
Diapason tenuto a mano					
2,5	50	50	53	52	57,1
5	77	76	75	76	71,4
10	82	90	86	86	85,7
20	107	101	95	100	100
40	112	115	118	115	114,2
80	120	121	124	121,6	128,5
160	146	145	141	144	142,8
320	157	151	160	156	157,1
640	169	170	177	172	171,4
1280	193	176	174	181	185,7
2560	194	196		195	200

Decremento logaritmico $\lambda = 0,02107$.Peso corrispondente alla soglia $\pi = 0,16$.

Diapason montato su cassa di risonanza

2,50	14	16	15	15	12,5
5	18	20	18	18,6	16,2
10	22	21	23	22	19,9
20	28	27	25	27	23,6
40	25	26	26	27	27,3
80	30	28	30	29,3	31
160	33	33	34	33,3	34,7
320	38	40	35	37,7	38
640	39	39	42	40	41,7
1280	44	42	42	42,7	46

Decremento logaritmico $\lambda = 0,081$.Peso corrispondente alla soglia $\pi = 0,29$.

TABELLA 5.

Diapason dov 2048 v. d. di Weisbach, tenuto a mano.

Eccitazione semplice. Ascoltazione diretta.

Pesi in grammi	Durata del suono in secondo	Media	Valori teorici
10	8 11	9,5	8
50	21 19	20,—	21
100	25 27	26,—	27
200	31	31,—	33
500	43 40	41,5	40,5
1000	48 47	47,5	46,5

Decremento logaritmico $\lambda = 0,05107$.

Peso corrispondente alla soglia $\pi = g. 4,30$.

TABELLA 6.

Diapason solv 3072 v. d. di Weisbach, tenuto a mano.

Eccitazione semplice.

Pesi in grammi	Durata del suono	Valori teorici	Pesi in grammi	Durata del suono	Valori teorici
50	8,5	8,5	500	18"	16,8
100	12	11,—	1000	19,5	19,3
200	12	13,5			

Decremento logaritmico $\lambda = 0,12041$.

Peso corrispondente alla soglia $\pi = g. 6,25$.

TABELLA 7.

Diapason fa^v diesis, 2860 v. d. tenuto a mano.
Eccitazione unica. Autoascoltazione diretta.

Pesi in grammi	Durata del suono in secondi			Media	Valori teorici
5	5	5		5	4,6
10	6	5,5		5,75	6
20	9	8	8	8,12	7,4
100	10	10	10 10	10	10,6
200	12	11,75	11,5	11,75	12,—
500	14	15	15	14,66	13,8
1000	15,75	16,75	16	16,16	15,2
2000	16,5	16,5		16,50	16,50

Decremento logaritmico $\lambda = 0,21914$.

Peso corrispondente alla soglia $\pi = g. 0,80$.

TABELLA 8.

Diapason dov 4096 v. d. di Weisbach, tenuto a mano.
Eccitazione semplice. Ascoltazione diretta.

Pesi in grammi	Durata media del suono in secondi	Valori teorici
50	3	2,70
100	3,5	3,65
200	4,5	4,60
500	5,5	5,80
1000	7	6,75

Decremento logaritmico $\lambda = 0,32124$.

Peso corrispondente alla soglia $\pi = g. 14,1$.

12. Dai dati sperimentali ottenuti come sopra si è detto, si potrebbero calcolare, mediante la (6), i valori di α per ciascun diapason, accoppiando a due a due le determinazioni eseguite, e si potrebbe in tal modo riconoscere se il decremento logaritmico si mantiene o no costante per tutta la serie dei pesi adoprati.

Ma si può evitare la noia di tali calcoli, rappresentando graficamente i risultati ottenuti; riportando, cioè, su carta millimetrata, come ascisse i logaritmi dei pesi, e come ordinate le corrispondenti durate del suono.

Se la (5) fosse applicabile a tutta la serie dei pesi con un medesimo valore di α , tutti i punti così ottenuti dovrebbero trovarsi sopra una retta.

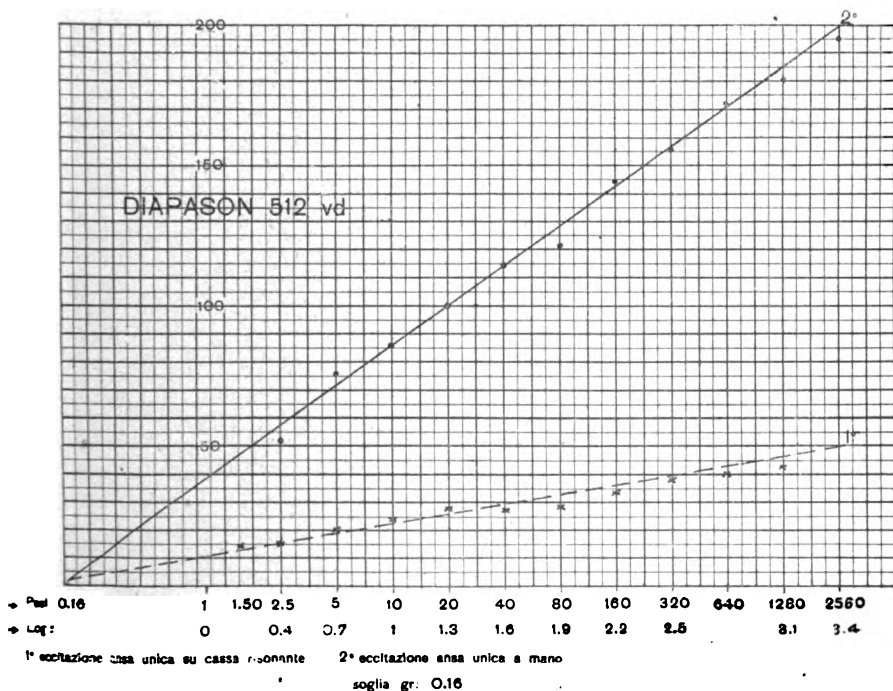


Fig. 11.

In pratica, invece, come mostra la figura 11 che si riferisce ad uno dei campionamenti sopra riportati (e precisamente

a quello relativo alla tabella 4), si trova che i punti sperimentali non sono mai tutti quanti in linea retta; ma si vede che per tutti i diapason vi è sempre una retta, attorno alla quale si dispongono, con sufficiente approssimazione, i punti sperimentali: ed essa ci darà, col suo coefficiente angolare, il valor medio di α .

Invece dei logaritmi neperiani, si potranno usare i logaritmi volgari a base 10, come si è fatto nelle tabelle 1 a 8; e allora dalla retta anzidetta si ha per ciascun diapason il decremento logaritmico medio

$$(7) \quad \lambda = \frac{\log_{10} P_n - \log_{10} P_1}{t_n - t_1},$$

che è stato riportato in fondo a ciascuna tabella.

Il valore di α della (3) sarà poi dato da

$$(7') \quad \frac{\lambda}{\log_{10} e} = 2,3026 \lambda.$$

Osservando poi, sulla carta millimetrata, i punti pei quali passa la retta logaritmica, o anche mediante la (7), si potrà vedere quali valori di t corrispondano ai singoli pesi adoprati od anche ad un peso qualunque non compreso nella serie di quelli adoprati, nell'ipotesi che lo smorzamento delle oscillazioni si compia secondo la legge espressa dalla (3) con α costante. Tali valori, pei diapason di cui abbiamo riferito il campionamento, sono segnati nelle tabelle 1 a 8 nella colonna intestata *valori teorici*. Dal confronto di tali valori con le medie sperimentali, si riconosce che l'accordo fra esperienza e teoria non si poteva sperare migliore.

Dalla fig. 11 si vede come sia grande la differenza nel decremento delle oscillazioni di uno stesso diapason, a seconda che si sostiene a mano o si fissa sulla sua cassa di risonanza.

13. Se uno stesso diapason vien campionato da diverse persone, è naturale che le rette logaritmiche proprie a ciascuno sperimentatore saranno distinte, sia per la diversa acuità uditiva, sia per le diverse condizioni dell'ambiente in cui si

fece il campionamento. Ma poichè la retta, che rappresenta i tempi in funzione dei logaritmi dei pesi, col suo coefficiente angolare dà il valore del decremento logaritmico delle oscillazioni, e questo, per uno stesso diapason, sempre tenuto allo stesso modo, deve esser lo stesso, se ne deduce che quelle rette dovranno esser fra loro parallele. Ciò, infatti, è mostrato dalle tabelle 9, 10 e 11 e dalla figura 12 relativa alla tabella 10.

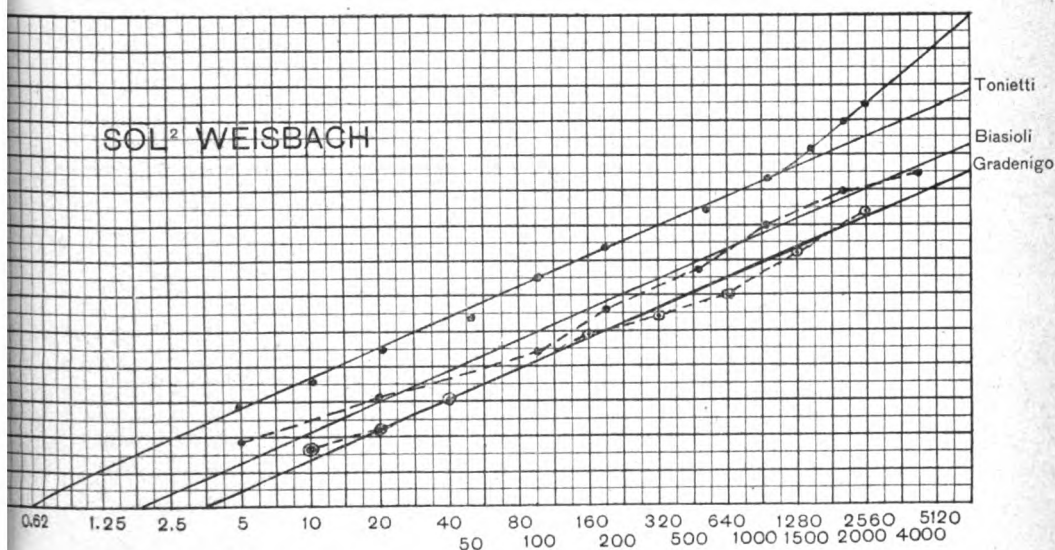


Fig. 12.

Le tabelle 9 e 10 si riferiscono al campionamento del diapason do' 256 v. d., e sol² di 768 v. d. eseguiti da tre diverse persone a Torino; e la tabella 11 è relativa al diapason do³ di 512 v. d. su cassa di risonanza, il cui campionamento è stato eseguito in Lucca da uno di noi e dal dott. Tommasi.

Confronti di campionamenti eseguiti da diverse persone.

TABELLA 9.

Diapason do' 256 v. d. di Edelmann, tenuto a mano.

Eccitazione semplice.

Pesi in gr.	Durata del suono in secondi						
	I. Prof. Gradenigo		II. Sig. a Gradenigo		III. Cap.no Tonietti		
	ascolt. diretta		ascolt. diretta		ascoltazione con tubo		
	Media	Valori teorici	Media	Valori teorici	Valori singoli	Media	Valori teorici
2,5	9	8,5	—	—	—	—	—
5	11,5	12,8	9	8,2	—	—	—
10	13,5	17,1	14	12,5	5 6 7	6	3,1
20	19,4	21,4	17	16,8	8,5 8,5	8,5	7,4
40	24	25,7	20	21,1	13,5 13,5 12 11 10 12	12	11,7
80	28	30	23	25,4	15 15 14 16	15	16,—
160	34,5	34,3	27	29,7	15 16 18 15 15 20 17	16,6	20,3
320	37,7	38,6	32	34,—	25 24 25,5	24,8	24,6
640	41,5	42,9	38,5	38,3	31 27 31	29,7	28,9
1280	45,5	47,2	43	42,6	33,5	33,5	33,2
2560	52	51,5	47	46,9	38 37	37,5	37,5

Decremento logaritmico comune a tutte le determinazioni
 $\lambda = 0,07$.

Pesi corrispondenti alle soglie:

$$\pi_1 = g. 0,75$$

$$\pi_2 = g. 1,56$$

$$\pi_3 = g. 7,12$$

TABELLA 10.

Diapason sol¹ 768 v. d. di Weisbach, tenuto a mano.

Eccitazione unica.

Pesi in grammi	Durata del suono in secondi					
	I. Sig. ^a Tonietti		II. Sig. ^a Biasioli		III. Prof. Gradenigo	
	Media	Valori teorici	Media	Valori teorici	Media	Valori teorici
20	45	45	32	30	21	21,25
40					30	30
50	54	56,25				
100	65	65	44	50		
160					49	47,5
200	74	73,75	56	58		
320					54	56,25
500	85	85,2	67	70		
640					60	65
1000	94	94	80	78,75		
1280					72	73,75
1500	101	98				
2000	110	103	90	87,5		
2560					84	82

Decremento logaritmico comune $\lambda = 0,03454$.

Pesi corrispondenti alle soglie:

$$\pi_1 = 0,62$$

$$\pi_2 = 2,05$$

$$\pi_3 = 4,18$$

TABELLA 11.

Diapason do₂ 512 v. d. su cassa di risonanza.

Eccitazione semplice.

Pesi in gr.	I. Prof. Stefanini			II. Dott. Tommasi		
	Valori singoli	Media	Valori teorici	Valori singoli	Media	Valori teorici
2,5				14 16 15 15	15	12,5
5	24 24	24	23,5	18 20 18	18,6	16,2
10	30 28 28 28	28,5	27,2	22 21 23	22	19,9
20	30 32 32	31,3	30,9	28 27 25 28	27	23,6
40	35 36	35,5	34,6	25 26 26 28 30	27	27,3
80	39 40	39,5	38,3	30 28 30	29,3	31,0
160				33 33 34	33,3	34,7
320				38 40 35	37,7	38,0
640				39 39 42	40	41,7
1280				44 42 42	42,7	46

Decremento logaritmico $\lambda = 0,081$.

Pesi corrispondenti alle soglie:

$$\pi_1 = 0,077$$

$$\pi_2 = 0,29.$$

14. L'esame dei risultati ottenuti col nostro metodo per molti diapason, ci porta a concludere che il decremento logaritmico, per la massima parte di essi, si deve ritenere costante, almeno fino a pesi eccitatori che non superino 1 Cg.

Ciò concorda con quanto è stato trovato da Struycken ¹⁾ pei diapason tenuti a mano, con le branche pendenti verticalmente in basso, e per ampiezze di oscillazioni piccolissime. E se osserviamo che anche nelle attuali nostre esperienze le ampiezze di oscillazione, per pesi non superiori a 2 Cg. si mantengono molto piccole ²⁾ si riconosce che l'accennata costanza del decremento logaritmico non è in contraddizione nè con quanto fu da noi altra volta trovato, nè con quanto risulta dalle esperienze di Hartmann-Kempf ³⁾. Infatti, nelle nostre esperienze precedenti, le ampiezze di oscillazione, o per adoperare il diapason in modo da poterne ascoltare il suono alla distanza di circa 1 metro, o per poter esser misurate con la figura Gradenigo, o per poter esser fotografate, erano sempre superiori a 2 o 3 mm. (e arrivavano, in quelle dell' Hartmann-Kempf a 7 mm.). Per di più, nelle esperienze eseguite col metodo fotografico i diapason dovevano esser fissati solidamente a un sostegno, e ciò influisce notevolmente sulla legge di oscillazione, sia perchè si impedisce la vibrazione libera del gambo del diapason, sia perchè l'energia impiegata nella eccitazione si disperde anche per mezzo del sostegno.

Ma anche con questo nuovo metodo da noi proposto, quando il peso eccitatore determina un'ampiezza iniziale un po' grande, come avviene pei diapason che danno note molto basse, e quando si adoprano diapason caricati di masse addizionali, si è però osservato che i risultati sperimentali, rap-

1) H. J. L. Struycken, Ann. der Phys. (4), 23, p. 643, 1907.

2) Ecco ciò che abbiamo trovato misurando col microscopio le ampiezze iniziali di oscillazione determinate dal peso di 500 g. (eccitazione semplice).

Diapason	ampiezza iniziale	lunghezza delle branche	larghezza in millimetri	spessore
64 v. d.	mm. 0,375	255	15	6
128 "	" 0,140	173	14	6
384 "	" 0,038	115	15	7

3) R. Hartmann-Kempf, Inaugural Dissertation, Frankfurt A. M. Gebrüder Knauer, 1903; Ann. der Phys. 13. p. 124, 1904.

presentati col metodo logaritmico (§ 12), non sono per tutti i diapason compresi su una medesima retta; ma si hanno invece talvolta due o tre distinte rette logaritmiche.

Ciò è mostrato, ad es., dalla fig. 13, che riproduce il campionamento del diapason do 128 v. d. di Windler, con masse addizionali, eseguito dal dott. Tommasi. Per pesi superiori a

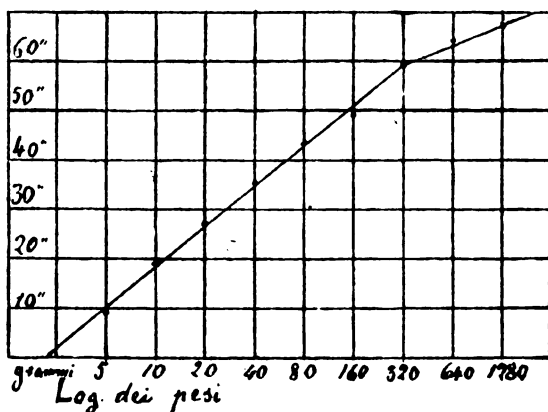


Fig. 13.

320 g. la retta logaritmica cambia direzione, e diviene più inclinata sull'asse dei pesi; e ciò d'accordo con la teoria, secondo la quale quanto più è ampia l'oscillazione, e tanto più rapido deve essere lo smorzamento.

Anche nella fig. 12 si vede che per pesi superiori a 1000 g. il campionamento eseguito dal Capitano Toniatti fornirebbe una spezzata; ma ciò è forse da attribuirsi a perturbazioni accidentali.

Per riconoscere se tutti i diapason, di qualunque tonalità e di qualunque fabbrica, si comportano o no allo stesso modo, occorre uno studio speciale, che ha già incominciato il dottor Tommasi. Ma qualunque sia la legge che seguono, il nostro metodo, specialmente se si segue il procedimento indicato nel § 4, serve a determinarla *per tutti quanti i diapason*; e ciò è quanto importava ora a noi di stabilire.

15. Per poter conoscere quale durata del suono corrisponda ad un peso qualunque, che non sia uno di quelli ado-

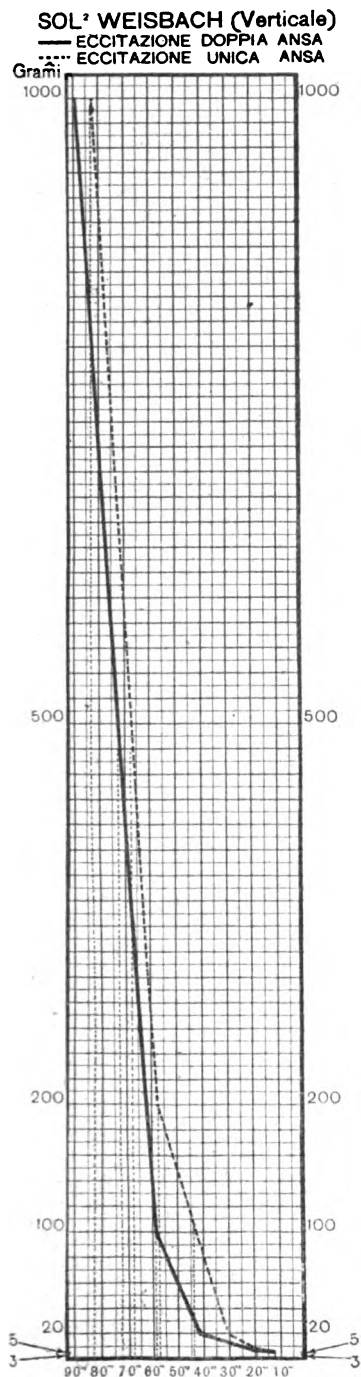


Fig. 14.

prati nel campionamento, è sufficiente anche la rappresentazione logaritmica indicata nel § 12; ma per render più agevole tale determinazione per chi non conosce l'uso dei logaritmi, si può costruire, mediante i dati sperimentali, la curva che rappresenta le durate del suono in funzione dei pesi.

La fig. 14 costruita nel modo indicato si riferisce al diapason sol' Weisbach, e mostra la differenza che si ha fra i due modi di eccitazione, già accennata al § 5.

Volendo peraltro adottare pei pesi una scala tale, che i punti corrispondenti ai piccoli pesi sieno ben distinti fra loro, si ha l'inconveniente che i pesi di 3 o 4 chilog. richiederebbero segmenti così lunghi da rendere impossibile un disegno di dimensioni normali. Se ad es. si rappresentasse 1 g. col segmento di 1 mm., per 3 Cg. occorrerebbe un segmento di 3 metri. Ora è utile che nella prima porzione della curva la scala sia un po' grande, e riteniamo che pei piccoli pesi la più opportuna sia quella, di rappresentare 1 g. con un segmento di 5 mm. Per risparmio di spazio conviene quindi che a partire da un certo peso, per es. da 100 g., sia scelta una scala minore. Noi consigliamo perciò di adottare le proporzioni seguenti:

fino a 100 g.: 1 mm. per rappr. 0,20 grammi
 oltre i 100 »: 1 » » » 10 »

Con queste due scale, la lunghezza di 1 metro sull'asse dei pesi, basta per rappresentare un peso di 4 chilogr.

Ma osservando che piccole porzioni della curva, che si riferiscono a pesi al di sopra di 40 g. si discostano assai poco dalla linea retta, si può ridurre a soli 40 cm. la lunghezza dell'asse dei pesi, ricorrendo al seguente artificio.

Tracciata la curva (fig. 15) relativa ai primi 20 g., si troverà che al peso di 20 g. corrisponde la durata di T_1 sec. Per

DO⁶⁴ ECCITAZIONE DOPPIA

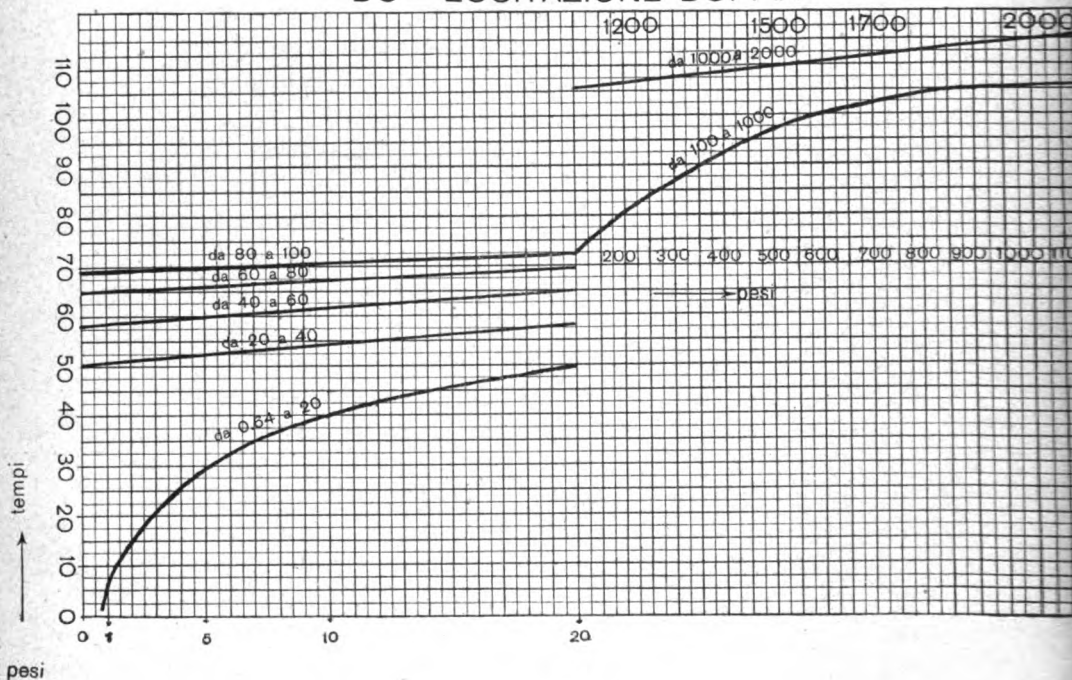


Fig. 15.

mezzo della relazione (6) è facile calcolare (se non si hanno i dati direttamente dall'esperienza), quali durate corrispondono ai pesi di 40, 60, 80 e 100 g. Ebbene; o dal calcolo, o dai dati sperimentali, si sappia che le durate del suono sono;

per g.	40,	60,	80,	100
di sec.	T_2 ,	T_3 ,	T_4 ,	T_5 .

Sull' ordinata Oy relativa al peso *zero* riportiamo in T_1 il tempo relativo al peso di 20 g. e su quella di 20 g. in T_2 il tempo relativo a 40 g.; è chiaro che la retta T_1T_2 rappresenta molto approssimativamente la variazione della durata relativa ai pesi da 20 a 40 g. Analogamente, riportando sulla Oy il tempo T_3 e sulla ordinata di 20 gr. il tempo T_4 , la retta T_2T_3 si riferirà ai pesi da 40 a 60 g.; e allo stesso modo le rette T_3T_4 e T_4T_5 saranno relative ai rimanenti pesi da 60 a 80 e da 80 a 100 g.

Per tutti questi tratti, la scala dei pesi è la stessa (cioè nel nostro caso di 1 mm. per g. 0,20), com'è la stessa la scala dei tempi, che si contano tutti a partire dall' asse Ox , e pei quali 1 mm. rappresenta 1 sec.

Per i pesi superiori a 100 g. dobbiamo, come si è detto, cambiare scala; e perciò, a partire dal punto T_5 cui siamo giunti, condurremo una parallela T_5x' all'asse Ox , e su questa riporteremo i pesi successivi, osservando che il punto T_5 rappresenta 100 g., e che ogni centimetro lungo la T_5x' rappresenta ora, secondo la nostra convenzione, 100 g. Per non prolungare di troppo la curva, ci arresteremo al peso di 1100 g. pel quale, o col calcolo o coll'esperienza avremo la durata del suono. Questa durata, contata sempre a partire dall' asse Ox , sarà rappresentata in T_6 . Poichè ora la scala dei pesi è molto raccorciata, mentre è rimasta inalterata quella dei tempi, non potremo più ritenere che le durate relative ai pesi da 100 a 1100 g. sieno rappresentate su una retta, che unisca i punti T_5 e T_6 ; ma si dovrà tracciare la curva servendoci di almeno due punti intermedi, per es. di quelli relativi a 320 e 640 g., o a 500 e 800 g., che si avranno o dai dati sperimentali o dal calcolo.

Per pesi da 1100 a 2100 g. procederemo come si è fatto per quelli fra 20 e 40 g., cioè riporteremo sull' ordinata del peso di 100 g. la durata T_6 relativa a 1100 g. e sull'ordinata di 1100 g. la durata T_7 relativa a 2100 g. Se, come di ordinario avviene, T_7 differisce di pochi secondi da T_6 , potremo

ritenere che le durate intermedie sieno rappresentate sulla retta $T_6 T_7$.

La curva della fig. 15, che si riferisce alla doppia eccitazione del diapason do 64 v. d., è stata appunto tracciata nel modo ora descritto.

Tracciata, per ogni diapason, o la curva anzi detta, o la retta logaritmica secondo le indicazioni del § 12, è facile trovare il peso che corrisponde a una durata qualunque del suono; e si potrà così costruire per ciascun diapason una tabella, che dia i pesi relativi ai tempi crescenti di secondo in secondo.

16. Il nostro metodo permette anche di determinare il peso che occorre per eccitare il diapason in modo, che per un orecchio normale il suono ad esso corrispondente duri al più 1 sec., sia cioè il *minimo suono percettibile*, che corrisponda alla *soglia fisiologica dell'eccitazione*.

La determinazione sperimentale di questo peso corrispondente alla soglia normale sarebbe relativamente facile pei diapason di bassa tonalità, pei quali è di qualche grammo; ma sarebbe malagevole o affatto impossibile per alcuni diapason, pei quali è di qualche centigrammo.

Ma, tracciata la retta che, nella rappresentazione logaritmica sopra accennata, contiene i punti corrispondenti alle varie durate del suono, basta prolungarla fino ad incontrare l'asse Ox dei pesi, e determinare l'ascissa di tal retta, che corrisponde all'ordinata di 1 sec. Il peso relativo a tale ascissa si potrà prendere come quello, che darebbe la soglia dell'eccitazione; perchè il suono che esso determinerebbe, essendo della durata di 1 sec., si può ritenere che corrisponda appunto alla soglia normale.

Se la scala della rappresentazione logaritmica non è grande abbastanza, questo metodo grafico per determinare la soglia può presentare qualche incertezza. Ma è facile ottenerne il valore esatto mediante la (5). Infatti, se π rappresenta il peso corrispondente alla soglia, e t è la durata del suono che corrisponde all'eccitazione prodotta da un peso qualunque P (durata che deve dedursi dalla rappresentazione logaritmica), è facile vedere che si ha

$$\pi = P e^{-\alpha(t-1)};$$

da cui si ha senza difficoltà il valore di π , dato dalla relazione :

$$(9) \quad \log_{10} \pi = \log_{10} P - (t-1) \alpha \log_{10} e.$$

In questo modo sono stati determinati i valori di π che valgono pei diapason di cui abbiamo nei §§ 11 e 13 riferito il campionamento, e che abbiamo riportato in calce alle tabelle corrispondenti.

Questo metodo di trovare il peso corrispondente alla soglia normale, è evidentemente basato sull'ipotesi che il valore medio di α , determinato dalla retta logaritmica, si possa ritenere valevole per tutta l'estensione della curva di oscillazione; e ciò, per tutti quanti i diapason, non si può ritenere dimostrato; anzi, per alcuni di essi risulta anche dal campionamento eseguito con questo nostro metodo, che α assume valori diversi (cfr. § 14 in fine).

Ma è facile ovviare a questa difficoltà; perchè si può — su una scala assai grande per raggiungere la maggior possibile esattezza — riportare come ascisse i logaritmi dei pesi, e come ordinate i tempi che vanno da 5 a 15 o 20 secondi al più, e che corrispondono perciò ad ampiezze di oscillazione che sono vicinissime alla soglia dell'eccitazione, e che quindi pei risultati già indicati dello Struycken, seguono certamente la (3) con α costante. Servendoci della retta che meglio rappresenta i dati sperimentali per tale piccola porzione della curva di oscillazione, potremo ritenere con sufficiente esattezza, che il peso determinato nel modo sopra detto col prolungamento di questa retta, o mediante la (9) col valore di α così ottenuto, sia effettivamente quello, che corrisponde alla soglia normale.

II.

17. Terminata la prima parte del nostro lavoro, vediamo come i risultati ottenuti possano applicarsi all'acumetria.

La misura del potere uditivo può farsi in uno dei modi seguenti :

1). Si ecciti il diapason con un peso P , e si determini, come di consueto, il tempo t_p durante il quale il suono così prodotto è udito dall'orecchio esaminato, e di seguito si determini il tempo t_n durante il quale il suono è percepito dall'esaminatore, che si suppone possieda udito normale.

Per la (4) avremo, per le ampiezze di oscillazione che compie il diapason alla fine dei tempi così trovati:

$$a_p = k P e^{-\alpha t_p}$$

$$a_n = k P e^{-\alpha t_n};$$

e poichè si deve ritenere ¹⁾ che il potere uditivo sia in ragione inversa delle ampiezze di oscillazione che corrispondono alle soglie dell'eccitazione, pel potere uditivo A dell'orecchio esaminato, per quel dato suono, avremo:

$$(10) \quad A = \frac{a_n}{a_p} = \frac{k P e^{-\alpha t_n}}{k P e^{-\alpha t_p}} = \frac{1}{e^{\alpha(t_n - t_p)}}$$

Questa equazione è analoga a quella proposta da Quix ²⁾; e poichè, una volta campionato il diapason, si può ritenere come noto il tempo t_n relativo all'orecchio normale, colla sola determinazione del tempo t_p si può, mediante la (10) o mediante tabelle opportune, calcolare il potere uditivo A .

Su quello del Quix e sugli altri di Bezold-Edelmann o di Ostmann il nostro metodo presenta peraltro i seguenti vantaggi:

a) che col nostro metodo di eccitazione con un peso, si è sicuri, più che in qualunque altra maniera di eccitazione, di partire sempre da una medesima ampiezza iniziale, come richiede il metodo del Quix;

b) che la determinazione di α si può eseguire con mezzi semplicissimi, e per i diapason di qualunque tonalità; talchè il nostro metodo non è soggetto a quelle limitazioni, cui va

1) A. Stefanini, Atti R. Acc. Lucchese, vol. 25, p. 307, 1889; Arch. Ital. di Otol. 16, 1905; Fr. Bezold e Th. Edelmann, Zeitschf. f. Ohrenh. 33, p. 182, 1898.

2) Quix, Zeitsch. f. Ohrenh., vol. 47, p. 323, 1904.

soggetto quello del Quix, che si applica solamente a quei diapason, pei quali col metodo ottico sia possibile determinare il decremento logaritmico delle oscillazioni;

c) che se le oscillazioni del diapason non hanno un decremento logaritmico costante, il nostro metodo di eccitazione permette di riconoscere con ogni facilità i diversi valori, che esso assume nelle varie porzioni della curva di oscillazione;

d) e finalmente, che mediante la rappresentazione logaritmica da noi proposta, non è necessario calcolare una tabella speciale per ciascun diapason; ma, come vedremo (§ 22), una sola tabella può servire per tutti quanti i diapason, di cui siasi eseguito il campionamento.

II). Si ecciti al solito il diapason con un peso P ; ma si determini solamente il tempo t_p durante il quale il suono è udito dall'orecchio in esame. Ciò eseguito, sulla carta millimetrata su cui è tracciata la retta logaritmica AB del diapason adoprato, si riporti tale tempo t_p sull'ordinata che passa

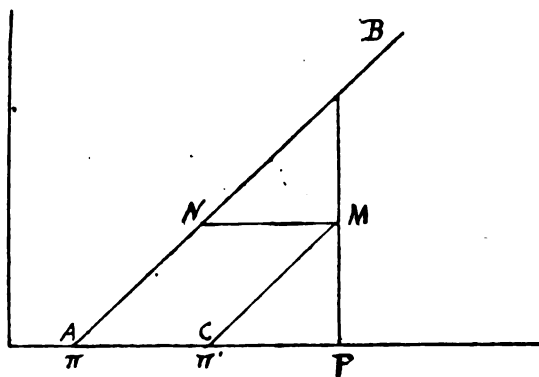


Fig. 16.

pel punto corrispondente al logaritmo del peso P , e dal punto M così ottenuto si conduca la MC parallela ad AB . Il punto C in cui tale parallela taglia l'asse Ox , determina (§ 16) il peso π' corrispondente alla soglia dell'orecchio esaminato, mentre il punto A determina il peso π relativo alla soglia normale. E poichè, nel nostro metodo, le ampiezze di oscillazione sono

proporzionali ai pesi eccitatori, si avrà, pel potere uditivo cercato :

$$A = \frac{\pi}{\pi'}.$$

Da questa, prendendo i logaritmi dei due membri, si ha :

$$(11) \quad \log A = \log \pi - \log \pi';$$

e poichè colla rappresentazione logaritmica adottata si ha:

$$\text{lunghezza del segmento } AC = \log \pi' - \log \pi,$$

si ottiene

$$AC = -\log A = \log \frac{1}{A},$$

da cui si può facilmente ottenere, mediante le tavole logaritmiche, il valore di A.

Vedremo poi (§ 22) come servendoci della tabella dianzi accennata, si possa fare a meno di ogni calcolo logaritmico.

III). Anzichè eccitarlo con un peso, si ecciti il diapason battendolo al modo consueto, avendo cura di evitare i suoni armonici, e si misuri il tempo t_r durante il quale l'esaminatore continua a udire il suono, a partire dall'istante in cui il suono è cessato per l'esaminato. Dalla rappresentazione logaritmica relativa al diapason aloprato, si vedrà a qual peso π'

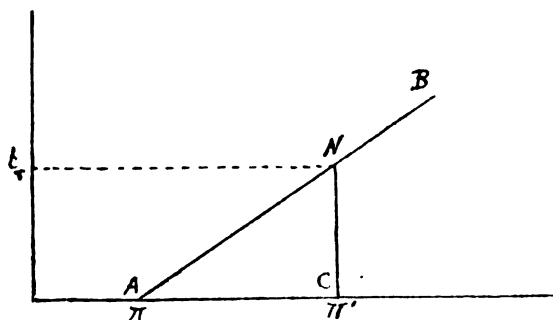


Fig. 17.

corrisponde il punto N della AB, relativo al tempo t_r . È chiaro che nell'istante in cui l'orecchio esaminato cessò di udire il

suono, il diapason aveva un'ampiezza di oscillazione uguale a quella, con la quale esso comincierebbe a oscillare se fosse eccitato col peso π' ; ossia questo peso π' è quello, che corrisponde alla soglia dell'orecchio esaminato. Il potere uditivo di tale orecchio sarà quindi dato anche adesso da

$$(12) \quad A = \frac{\pi}{\pi'}$$

da cui

$$\log A = \log \pi - \log \pi',$$

e per trovarne il valore, basterà anche con questo metodo, misurare il segmento AC della fig. 17 e servirci della tabella del § 22.

18. Questo III metodo si presenta come il più semplice di tutti; ma ha l'inconveniente di richiedere nell'esaminatore lo stesso potere uditivo normale, che aveva la persona, che eseguì il campionamento del diapason adoprato.

Anche se tal campionamento fu eseguito dall'esaminatore, non è ammissibile che esso possieda sempre lo stesso potere uditivo, di quando eseguì il campionamento; e quindi il metodo ora accennato si presta meno degli altri a fornire risultati del tutto confrontabili in successive determinazioni.

Per la sua maggiore speditezza, questo è peraltro il metodo che noi consigliamo nella pratica clinica ordinaria; salvo a ricorrere a uno degli altri due, che riferiscono il potere uditivo dell'orecchio in esame sempre ad un medesimo potere uditivo normale, per le ricerche di precisione.

Il metodo di eccitazione coi pesi non è del resto eccessivamente laborioso; e specialmente quello ad *eccitazione semplice* riesce di sufficiente speditezza, se si ha cura di preparare in precedenza coi lacci già formati i fili, che debbono sostenere i pesi eccitatori.

19. La rappresentazione logaritmica del campionamento dei diapason, oltre a compendiare in poco spazio i diagrammi e a far riconoscere a colpo d'occhio se il valore di α si mantiene o no costante per tutti i pesi adoprati, si presta ancora

a dare il potere uditivo per tutti i diapason, senza bisogno di eseguire il calcolo della formola (10).

Infatti, sia P (fig. 18) il punto dell'asse dei pesi, che corrisponde al logaritmo del peso P che si è adoperato nella ri-

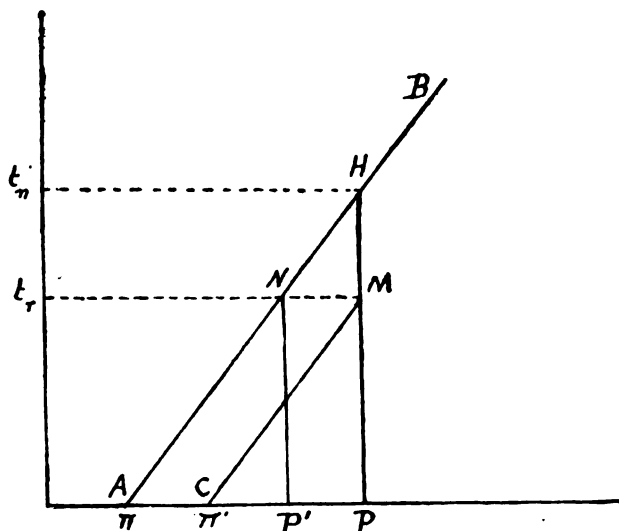


Fig. 18.

cerca del potere uditivo. L'ordinata che passa per P, taglia in H la retta logarithmica AB, e a questo punto H corrisponde il tempo t_n , che dà la durata del suono che tal peso determina per l'udito normale. Sulla medesima ordinata PH, si segni il punto M, che corrisponde alla durata t_p per l'orecchio esaminato, e dal punto N in cui la parallela condotta da M ad Ox taglia la AB, si abbassi la normale NP' , la quale passerà pel punto corrispondente ad un peso, che indicheremo con P' , e relativo alla durata t_p .

Dalla formola (10) si ha

$$(13) \quad \log A = \log 1 - \alpha (t_n - t_p) \log e.$$

La (6), se per determinare α si prendono i pesi P e P' relativi alle durate t_n e t_p , ci dà:

$$\alpha \log e = \frac{\log P - \log P'}{t_n - t_p},$$

ossia

$$\alpha (t_n - t_p) \log e = \log P - \log P' ;$$

quindi sostituendo nella (13) avremo:

$$\log A = \log l - (\log P - \log P') .$$

Ma se dal punto M si conduce la MC parallela ad AB, si vede dalla fig. 18 che il segmento AC, essendo uguale ad NM è anche uguale a P'P, onde la (13) si potrà scrivere:

$$\log A = \log l - (\log \pi' - \log \pi)$$

essia, poichè $\log_{10} l = 0$:

$$(14) \quad \log A = \log \pi - \log \pi'$$

ove π e π' sono i pesi corrispondenti alla soglia dell'orecchio normale e dell'orecchio esaminato.

La medesima formola (14) serve adunque per tutti e tre i casi alla determinazione del potere uditivo. E per calcolare il potere uditivo basta in ogni caso misurare il segmento AC o quello MN che gli è uguale, e che nella rappresentazione adottata esprime appunto la differenza fra i logaritmi dei pesi π' e π , relativi alla soglia dell'orecchio esaminato e di quello normale.

20. Per trovare sulla carta millimetrata la lunghezza del segmento uguale a $\log \pi' - \log \pi$, non è peraltro nemmeno necessario condurre le parallele alla retta logaritmica delle fig. 16 e 18. Infatti da quelle figure si vede che tal segmento è uguale al segmento MN, che si può misurare direttamente sulla carta millimetrata, appena eseguita la determinazione sperimentale del tempo t_p richiesta dai metodi I e II. Nel metodo III il valore di $\log \pi' - \log \pi$ è subito dato dal segmento AC della fig. 17, senza nessuna costruzione geometrica.

21. Quanto finora si è detto vale allorchè il diapason adoprato abbia un decremento logaritmico costante, per tutta la serie dei pesi adoprati nel campionamento. Bisogna peraltro considerare anche il caso, che il campionamento fornisca in-

vece una spezzata di due o più segmenti, anzichè una sola retta logarithmica.

Sia, ad es., il caso della fig. 19 e col metodo I siasi trovato che col peso P adoprato nell'eccitazione, che corrisponde al secondo tratto della spezzata logarithmica, la durata t_p per l'orecchio esaminato è rappresentata dal punto M . Allora,

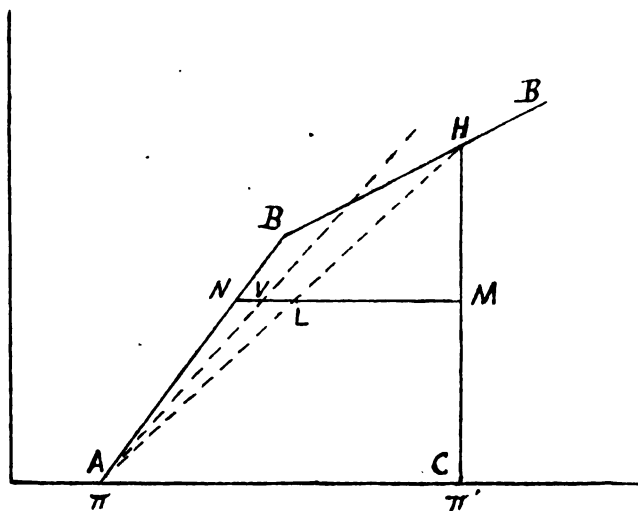


Fig. 19.

nella formola (10) nel § 17 bisognerebbe usare pel numeratore il valore α dedotto dal tratto AB , e pel denominatore il valore α_1 relativo alla retta AH . Sia L il punto dove la MN taglia la AH , e sia V il punto di mezzo fra N ed L . Invece dei due valori α e α_1 sopra detti, si potrebbe con buona approssimazione introdurre nella (10) il valore corrispondente alla retta logarithmica AV intermedia; onde il potere uditivo sarà in tal caso misurato dal valore corrispondente al segmento MV .

La stessa regola vale pel metodo II. Nel metodo III, tanto che pel diapason α adoperato si abbia una retta logarithmica unica, o una spezzata, il procedimento è sempre quello indicato al § 17.

Il procedimento sopra esposto si dovrebbe tenere anche nel caso che la rappresentazione logaritmica consistesse in una curva, cioè quando il decremento logaritmico variasse continuamente da un peso al successivo.

22. Stabilito tutto ciò, ecco ora la tabella, che serve per tutti i diapason, dei quali siasi tracciata la retta o la spezzata logaritmica, nel modo indicato nel § 12. Per conseguire una precisione maggiore, abbiamo calcolato la tabella per una rappresentazione logaritmica fatta con una scala assai grande. Cioè, per servirsi della tabella, bisogna, nel riportare sulla carta millimetrata il campionamento eseguito, prendere 30 millimetri per rappresentare il logaritmo volgare di 2; la lunghezza di 45 cm. basta allora per rappresentare pesi da g. 0,312 a 5120, che sono più che sufficienti per qualunque diapason.

La colonna *a* della tabella 12_A contiene le lunghezze, espresse in millimetri, del segmento MN delle fig. 16 o 18, o del segmento AC della fig. 17; e la colonna A il potere uditivo corrispondente, in millesimi del potere uditivo normale.

La tabella 12_B si riferisce invece al caso, che la retta logaritmica sia stata ottenuta rappresentando il logaritmo di 2 con 10 mm.; che è una scala assai comoda, quando non si esiga una precisione molto grande.

Valori del potere uditivo corrispondenti alle diverse lunghezze del segmento MN (fig. 10 e 18) o del segmento AC (fig. 17).

(Per log. 2 rappresentato da 30 $^{m/m}$).

$\frac{a}{m}$	$\frac{a}{m}$	$\frac{a}{m}$	$\frac{a}{m}$	$\frac{a}{m}$	$\frac{a}{m}$	$\frac{a}{m}$	$\frac{a}{m}$	$\frac{a}{m}$	$\frac{a}{m}$
Lunghezza del segm. MN o AC	Potere uditivo	Lunghezza del segm. MN o AC	Potere uditivo	Lunghezza del segm. MN o AC	Potere uditivo	Lunghezza del segm. MN o AC	Potere uditivo	Lunghezza del segm. MN o AC	Potere uditivo
0,5	0,988	13,5	0,732	33	0,467	59	0,256	85	0,140
1,5	0,977	14,5	0,724	34	0,456	60	0,250	86	0,137
2,5	0,966	15,5	0,716	35	0,446	61	0,244	87	0,134
3,5	0,955	16,5	0,707	36	0,436	62	0,239	88	0,131
4,5	0,944	17,5	0,699	37	0,426	63	0,233	89	0,128
5,5	0,933	18,5	0,691	38	0,416	64	0,228	90	0,125
6,5	0,923	19,5	0,683	39	0,406	65	0,223	91	0,122
7,5	0,912	20	0,675	40	0,397	66	0,218	92	0,119
8,5	0,901	21	0,668	41	0,388	67	0,213	93	0,117
9,5	0,891	22	0,660	42	0,379	68	0,208	94	0,114
10,5	0,881	23	0,652	43	0,370	69	0,203	95	0,111
11,5	0,870	24	0,645	44	0,362	70	0,198	96	0,109
12,5	0,861	25	0,638	45	0,354	71	0,194	97	0,106
13,5	0,851	26	0,630	46	0,345	72	0,189	98	0,104
14,5	0,841	27	0,616	47	0,338	73	0,185	99	0,102
15,5	0,831	28	0,602	48	0,330	74	0,181	100	0,099
16,5	0,822	29	0,588	49	0,322	75	0,177	105	0,088
17,5	0,812	30	0,575	50	0,315	76	0,173	110	0,078
18,5	0,803	31	0,562	51	0,308	77	0,169	115	0,070
19,5	0,794	32	0,549	52	0,301	78	0,165	120	0,0625
20,5	0,784	33	0,536	53	0,294	79	0,161	125	0,0557
21,5	0,775	34	0,524	54	0,287	80	0,158	130	0,0497
22,5	0,767	35	0,512	55	0,281	81	0,154	135	0,0443
23,5	0,758	36	0,500	56	0,274	82	0,151	140	0,0395
24,5	0,749	37	0,489	57	0,268	83	0,147	145	0,0352
25,5	0,740	38	0,478	58	0,262	84	0,144	150	0,0312
26,5	0,732	39	0,467	59	0,256	85	0,140	155	0,0279
27,5	0,724	40	0,456	60	0,250	86	0,137	160	0,0248
28,5	0,716	41	0,446	61	0,244	87	0,134	165	0,0221
29,5	0,707	42	0,436	62	0,239	88	0,131	170	0,0197
30,5	0,699	43	0,426	63	0,233	89	0,128	175	0,0175
31,5	0,691	44	0,416	64	0,228	90	0,125	180	0,0156
32,5	0,683	45	0,406	65	0,223	91	0,122	185	0,0139
33,5	0,675	46	0,397	66	0,218	92	0,119	190	0,0124
34,5	0,668	47	0,388	67	0,213	93	0,117	195	0,0110
35,5	0,660	48	0,379	68	0,208	94	0,114	200	0,0098
36,5	0,652	49	0,370	69	0,203	95	0,111	205	0,0088
37,5	0,645	50	0,362	70	0,198	96	0,109	210	0,0078
38,5	0,638	51	0,354	71	0,194	97	0,106	215	0,0069
39,5	0,630	52	0,345	72	0,189	98	0,104	220	0,0062
40,5	0,616	53	0,338	73	0,185	99	0,102	225	0,0055
41,5	0,602	54	0,330	74	0,181	100	0,099	230	0,0049
42,5	0,588	55	0,322	75	0,177	105	0,088	240	0,0039
43,5	0,575	56	0,315	76	0,173	110	0,078	250	0,0031
44,5	0,562	57	0,308	77	0,169	115	0,070	260	0,0024
45,5	0,549	58	0,301	78	0,165	120	0,0625	270	0,0020
46,5	0,536	59	0,294	79	0,161	125	0,0557	280	0,0015
47,5	0,524	60	0,287	80	0,158	130	0,0497	290	0,0012
48,5	0,512	61	0,281	81	0,154	135	0,0443	300	0,00098
49,5	0,500	62	0,274	82	0,151	140	0,0395	310	0,00077
50,5	0,489	63	0,268	83	0,147	145	0,0352	320	0,00061
51,5	0,478	64	0,262	84	0,144	150	0,0312	330	0,00049

TABELLA 12_B.

Valori del potere uditivo corrispondenti alle diverse lunghezze del segmento MN (fig. 15 e 17) o del segmento AC (fig. 16).

(Per $\log_{10} 2$ rappresentato da $10^{-3/10}$).

a Valore di MN o AC	A Potere uditivo	a Valore di MN o AC	A Potere uditivo	a Valore di MN o AC	A Potere uditivo
$10^{-3/10} 1, -$	0,93	$10^{-3/10} 16$	0,33	$10^{-3/10} 42$	0,054
1,5	0,90	17	0,31	43	0,051
2, -	0,87	18	0,29	44	0,047
2,5	0,84	19	0,27	45	0,044
3, -	0,81	20	0,25	46	0,041
3,5	0,78	21	0,23	47	0,038
4, -	0,76	22	0,22	48	0,036
4,5	0,73	23	0,20	49	0,033
5, -	0,71	24	0,19	50	0,031
5,5	0,68	25	0,18	55	0,020
6, -	0,66	26	0,16	60	0,015
6,5	0,64	27	0,15	65	0,011
7, -	0,62	28	0,14	70	0,008
7,5	0,59	29	0,13	75	0,005
8, -	0,57	30	0,12	80	0,004
8,5	0,56	32	0,11	85	0,003
9, -	0,54	33	0,10	90	0,002
9,5	0,52	35	0,09	100	0,001
10	0,50	36	0,08	105	0,0007
11	0,47	37	0,077	110	0,0005
12	0,44	38	0,072		
13	0,41	39	0,067		
14	0,38	40	0,062		
15	0,35	41	0,058		

23. Da questa tabella si vede che difficilmente il potere uditivo potrà discendere al di sotto di $1/1000$ del normale; e ciò concorda con quanto si otterrebbe applicando il metodo Bezold-Edelmann. Ma fra questo metodo e quello da noi proposto vi è differenza notevole, com'è mostrato dal seguente esempio.

Siasi adoprato il diapason do_4 di 2048 v. d. il cui campionamento è rappresentato dalla tab. 5. Esso, eccitato col martello Lucae, dà una durata massima di percezione, che per

l'orecchio normale è di 70 sec. Per un orecchio anormale che senta il suono del diapason così eccitato per 35 sec., cioè per la metà del tempo corrispondente all'orecchio normale, dalla tabella di Bezold-Edelmann si avrebbe il potere uditivo $A = 0,049$.

Ecco invece quanto si trova col nostro metodo III.

Poichè il suono, dopo che è cessato per l'orecchio in esame, dura ancora 35 sec. per l'orecchio normale, la retta logaritmica che si deduce dalla tab. 5 relativa al d_0 , ci dice che alla durata di 35 sec. corrisponde il peso $\pi' = 280$ g.

Ed essendo, per quel diapason, la soglia normale raggiunta col peso $\pi = 4,39$, ne risulta

$$A = \frac{4,39}{280} = 0,015,$$

valore che è circa $\frac{1}{6}$ di quello che dà il metodo Bezold.

Vediamo anche quello che si avrebbe col diapason di 192 v. d. (tab. 1). L'eccitazione col peso di 2 Cg. che si può prendere uguale alla massima eccitazione richiesta dal metodo Bezold, produce un suono che per l'orecchio normale dura 148 sec. Per un orecchio che percepisse quel suono soltanto per la metà del tempo anzidetto, si avrebbe come dianzi, dalle tavole di Bezold, il potere uditivo $A = 0,049$.

Dalla retta logaritmica corrispondente a tal diapason invece si vede che alla durata di 74 sec. (che sono la metà dei 148 sec. sopra detti) corrisponde un segmento MN lungo 168 mm., cui, nella nostra tabella 11_B corrisponde il potere uditivo $A = 0,020$.

Analoga divergenza fra i due metodi si trova anche per tutti gli altri diapason che noi abbiamo campionato.

Bisogna dunque concludere, come del resto aveva già trovato per altra via uno di noi ¹⁾ che la tabella di Bezold-Edelmann è applicabile solamente ai diapason, pei quali sia stato verificato sperimentalmente che la curva di oscillazione si allontana poco da quella, che servì di base al calcolo della tabella stessa.

1) G. Gradenigo, Giornale della R. Acc. di Medicina di Torino, 1908.

Le nostre tabelle 12_a e 12_b sono invece applicabili a tutti quanti i diapason, perchè le diversità che posson presentare gli uni dagli altri nello smorzamento delle loro oscillazioni, è messa in conto con la diversa inclinazione della retta logaritmica, che si ottiene dal loro campionamento col metodo da noi proposto.

24. Un'ultima avvertenza che occorre fare, si riferisce all'influenza dell'ambiente sulla determinazione del potere uditivo.

Campionando uno stesso diapason in locali diversamente difesi da rumori esterni o accidentali, si trovano per una medesima persona diverse rette logaritmiche, tutte fra loro parallele, ma tali che a ciascuna corrisponde un diverso valore della soglia normale di eccitazione. Sorge quindi spontanea la domanda: quale fra di esse dovrà adoperarsi nella misura del potere uditivo?

Per risolvere la questione si deve considerare che il normale-udente è disturbato, nello stabilire la sua soglia, da rumori estranei anche minimi, mentre il paziente con diminuzione uditiva dai due lati, appunto per la sua durezza di udito, non è disturbato da quelli stessi rumori estranei. In questo caso converrà paragonare la soglia del paziente alla soglia del normale in un silenzio relativo del giorno. Se invece si tratta di misurare il potere uditivo in un caso di affezione auricolare unilaterale, se cioè il secondo orecchio del paziente è normale, questo sarà paragonabile perfettamente al normale-udente, perchè i rumori estranei anche leggeri, disturbano in egual modo il normale e il malato, agendo in quest'ultimo sull'orecchio sano. In tal caso si dovrà alla soglia del malato contrapporre quella che ha il normale, nelle condizioni in cui vien fatto il confronto.

Ma non si può tralasciare di osservare che l'esistenza di un rumore subiettivo nel malato, disturba notevolmente l'apprezzamento della sua soglia.

Come regola generale si dovrebbe stabilire un valore medio della soglia normale nel silenzio relativo del giorno, e

tener questo come unità di misura, così per il malato, come eventualmente per il normale udente disturbato.

Quando si eseguisca il campionamento in un locale *perfettamente silenzioso*, il nostro metodo permette peraltro di stabilire il valore della *soglia normale fisiologica* per diapason di qualunque tonalità; e a questo valore si potranno riferire le misure eseguite su individui ad udito normale o anormale, per riconoscere e valutare l'influenza che esercita l'ambiente sul potere uditivo.

**UN NUOVO FENOMENO DI RISONANZA,
RESO SENSIBILE CON UNO SPECIALE MICROFONO A GAS.**

Nota di ARISTIDE FIORENTINO ¹⁾.

L'aspetto generale della disposizione adoperata per quest'esperienza (v. fig. 1) richiama subito alla memoria la classica esperienza del Lissajous che si ripete nelle scuole per dare un esempio d'interferenza acustica. Ad onta di questa somiglianza e della relazione di reciprocità che esiste effettivamente tra le due esperienze, sono di tutt'altro ordine le considerazioni che mi hanno suggerito di tentare questa di cui voglio parlare.

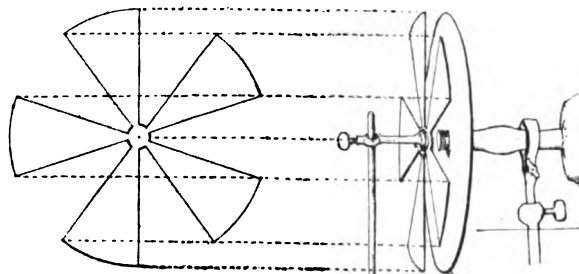


Fig. 1.

Ecco, in poche parole i fatti che un facile ragionamento mi ha fatto prevedere e che ho potuto accertare sperimentalmente:

Sia una lastra piana elastica, capace di vibrare producendo o l'uno o l'altro di una serie di suoni semplici *a*, *b*, *c*...., presentando altrettanti e diversi disegni di linee nodali;

1) Le esperienze sono state eseguite nell'Istituto Fisico della R. Università di Parma diretto dal Prof. Pietro Cardani.

1°) Se si emetta uno qualunque di questi suoni, magari con grande intensità, davanti alla lastra, avendo cura di disporre questa in un piano verticale e a tale distanza e in tale posizione rispetto alla sorgente sonora da ricevere le onde sopra tutta la superficie in direzione presso a poco normale, *la lastra non entrerà in vibrazione per risonanza*;

2°) Ma se si sono preparati degli schermi di cartone traforato (uno per ciascuno dei suoni *a, b, c...*), uguali a quelli che si adoperano nella sunnominata esperienza del Lissajous, cioè così fatti che ciascuno di essi sia capace di ricoprire una metà del numero totale delle regioni ventrali corrispondenti a uno dei suoni, e precisamente tutte quelle che per quel suono vibrano insieme con accordo di fase, lasciando scoperte tutte quelle altre che vibrano contemporaneamente nella fase opposta, e se si dispone davanti alla lastra a meno di un centimetro di distanza da essa, sul cammino delle onde sonore, uno qualunque di questi schermi, *la lastra, per effetto della vicinanza di un simile schermo traforato, è resa capace di mettersi in vibrazione per risonanza, in virtù degli impulsi comunicati dall'aria, per quel suono e per quel solo suono a cui corrisponde quel disegno di linee nodali che si ritrova sullo schermo.*

L'apparecchio adoperato per l'effettiva esecuzione dell'esperienza non si riduce però semplicemente a quello dell'esperienza del Lissajous, perchè l'intensità della vibrazione che può dall'aria essere comunicata alla lastra nelle ordinarie condizioni è così piccola da non potere essere avvertita se non si aggiunga un apparato ausiliare destinato al rinforzo dei suoni.

Credo opportuno di descrivere qui brevemente, con l'aiuto della fig. 2 ¹⁾ un metodo da me adoperato per questa e per altre esperienze di acustica per rinforzare e rendere udibili dei suoni debolissimi quando i tentativi fatti con altri metodi non erano riusciti allo scopo ²⁾.

1) Nella fig. 1 quest'apparato ausiliare non comparisce.

2) Questo metodo deriva direttamente da alcune esperienze descritte in una precedente nota: « Proprietà microfoniche dei getti gassosi » (Nuovo

L'estremità affilata A di un tubo di vetro (diametro del foro, inferiore al mezzo millimetro) corre vicinissima alla lastra ¹⁾ in un punto in cui è ragionevolmente da aspettarsi un ventre della vibrazione. Per questo tubetto si lascia uscire un sottile getto verticale di gas illuminante derivato dalla tubazione cittadina per mezzo di una chiavetta regolabile con vite micrometrica. Verticalmente al di sopra del foro di uscita del gas e ad un'altezza conveniente, che si trova per tentativi, regolando insieme l'apertura della chiavetta, si trova l'estremità capovolta di un'altro tubetto affilato di vetro B (diametro del foro, circa 1 mm).

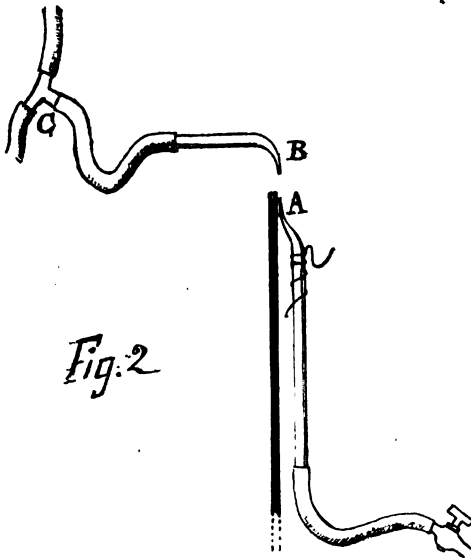


Fig. 2

I suoni resi dalla lastra, notevolmente rinforzati dal getto vengono ricevuti dal tubo di vetro B e, per mezzo di un tubo di caucciù biforcuto in C, arrivano agli orecchi dello speri-

Cimento, S. V, vol. V, 1903). Prima di essere in possesso di questo metodo sensibile di ricerca, avevo ripetutamente tentato simili esperienze all'Università di Urbino, con esito assolutamente negativo.

1) Nella fig. 2 la lastra è rappresentata, in sezione, dalla grossa riga nera.

mentatore. Sarà anche utile di aggiungere qualche avvertenza di indole pratica per chi volesse ripetere le esperienze descritte.

Non poca pazienza ci vuole per regolare gli elementi di questo che chiameremo *microfono a gas*, cioè per dare la giusta pressione per mezzo del rubinetto e per trovare l'altezza a cui deve porsi l'estremo del tubetto B perchè siano rinforzati al massimo i suoni della lastra. Può giovare assai a facilitare questo adattamento l'artificio d'appendere un orologio da tasca a un uncino con cui termina un pezzetto di filo di rame attorto attorno al tubo A, perchè il battito dell'orologio trasmesso all'orecchio dal tubo di caucciù ci avverte se il foro di B si trova o no esattamente sull'asse del getto di gas. Ma bisogna avvertire che le condizioni di sensibilità massima per il battito dell'orologio non sono le migliori per i suoni della lastra: per questi ultimi il rubinetto del gas deve essere tenuto un po' meno aperto e il foro di B più in alto. Quando il microfono è veramente a posto, il leggero contatto di uno steccolino di legno con la lastra deve fare arrivare all'orecchio un forte suono, come di una caldaia di rame che seguita a risuonare dopo essere stata battuta con un bastone.

Con tale sensibilità per i suoni, è naturale che siano anche sensibili gli effetti di cause perturbatrici diverse, vale a dire dell'essere troppo imperfettamente realizzate le condizioni supposte, che si abbia cioè una lastra veramente omogenea di spessore e di costituzione, su cui agiscano con azione perfettamente simmetrica le onde sonore trasmesse dall'aria ad esse sole e che, per di più, lo schermo ripari *veramente* certe parti della lastra dall'azione delle onde.

Volendo ottenere dei risultati molto approssimativamente conformi alle previsioni, ho trovato sufficienti le precauzioni che seguono, con le quali evidentemente ci si avvicina alle condizioni teoriche:

a) Portare lo schermo vicino quanto è possibile alla lastra (senza che la tocchi);

b) Adoperare degli schermi in cui le parti piene non siano troppo poco estese. Se la lastra non è assai grande, conviene pertanto limitarsi ai suoni più gravi tra quelli che la lastra può rendere;

c) Limitare, per quanto si può alla lastra l'azione delle onde sonore, evitando, o meglio attenuando quella che esse esercitano sulla tavola e sul sostegno che porta la lastra, nonchè la diffusione del suono nella stanza, che colle riflessioni tende a produrre effetti asimmetrici. Per questo giova di emettere il suono, per esempio la voce, in direzione della lastra per mezzo di un tubo conico che funzioni da portavoce o anche per mezzo di un vero portavoce di quelli che si trovano per tutto dopo la diffusione dei grammofoni.

Con queste cautele le esperienze riescono persuasive: che poi esse non siano eccessive, lo provi il fatto che basta spostare un poco da parte l'asse del portavoce perchè, cessando la simmetria dell'azione delle onde sonore, la lastra possa essere messa in vibrazione sensibile anche senza la presenza dello schermo.

Come conclusione possiamo dire che, analogamente a quanto avviene per l'emissione, *per favorire l'assorbimento dell'energia di vibrazione di un determinato periodo può, in certi casi, giovare l'artificio di sottrarre qualche parte convenientemente scelta, del sistema risonante all'azione delle onde trasmettitrici.* Non mi pare dubbio che fenomeni consimili non debbano riscontrarsi anche per le oscillazioni elettriche.

Lodi, novembre 1907.

**SE LA PRESENZA DEL PULVISCOLO NELL'ARIA AMBIENTE
SIA CONDIZIONE NECESSARIA NEL FENOMENO DI RADIOATTIVITÀ INDOTTA
PER EFFLUVIO ELETTRICO.**

G. MARTINELLI.

In una serie di ricerche pubblicate nei Rendiconti dell'Accademia dei Lincei (1° Semestre 1902) il compianto Prof. Sella aveva constatato l'efficacia di un effluvio elettrico sulla intensità di attivazione di una lastra esposta alcun tempo in un ambiente chiuso contenente l'emanazione dell'ossido di torio ¹⁾).

Il fenomeno avveniva come se l'effluvio elettrico condensasse sulla lastra l'emanazione diffusa nell'ambiente, od anche l'aria ed il pulviscolo atmosferico resi attivi dall'emanazione stessa.

Miss H. Brooks in un suo lavoro sulla caduta della radioattività indotta (The Decay of the excited Radioactivity from Thorium, Radium and Actinium. Philosoph. Magaz.: Septemb. 1904) non esitò ad accettare l'ultima ipotesi attribuendo quasi esclusivamente il fenomeno alla presenza nell'ambiente del pulviscolo atmosferico attivato dall'emanazione.

Tale ipotesi d'altra parte non sembrava confermata dall'andamento delle numerose esperienze eseguite dal Sella su tali fenomeni di attivazione per effluvio e, pure ammettendosi a priori una sensibile influenza del pulviscolo atmosferico sull'intensità di attivazione, il Prof. Sella credette opportuno istituire una serie di ricerche intese a dimostrare come la presenza del pulviscolo atmosferico non fosse condizione necessaria perchè il fenomeno avesse luogo, e ne affidò a me

1) Pubblicando questa ricerca, che così strettamente si riannoda alla produzione scientifica del prof. Sella, sento il bisogno di esprimere l'affetto e la gratitudine che mi lega alla memoria di lui, che mi fu maestro amatissimo e guida amichevole in ogni mio studio.

l'incarico. Le esperienze eseguite nell'Istituto fisico della R. Università di Roma nel 1904 non furono pubblicate essendomi dovuto dedicare negli anni successivi a studi di natura diversa.

Solo pochi mesi or sono presentai i risultati delle mie ricerche al Sella, e se ne decise la pubblicazione, che avrei fatto sotto la sua guida se la morte non lo avesse così immaturamente colpito.

Il problema propostomi era di mostrare come anche in aria priva di pulviscolo l'effluvio elettrico favorisse l'attivazione di una lastra esposta all'emanazione del torio, ed eventualmente studiare l'influenza del pulviscolo sul fenomeno.

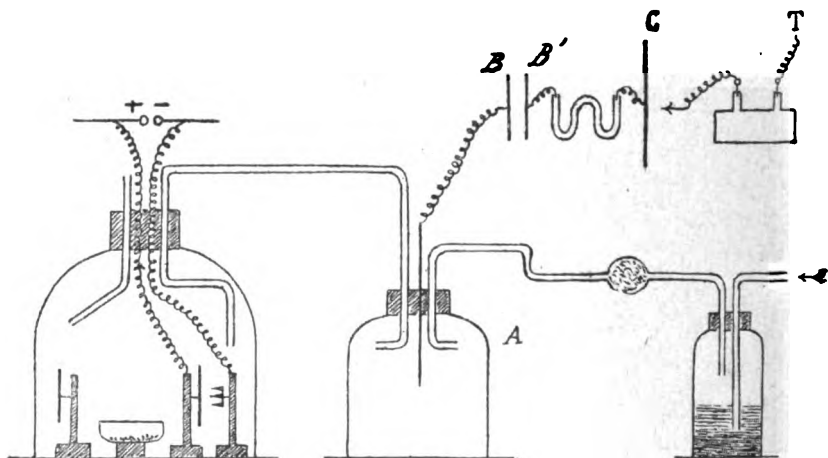
Premesso che il concetto di aria priva di corpuscoli in sospensione è un concetto praticamente ben poco preciso, considereremo come pura dell'aria che sia stata sottoposta a tutti quei mezzi fisici più generalmente in uso a tale scopo.

I mezzi adoperati consistevano nel fare mediante un potentissimo aspiratore ad acqua gorgogliare l'aria in due lavaggi di acido solforico, e attraverso tubi ripieni di ovatta o lana, di vetro, alla massima compressione possibile, condurla in un filtro elettrico, costituito da una campana di vetro (vol: circa 6500 cm³) a ove si faceva avvenire un effluvio mediante una punta isolata e collegata all'armatura esterna *b* di un condensatore, di cui l'armatura interna *b'* era congiunta mediante una resistenza ad acqua ad un piatto metallico *c*, sul quale si faceva infine scoccare la scintilla di un rocchetto di induzione con l'altro polo a terra. Tale filtro elettrico sembrò molto adatto allo scopo perchè sottoponeva in precedenza l'aria allo stesso processo usato nella attivazione delle lastre (V. figura).

La disposizione sperimentale era poi la seguente:

In una grossa campana di vetro della capacità di circa cm³ 25930 era posta una capsula di vetro contenente ossido di torio e ricoperto a chiusura ermetica con carta bibula, si da essere permeabile alla emanazione ed impedire alle particelle solide dell'ossido di spargersi per la campana. In posizione simmetrica rispetto al torio su due sostegni isolanti due dischi di zinco (diam. cm. 11) verticali, e ad uno di essi alla

distanza di cm. 0,5 affacciati tre aghi orizzontali saldati come i vertici di un triangolo equilatero ad un dischetto metallico portato anche esso da un piede isolante. Il disco e le punte affacciate comunicano rispettivamente col polo positivo e negativo di una macchina elettrostatica mediante fili che penetrano nella campana attraverso un tappo di paraffina. I fili poi nell'interno della campana erano accuratamente rivestiti di sostanze isolanti per evitare dannosi effluvi accidentali. Il tappo di paraffina era anche attraversato da due tubi di vetro che permettevano la circolazione della corrente di aria proveniente dai filtri.



Le esperienze si eseguivano in questo modo: Ricoperti i dischi di zinco con dischi di stagnola, si chiudeva ermeticamente la campana, spalmandone il bordo inferiore, che poggiava sopra una lastra di vetro, con un miscuglio di cera vergine e colofonio, si faceva indi circolare attraverso di essa per un determinato tempo variabile da una esperienza all'altra la corrente d'aria proveniente dai filtri, indi interrotte mediante rubinetti le comunicazioni coll'esterno, si lasciava chiusa la campana per un certo numero di ore, anche esso variabile, e infine si faceva avvenire l'effluvio per 5' sulla lastra affacciata alle punte.

Ciò fatto, rapidamente si portavano successivamente le due lastre all'apparecchio di misura. Con ciò per ogni esperienza si facevano misure tanto sulla lastra sottoposta ad effluvio, quanto sull'altra, la quale non solo col suo andamento doveva garantirci nel normale processo dell'esperienza, ma alla sua volta ci permetteva di esaminare nelle condizioni speciali di ogni esperienza, anche l'attivazione ottenuta per semplice esposizione.

L'apparecchio di misura, racchiuso completamente in una gabbia al suolo, consisteva in un isolatore, che ricorda molto da vicino il tipo Mascart, formato da un piatto di ottone il cui sostegno pure di ottone penetrava per un foro in una scatola metallica cilindrica e andava a poggiare sopra un blocco di solfo, il quale era poi difeso dalle impurità, che potevano penetrare attraverso il foro, da una specie di cappello metallico portato dal sostegno stesso del piatto, e sul fondo della scatola ad essicare l'ambiente si metteva del carburo di calcio, ottenendosi così un perfetto isolamento. Il piatto dell'isolatore, su cui poggiava la lastra da cimentare, era congiunto attraverso un condensatore ad una coppia di quadranti di un elettrometro a quadranti (Dolezalek) a filo di quarzo, con l'altra coppia al suolo e l'ago carico a 20 Volta con elementi ad acqua. Al piatto metallico era affacciata una rete metallica mantenuta al potenziale costante di circa $+ 80$. Lo strato d'aria fra la rete ed il piatto reso conduttore dalla presenza della lastra attivata comunicava all'elettrometro una carica. Si osservava così il tempo necessario perchè l'immagine luminosa del filo di una lampadina ad incandescenza proiettata sopra una scala si spostasse di un dato numero di divisioni, avendosi per 1 Volta una deviazione di circa 50 cm.

Numerose esperienze si eseguirono variando non solo la durata della corrente di aria purificatrice, ma soprattutto il tempo di esposizione della lastra prima dell'effluvio. I risultati confermano pienamente la previsione come anche in aria priva di pulviscolo un effluvio elettrico giovi all'attivazione della lastra, essendosi sempre delle due lastre chiuse nella

campana in presenza dell'emanazione quella, su cui si era fatto avvenire l'effluvio, mostrata più attiva dell'altra.

Riporto i risultati di due esperienze in condizioni diverse delle lastre, assumendo come misura dell'attività il tempo impiegato dall'elettrometro a percorrere 4 cm. della scala:

Corrente per purificare 2 ^h	{	Lastra con effluvio	2' 20"
— Esposizione 2 ^h		Lastra senza effluvio	3' 25"
Corrente per purificare 6 ^h	{	Lastra con effluvio	0' 40"
— Esposizione 16 ^h		Lastra senza effluvio	2' 30"

Altri risultati interessanti si sono poi potuti osservare sull'andamento della cerca, e prima di ogni altro si è constatato (come era da prevedersi) che la presenza del pulviscolo (senza esserne condizione necessaria) giova grandemente alla attivazione per effluvio:

Corrente di aria filtrata	Esposizione	Attività
0 ^h	2 ^h	0 ^m 38'
0 ^h	16 ^h	0 ^m 7'
1 ^h	2 ^h	2 ^m 20'
6 ^h	16 ^h	0 ^m 40'

ed a ciò si trova una facile spiegazione se si pensi come la emanazione, che rapidamente trasformandosi non sarebbe più in grado di attivare la lastra, attiva invece appena prodotta i corpuscoli atmosferici, i quali gittati dall'effluvio contro la lastra ne aumentano l'attivazione.

Altra constatazione non priva di importanza, ma che, presentandosi di meno facile spiegazione, meriterebbe conferma da uno studio diretto e preciso, si è l'effetto dannoso della presenza del pulviscolo nell'attivazione per semplice esposizione; cito a tale proposito qualche risultato:

Corrente di aria filtrata	Esposizione	Attività
0 ^h	2 ^s	6' 13"
0 ^h	16 ^s	1' 18"
1 ^h	2 ^s	3' 25"
6 ^h	16 ^s	0' 59"

Concludendo: anche in aria priva di pulviscolo atmosferico l'effluvio elettrico favorisce l'attivazione; la presenza poi del pulviscolo mentre è condizione favorevole nel caso di attivazione per effluvio, è dannosa nel caso di semplice esposizione.

Fu eseguita anche una serie di esperienze nel caso di attivazione prodotta dalla emanazione del radio.

La disposizione sperimentale fu lievemente modificata. Una piccola capsula contenente una soluzione di bromuro di radio era posta sotto una piccola campana di vetro comunicante per mezzo di tubi di gomma e attraverso filtri di ovatta, con la campana grande contenente le lastre da attivarsi. La corrente di aria priva di pulviscolo attraversava dopo la grande anche la piccola campana contenente la soluzione emanante. Mediante apposita distribuzione di rubinetti, dopo un certo tempo, questo ultima veniva esclusa dal circuito della corrente di aria e rimaneva chiusa onde accumulare una sensibile quantità di emanazione. Cessata la corrente di purifica nella campana grande vi si trascinava per mezzo di un aspiratore di Mariotte l'emanazione e si lasciavano come nelle esperienze col torio, per un certo determinato tempo le due lastre in presenza di questa. Dopo aver fatto avvenire l'effluvio sopra una lastra, si eseguivano al solito le misure di attività.

Dalla ispezione dei risultati di qualche esperienza:

Corrente di aria filtrata	Esposizione	Lastra effluviata	Lastra non effluviata
7 ^h	3 ^h	0' 5"	0' 26"
8 ^h	2 ^h 1/2	0' 5"	0' 17"
5 ^h	1 ^h	0' 27"	0' 55"

Risulta anche in questo caso evidente come la presenza del pulviscolo non sia condizione necessaria nel fenomeno di attivazione per effluvio.

COMPORTAMENTO DEI VAPORI METALLICI NELLA SCINTILLA ELETTRICA.

Nota di A. BATTELLI e di L. MAGRI.

Le fotografie di scintille oscillatorie ottenute collo specchio girante, quando sono molto nitide, mostrano con grande evidenza che le immagini date dai vapori metallici staccati dagli elettrodi ad ogni mezza oscillazione non sono continue, ma solcate da strie più luminose, percorrenti la scintilla per la sua lunghezza, irregolarmente distribuite, più abbondanti nelle prime oscillazioni che nelle seguenti.

Il sig. G. A. Hemsalech, in una comunicazione all'Académie des Sciences dell'8 aprile 1907 ha presentato delle fotografie di scariche ottenute proiettando l'immagine d'una scintilla sopra una fenditura, e fotografando questa sopra una pellicola rapidamente rotante; ed ha notato egli pure che le immagini date dai vapori metallici che si staccano in ogni mezza oscillazione dagli elettrodi è discontinua. Da ciò egli ha concluso senz'altro dicendo che questo fatto è dovuto alla presenza, nella scarica, *di oscillazioni di ordine superiore (armonici)*, e che queste sono soprattutto marcate nella prima oscillazione. Ha soggiunto che manifestamente *gli armonici sono, se non unicamente, in gran parte almeno la causa della luminosità del vapore nella scintilla.*

L'accurata osservazione del fenomeno, quale si presenta nelle numerose fotografie che noi da tempo abbiamo ottenuto, ci conduce a dare di tali discontinuità una spiegazione diversa da quella avanzata dall'Hemsalech.

Richiamiamo anzitutto l'attenzione su ciò che abbiamo detto altra volta ⁽¹⁾ in riguardo alla costituzione della scarica stessa.

1) Nuovo Cimento, V, tomo XIII, pag. 263, 1907.

Lo stabilirsi della scarica è sempre accompagnato da una eccitazione luminosa dell'aria, che può essere più o meno notevole a seconda delle condizioni di esperienza. È noto che con periodi brevi l'esame spettroscopico della scintilla mostra molto vivaci queste righe d'aria, che vanno mano mano indebolendosi nelle successive oscillazioni. Con periodi molto lunghi questa luminosità dell'aria può praticamente ridursi ad una esilissima scintilla pilota.

Ciascuna mezza oscillazione stacca dagli elettrodi vapori metallici luminosi, che vengono *proiettati* nell'intervallo di scarica, sono luminosi in gran parte *per sè stessi e indipendentemente dalle oscillazioni*, restano luminosi anche quando l'intensità della scarica passa per lo zero, e possono, se sono molto abbondanti, essere lanciati e restare luminosi anche fuori dello spazio d'aria percorso dalla scarica.

Questi vapori luminosi non hanno la stessa ricchezza di radiazioni e lo stesso splendore nelle loro varie parti, in immediata vicinanza degli elettrodi emettono abbondantemente luce di un gran numero di lunghezze d'onda, e man mano che si allontanano dagli stessi elettrodi perdono una parte di queste vibrazioni e il loro spettro si semplifica. Tutto ciò spiega facilmente i punti luminosi in immediata vicinanza degli elettrodi e le righe lunghe e brevi che si osservano nello spettro della scintilla come conseguenza del moto di queste masse luminose e del tempo più o meno lungo per il quale esse possono conservare nel moto stesso le diverse specie di vibrazioni.

Tuttavia non intendiamo di escludere che quelle masse di vapore che si trovano sul passaggio della scarica non possano, per certe radiazioni almeno, esser rese e mantenute luminose dalle successive oscillazioni; ma è un fatto che alcune delle righe metalliche che si possono osservare nello spettro della scintilla *perdurano anche nei minimi della corrente e fuori dell'intervallo di scarica*, anche in luoghi dove la scarica non passa; le righe d'aria si hanno invece *nei massimi d'intensità soltanto*, e durano meno assai nella durata di mezza oscillazione.

La luminosità dei vapori metallici non può dunque essere attribuita agli armonici, e non si può dire, come asserisce l'Hemsalech, che la separazione dell'immagine dei vapori metallici in strie provi che il vapore resti luminoso soltanto durante il passaggio della corrente dovuta agli armonici. Queste strie provano solamente che la proiezione di masse di vapore dagli elettrodi non è regolare, ma quasi discontinua.

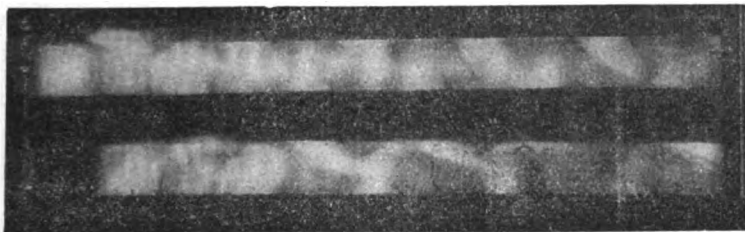
Quasi tutte le fotografie da noi ottenute con lo specchio girante mostrano evidentissimi questi fatti. Nella negativa riprodotta nella fig. 1 della nota citata si vedono molto chiaramente, nelle prime oscillazioni, delle righe luminose *continue* che vanno dall'uno all'altro elettrodo; le quali sono dovute all'aria, durano, come s'è detto, meno di mezza oscillazione, e vanno via via indebolendosi col progredire della scarica. Le curve che partono dagli elettrodi e arrivano verso il mezzo della scintilla, dove per un certo tempo quasi si arrestano, sono le traiettorie dei vapori luminosi.

Le curve dei vapori mostrano delle strie irregolarmente distribuite, muoventisi talora in direzioni diverse, che fanno vedere chiaramente come esse non siano dovute nè al moto di una sola massa di vapore, nè ad un getto continuo di questo, ma piuttosto ad una proiezione irregolare e qualche volta intermittente.

Questa irregolarità è assai più pronunciata nelle prime oscillazioni quando l'intensità della scarica è più grande e gli elettrodi sono più freddi, e può dipendere da numerose cause accidentali, alle quali potranno anche aggiungersi, in quei casi in cui l'intensità della scarica non è la stessa allo stesso istante in tutti i punti del circuito, le vibrazioni di ordine superiore previste dal Kirchhoff, che sono però ben diverse dagli *armonici della oscillazione fondamentale* che ha creduto di vedere l'Hemsalech.

Questi particolari però, *nettissimi nelle negative*, si vedono male in clichés in zinco e non si vedono affatto nelle copie tirate; non abbiamo quindi potuto stamparle. Abbiamo invece cercato di far eseguire il meglio che fosse possibile una incisione in legno da una buona negativa ottenuta senza fenditura con una scarica di periodo lento ($x = 0,00005$).

In essa (v. figura) si vedono bene le traiettorie dei vapori metallici; le righe d'aria si sono ridotte alla esilissima scintilla pilota.



Abbiamo voluto eseguire qualche fotografia nel modo indicato dall'Hemsalech, ossia proiettando l'immagine della scintilla sopra una fenditura ad essa parallela e fotografandola con lo specchio rotante. In questo modo non abbiamo ottenuto nulla di più di quello che possiamo osservare sulle nostre fotografie dirette: si vedono al solito le strie irregolarmente distribuite, ma si seguono peggio le masse di vapore nelle loro traiettorie.

Abbiamo posto in seguito la scintilla normalmente alla fenditura e abbiamo potuto accertare che i tratti luminosi corrispondenti ad ogni mezza oscillazione non sono discontinui, come vorrebbe l'ipotesi dell'Hemsalech, ma piuttosto di splendore irregolare, con questo poi di notevole che il più delle volte non si ha un solo tratto luminoso per ogni mezza oscillazione, ma talora due o tre quasi paralleli fra loro: ciò che ci dimostra come questi proiettili luminosi siano press' a poco indipendenti nel loro movimento, tanto che alla fenditura, nella stessa mezza oscillazione, possono arrivare in punti diversi e contemporaneamente più d'uno di questi getti di vapore.

Dunque dallo stesso elettrodo possono partire contemporaneamente, e in varie direzioni, più getti luminosi; se la scarica è assai intensa, queste particelle possono essere lanciate allo stesso istante da punti diversi dell'elettrodo stesso. La scintilla poi si muove continuamente alla superficie di questo e rende così più irregolare il fenomeno.

Tutto ciò che abbiamo brevemente riassunto, è visibile con molta chiarezza nelle nostre negative. Disgraziatamente, per la sottigliezza dei particolari, non è stato possibile farne una riproduzione in zincotipia.

Il comportamento dei vapori metallici ed il meccanismo della scintilla richiedono ancora lunghi e pazienti studi. Noi da un pezzo stiamo facendo delle accurate indagini su questo argomento e speriamo di poter presto render conto dei risultati che abbiamo già in parte ottenuti dalle nostre ricerche spettroscopiche.

SULLA DURATA DELL'EMISSIONE CATODICA NEI TUBI A VUOTO.

Nota del Dott. PIETRO DOGLIO ¹⁾.

1. — Le ricerche sulla durata dell'emissione catodica nei tubi a vuoto hanno formato l'argomento di parecchi studi. Fin qui si è ritenuto che l'emissione dei raggi catodici fosse di egual durata di quella dei raggi Röntgen, e da questo punto di vista le prime ricerche sull'argomento furono fatte dal Brunhes ²⁾ il quale riscontrò che l'emissione dei raggi X non è istantanea.

Egli faceva ruotare un disco metallico, munito di fori lungo la periferia, tra un tubo di Crookes e uno schermo di platinocianuro di bario. Quando il disco era fermo, l'eccitazione sullo schermo si rivelava per mezzo di tante macchie circolari imprimendo al disco una velocità conveniente, l'immagine dei fori non appariva più circolare ma allungata nel senso perpendicolare all'asse del disco. Misurando la velocità angolare di questo e l'allungamento delle immagini, l'autore dedusse che la durata di emissione dei raggi X ha un valore di circa

$\frac{1}{12500}$ di secondo, e trovò che tale durata varia con la distanza tra il catodo e l'anticatodo.

Questo risultato fu confermato da ulteriori esperienze dello stesso Brunhes ³⁾, ma più tardi il Colardeau ⁴⁾, ripetendo l'esperienza con metodo sostanzialmente simile, arrivò a risultati assai diversi. Secondo il Colardeau l'emissione dei raggi X sarebbe inferiore a

$\frac{1}{50000}$ di secondo.

A proposito del metodo del Brunhes, i sigg. Broca e Turchini espressero il dubbio che i risultati non possano essere

1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Fisica della R. Università di Pisa, diretto dal prof. A. Battelli.

2) C. R. t. CXXX, 1900, pag. 1007.

3) Soc. franç. de Phys., Bull. 163, 1901, pag. 1-3.

4) Soc. franç. de Phys., Séances, 1901, pag. 113.

esatti per causa dei fenomeni di persistenza della luminosità del platinocianuro di bario. Ma una tale critica sarebbe stata giustificata se l'autore avesse osservato lo schermo illuminato attraverso ai fori del disco rotante, ossia se egli avesse posto lo schermo tra il tubo e il disco. Nella disposizione usata dal Brunhes l'obiezione è fuori luogo; del resto il Brunhes stesso si era convenientemente premunito accertandosi, con la luce istantanea di una scintilla, che la durata della luminosità del platinocianuro non aveva influenza sui risultati.

In seguito il Broca ¹⁾ studiò la durata della scarica in un tubo di Crookes con un metodo puramente elettrico. Egli mandava nel tubo la sola scarica di apertura di un rocchetto e misurava l'intensità media della corrente che attraversava il tubo stesso. Con ciò poteva calcolare la durata della scarica ammettendo che la corrente fosse costante; ma questa ipotesi, lontana certamente da qualunque approssimazione per quanto grossolana, riflette sulle conseguenze che se ne traggono un incontestabile senso di diffidenza. Il Broca dà come valore della durata della scarica $0^{\text{sec}}.0005$, ma è da notarsi che egli non trovò che vi avesse influenza nè la intensità massima della corrente nè le condizioni del circuito.

Vedremo in seguito se questa conclusione è da ritenersi esatta; per ora osserverò che essa è assai inverosimile e in certo senso anche contraria all'esperienza che ha accertato strette relazioni tra i caratteri della scarica e quelli delle azioni esterne che la provocano.

In fine lo stesso Broca in collaborazione col Turchini ²⁾ ha ripetuto le misure introducendo nel circuito di scarica una piccola scintilla e misurando la durata di quest'ultima per mezzo di uno specchio girante. Ora, se si ricorda che il tempo per il quale si mantiene la luminosità della scarica, oltre che dalla durata di questa, dipende da molte altre circostanze per le quali non si possono ritenere uguali nemmeno le durate di due scintille poste sullo stesso circuito, si vede che gli autori col loro metodo non hanno in nessun modo considerato l'emis-

1) C. R. t. CXLII, 1906, pag. 271.

2) C. R. t. CXLII, 1906, pag. 445.

sione catodica e hanno trattato con un fenomeno di tutt'altra natura.

Concludendo, mi pare che la durata dell'emissione catodica in un tubo di Crookes sia lungi dall'essere determinata. Perchè da un lato le esperienze di Broca e Turchini si sono fatte in condizioni troppo sfavorevoli per dar luogo a risultati attendibili, dall'altro le ricerche del Brunhes e del Colardeau riguardano il problema assai indirettamente. Infatti il ritenere che la durata dei raggi Röntgen sia senz'altro identica a quella dei raggi catodici, contiene un'ipotesi non evidente e forse ingiustificata; le onde eterree generate dall'urto dei corpi catodici sopra l'anticatodo si rivelano sopra uno schermo fluorescente soltanto nel caso che la loro energia sia superiore ad un certo limite. Quindi fino a prova contraria bisogna ritenere che i raggi catodici dopo, la trasformazione in raggi di Röntgen, siano meno atti ad eccitare la luminosità del platinocianuro che quando su quest'ultimo agiscono direttamente. Se così fosse la durata dei raggi catodici dovrebbe risultare, a parità di condizioni, maggiore di quella dei raggi Röntgen.

2. — Nel presente studio mi sono proposto di vedere quale sia l'ordine di grandezza della durata dell'emissione catodica e come questa emissione sia influenzata dalle condizioni del circuito esterno.

Per quanto ho già detto sopra, i risultati mi daranno modo di decidere se la durata dei raggi Röntgen sia uguale a quella dei raggi catodici.

3. — Il principio del metodo è il seguente. Se si dispongono perpendicolarmente all'asse di un tubo di Braun due rocchetti percorsi da due correnti alternate spostate di fase, il fascio catodico assume un movimento di rotazione e la macchia luminosa descrive sullo schermo un ciclo chiuso.

Facendo allora passare pel tubo di Braun una sola scarica di apertura di un rocchetto d'induzione, nel caso che la durata di emissione catodica sia inferiore al periodo delle correnti alternate, la macchia descriverà un tratto della curva il quale sarà tanto più lungo quanto più la differenza tra il

periodo delle correnti alternate e la durata dell'emissione catodica è piccolo. Aumentando gradatamente il numero delle alternanze della corrente, l'arco di ciclo diventerà sempre più grande e finirà per chiudersi appena la durata di una alternanza sarà uguale alla durata dell'emissione catodica. Misurando quindi il periodo suddetto nelle condizioni in cui gli estremi della macchia catodica vengono a riunirsi, si ha senz'altro la misura dell'emissione catodica.

Questa non risulta in tal modo influenzata nè dalla durata della luminosità del platinocianuro, nè dall'eventuale ritardo che la luminosità stessa possa richiedere per eccitarsi.

4. — Per l'applicazione di questo metodo, oltre al tubo di Braun ed al rocchetto d'induzione, sono necessari un alternatore, un interruttore e un apparecchio per contare il numero delle alternanze per secondo.

L'alternatore di cui mi sono servito poteva dare 10000 alternanze per secondo; per il mio scopo però l'utilizzavo ad una frequenza minore, variando convenientemente la sua velocità.

Questo alternatore aveva un solo circuito, e per ottenere le due correnti spostate di fase e necessarie per imprimere al pennello catodico il movimento di rotazione, sfasavo la corrente che circolava in uno dei rocchetti inserendo nel circuito di questo un condensatore.

Per le mie misure non occorreva un aggiustamento rigoroso dello spostamento di fase in modo da avere sullo schermo un ciclo circolare; bastava che la macchia descrivesse una curva ellittica, e questo si poteva ottenere con qualunque sfasamento, anche piccolo, di una delle due correnti sull'altra. Ma una curva ellittica si poteva anche ottenere con un solo rocchetto in cui le spire erano avvolte sopra un'armatura di ottone. Bastava inclinare il rocchetto stesso nel piano perpendicolare all'asse del tubo, in maniera che quest'asse riuscisse sghembo a quello del rocchetto, perchè il pennello catodico fosse sollecitato da due campi, quello H_1 generato dalla corrente che circola nel filo e quello H_2 dovuto alla corrente in-

dotta sull'armatura (fig. 1). Questi due campi, nella posizione già detta del rocchetto, non coincidono e di più sono, in ge-

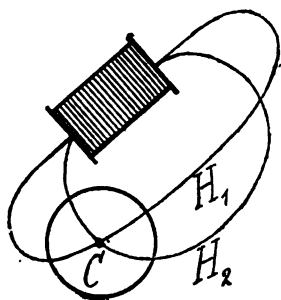


Fig. 1.

nerale, spostati sufficientemente di fase per dar luogo ad un ciclo chiuso ellittico.

Questa disposizione può riuscire assai comoda nel caso che si voglia realizzare un campo girante non disponendo che di una sola fase, ed io ho per questo creduto di doverla descrivere in modo particolare.

Come interruttore ho adoperato quello del Felici, col quale mandavo nel tubo le scariche di apertura del rocchetto d'induzione. Tale interruttore mi permetteva di variare, entro certi limiti, la velocità della interruzione e vedere che influenza essa aveva nella misura che formava lo scopo della mia ricerca.

Per contare il numero delle alternanze per secondo o, ciò che fa lo stesso, il numero dei giri dell'indotto dell'alternatore, ho disposto sull'asse di quest'ultimo un contatto il quale chiudeva ad ogni giro un circuito formato da un accumulatore e da un indicatore elettromagnetico. Questo era costituito da un piccolo elettromagnete che attirava un'ancora munita di una punta che appoggiava sopra un rullo girevole affumicato. Un altro segnale simile a questo era posto in un secondo circuito che veniva chiuso ad ogni oscillazione di un pendolo. Così parallelamente venivano registrati sopra il cilindro affumicato i secondi e i giri dell'alternatore.

La disposizione generale delle esperienze è rappresentata nella figura 2.

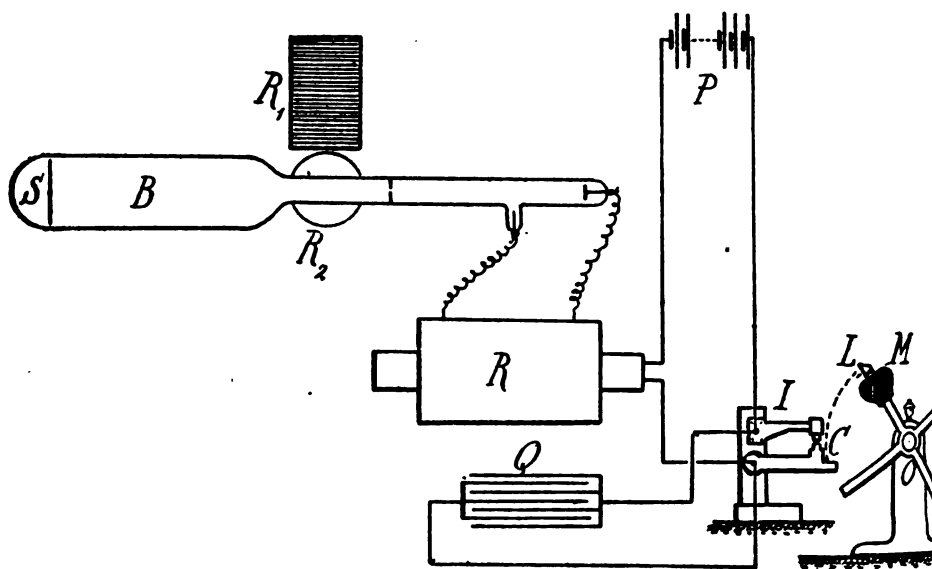


Fig. 2.

Il primario del rocchetto d'induzione R era posto nel circuito di una pila, attraverso all'interruttore I costituito da un contatto C , che veniva aperto per mezzo di una linguetta L portata da un braccio girevole intorno ad O . Essa veniva posta in rapida rotazione da un grosso peso di piombo M , fissato sullo stesso braccio. In derivazione sul contatto C era posto un condensatore Q a capacità variabile. Gli estremi del secondario erano collegati con gli elettrodi di un tubo di Braun B fissato sopra un solido sostegno insieme con i rocchetti R_1 ed R_2 , percorsi dalla corrente alternata. La posizione dei rocchetti e lo sfasamento delle due correnti venivano prima regolati, eccitando il tubo per mezzo di una ordinaria macchina Wimshurst.

Dopo di avere preparato i due segnali elettrici in modo da non dovere far altro — al momento opportuno — che mettere in moto il cilindro per avere registrate le alternanze della corrente, per mezzo del reostato di avviamento mettevo in

marcia l'alternatore. Un osservatore, opportunamente difeso dalla luce, osservava lo schermo del tubo di Braun, un altro manovrava l'interruttore inviando continuamente nel tubo le scariche di apertura del rocchetto, un terzo regolava la velocità dell'alternatore e comandava il cilindro affumicato. Così il primo osservatore poteva comodamente osservare i vari aspetti della macchia luminosa sullo schermo e fare variare la velocità dell'alternatore finchè le due estremità della macchia, venendo a combaciare, ridavano il ciclo chiuso. In quell'istante veniva messo in movimento il cilindro sul quale i due segnali lasciavano le loro tracce.

Non sempre la macchia presentava un aspetto regolare, ma ripetendo l'esperienza un numero di volte sufficiente, riuscivo a stabilire con molta precisione l'istante nel quale il ciclo si chiudeva.

5. — Le misure hanno concordemente stabilito che la durata della scarica varia fra

$$0^{\text{sec}},0002 \text{ e } 0^{\text{sec}},0003.$$

Questo risultato è notevolmente minore di quello trovato dal Broca e da Broca e Turchini. Esso poi è assai maggiore di quello ottenuto dal Brunhes e di un ordine assolutamente diverso da quello ottenuto dal Colardeau per la durata di emissione dei raggi di Röntgen; e questo prova precisamente quanto ho avuto occasione di osservare sulla durata dell'emissione dei raggi di Röntgen in relazione a quella dei raggi catodici.

In quanto al secondo punto della ricerca, e cioè alla dipendenza della durata dell'emissione catodica dalle condizioni del circuito esterno, noterò anzitutto che queste ulime non sono tanto variabili quanto sembrerebbe a prima vista, giacchè per ottenere una emissione regolare di raggi bisogna conservare certe proporzioni nel circuito senza le quali l'esperienza non è realizzabile.

Per queste ragioni non ho potuto studiare l'influenza diretta della rapidità della interruzione, perchè nei limiti in cui essa era possibile la durata riusciva da questa indipendente.

Variazioni notevolmente ampie delle condizioni della scarica si possono invece ottenere mediante varie capacità poste — come ho già detto — in derivazione sull'interruttore del circuito primario, e con questo mezzo ho potuto stabilire che le condizioni del circuito hanno una indiscutibile influenza sulla durata dell'emissione catodica.

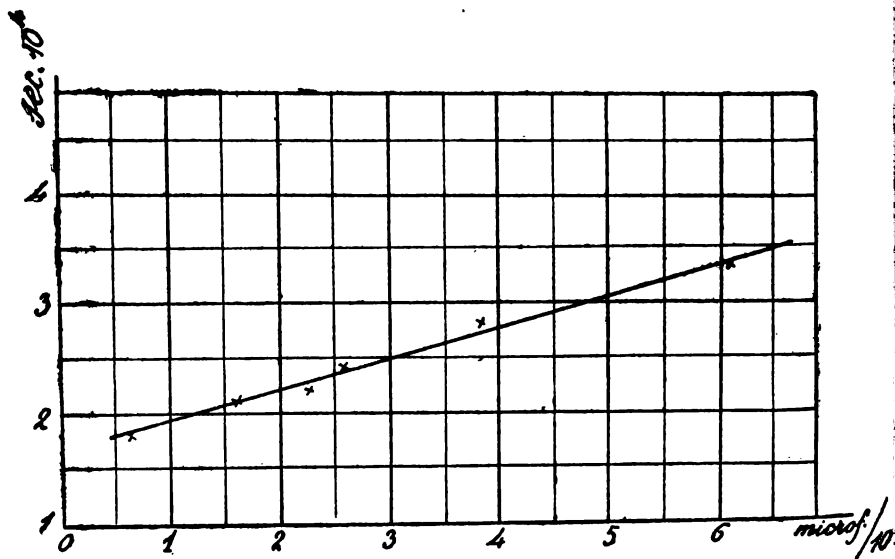


Fig. 3.

Qui sotto riporto alcuni risultati di tali misure, i quali sono anche graficamente rappresentati nella figura 3.

Capacità in microfarad.	Durata della scarica
0,65	0 ^{sec.} 00018
1,62	0 ^{sec.} 00021
2,27	0 ^{sec.} 00022
2,59	0 ^{sec.} 00024
3,85	0 ^{sec.} 00028
6.12	0 ^{sec.} 00033

L'esame della tabella, o quello della curva, mostra chiaramente come la durata dell'emissione catodica cresca con la capacità del condensatore secondo una legge prossimamente lineare.

6. — Dalle considerazioni e dai risultati si può concludere che l'emissione catodica di un tubo di Crookes non è un fenomeno di durata ben definita nè caratteristica delle qualità di un tubo. Esso è assai più complesso di quanto le ricerche anteriori lasciavano supporre ed è intimamente collegato con le condizioni del circuito esterno.

Sicchè a rigore non si può parlare di durata di emissione catodica nel senso assoluto, poichè parlando di esso è necessario sempre riferirsi alle speciali condizioni in cui avviene il fenomeno, condizioni non del tutto precisate nè, forse, precisabili. Nelle condizioni in cui furono fatte le mie esperienze essa è risultata circa tre decimillesimi di secondo.

RICERCHE TEORICHE E SPERIMENTALI SUL ROCCHETTO DI RUHKORFF.

O. M. CORBINO.

Introduzione.

1. Malgrado il numero rilevante di pubblicazioni sul rocchetto di Ruhmkorff, di cui è ricca la letteratura fisica degli ultimi cinquant'anni¹⁾, l'insieme delle nostre conoscenze in proposito non può ritenersi soddisfacente — soprattutto se si tien conto dell'importanza pratica che l'apparecchio va sempre più acquistando, e lo si pone a confronto col suo tanto più giovane derivato industriale, il trasformatore, del quale invece son note le minime particolarità di funzionamento.

Ogni ricerca destinata ad apprenderci qualcosa di nuovo e diverso sull'argomento va quindi benevolmente accolta, soprattutto se in essa si tenti di trar profitto di tutte le risorse di cui si avvale la moderna elettrologia, e anche quando non ne derivino conseguenze atte a modificare i criteri costruttivi in atto dominanti.

È da notare, invero, che in questa materia cinquant'anni di tentativi empirici da parte dei costruttori hanno sorpassato, e di molto, i suggerimenti che certo più tardi potranno venire dalla teoria; e che perciò il rocchetto è un apparecchio di cui occorre tuttora *spiegare* il funzionamento prima di *riuscire a progettarne*, nel senso tecnico della parola, la costruzione o a prevederne vantaggiose modificazioni.

1) Alla serie delle pubblicazioni analizzate nella pregevole monografia di Armagnat "La bobine d'induction, Gauthier-Villars, Paris", si possono aggiungere:

Giorgi G. Il funzionamento del rocchetto di Ruhmkorff. Atti A. E. I, Vol. VI, p. 607, 1902.

Lori F. Alcune formule relative ai rocchetti d'induzione. Atti A. E. I, Vol. X, fasc. 3-4, p. 42, 1906.

Corbino O. M. Sul rocchetto d'induzione. Atti A. E. I, Vol. X, fasc. 5°, p. 123, 1906. Nuovo Cimento, aprile 1907, p. 315.

Schnell. Ann. d. Phys. 21, p. 1, 1906.

2. In questo senso la ricerca sperimentale può presentar dei vantaggi su quella teorica; ma data la complessità del problema è indispensabile che i due metodi si aiutino a vicenda; e mentre lo sperimentatore deve non perder di vista la teoria, occorre che dall'esperienza, e da questa soltanto, siano suggerite le semplificazioni che posson facilitare l'interpretazione dei risultati teorici.

Guidato da questa idea fondamentale ho intrapreso le ricerche riferite in questa memoria, e per le quali mi sembra di esser riuscito a dare una spiegazione soddisfacente non solo dei principali fatti noti, ma anche di parecchi altri nuovi che ho avuto agio di osservare in grazia dell'orientamento nuovo dato all'indagine sperimentale.

CAPITOLO I.

Fase di chiusura e di apertura senza condensatore.

a) *Previsioni della teoria.*

3. Indicheremo cogli indici 1 e 2 gli elementi relativi al circuito primario ed al circuito secondario: e precisamente con r la resistenza, con L il coefficiente di autoinduzione, con C la capacità; con M il coefficiente d'induzione mutua e con E la f. e. m. della pila rilegata col circuito primario attraverso l'interruttore.

Supporremo costanti le resistenze e i coefficienti d'induzione, e per la resistenza del secondario esamineremo a parte l'influenza della scintilla attraverso alla quale si chiude il circuito. La costanza dei coefficienti d'induzione può essere ammessa senza gravi inconvenienti poichè il ferro del nucleo viene sottoposto a campi non troppo intensi. Così per il rocchetto da me sperimentato, un rocchetto da 18 cm. costruito da Max Kohl, il coefficiente d'induzione mutua è espresso dai seguenti numeri, in corrispondenza dei valori diversi della intensità della corrente primaria.

i (ampere)	M (henry)
1	1.23
1.4	1.25
2.1	1.33
3.5	1.34
5.9	1.36
8	1.33
12	1.20

Cosicchè limitando a 10 ampere, come in pratica avviene, il valore massimo della corrente primaria, si può senza errore grave ritenere M costante, ed uguale in media a 1,3 henry.

Entro limiti corrispondenti si ebbero per i coefficienti di autoinduzione del circuito primario e del secondario i valori

$$L_1 = 0.013 \text{ henry}$$

$$L_2 = 180 \text{ henry}$$

Ponendo

$$M^2 = \epsilon^2 L_1 L_2$$

cioè indicando con ϵ^2 il coefficiente di allacciamento dei due flussi, risulta

$$\epsilon^2 = 0.75.$$

Si ha inoltre pel coefficiente di moltiplicazione del rocchetto (rapporto fra la f. e. m. al secondario e quella al primario per una determinata $\frac{di_1}{dt}$)

$$m = \frac{M \frac{di_1}{dt}}{L_1 \frac{di_1}{dt}} = \frac{M}{L_1} = 100.$$

Questo numero esprimerebbe anche, secondo le esperienze del Klingelfuss, il rapporto dei numeri di spire.

Per lo studio della fase di chiusura, allo scopo di avere f. e. m. elevate al secondario, fu adoperata nel primario la corrente stradale (150 volt) inserendo insieme un reostato che per-

metteva di ottenere tutte le intensità comprese tra zero e dieci ampere.

Così per una corrente di cinque ampere il circuito primario aveva complessivamente la resistenza di 30 ohm; mentre la resistenza del secondario in corto circuito era di circa 7000 ohm; quindi le inverse delle costanti di tempo dei due circuiti avevano i seguenti ordini di grandezza

$$\frac{r_1}{L_1} \sim 2000$$

$$\frac{r_2}{L_2} \sim 40.$$

4. Le equazioni relative alla chiusura sono, come è noto,

$$r_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} = E$$

$$r_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} = 0$$

dalle quali si ricavano le equazioni in i_1 ed i_2

$$(L_1 L_2 - M^2) \frac{d^2 i_1}{dt^2} + (L_1 r_2 + L_2 r_1) \frac{d^2 i_1}{dt^2} + r_1 r_2 \frac{di_1}{dt} = 0$$

$$(L_1 L_2 - M^2) \frac{d^2 i_2}{dt^2} + (L_1 r_2 + L_2 r_1) \frac{d^2 i_2}{dt^2} + r_1 r_2 i_2 = 0$$

che ammettono per integrali

$$i_1 = P + A_1 e^{-\mu t} + B_1 e^{-\nu t}$$

$$i_2 = A_2 e^{-\mu t} + B_2 e^{-\nu t}$$

essendo $-\mu$ e $-\nu$ le radici dell'equazione in α

$$(L_1 L_2 - M^2) \alpha^2 + (L_1 r_2 + L_2 r_1) \alpha + r_1 r_2 = 0$$

ovvero, ponendo

$$1 - \epsilon^2 = \eta, \quad \frac{r_1}{L_1} = h_1, \quad \frac{r_2}{L_2} = h_2,$$

$-\mu$ e $-\nu$ sono le radici dell'equazione

$$\eta x^2 + (h_1 + h_2) x + h_1 h_2 = 0.$$

La determinazione di P, A_1, B_1, A_2, B_2 , può essere fatta semplicemente servendosi delle condizioni ai limiti. Deve essere invero al tempo zero in cui ha luogo la chiusura

$$i_1 = 0, \quad i_2 = 0$$

e dopo un tempo infinito

$$i_1 = I_1 = \frac{E}{r_1}.$$

Inoltre per le quantità di elettricità messe in moto nel periodo variabile valgono le relazioni

$$\int_0^{\infty} \left(i_1 - \frac{E}{r_1} \right) dt = -L_1 \frac{I_1}{r_1}$$

$$\int_0^{\infty} i_2 dt = -\frac{M I_1}{r_2}.$$

Si deduce quindi:

$$P = I_1$$

$$A_1 + B_1 = -I_1$$

$$A_2 + B_2 = 0$$

$$\frac{A_1}{\mu} + \frac{B_1}{\nu} = -\frac{L_1 I_1}{r_1}$$

$$\frac{A_2}{\mu} + \frac{B_2}{\nu} = -\frac{M I_1}{r_2}.$$

Dalle quali si ottengono, infine, le relazioni

$$P = I_1$$

$$A_1 = -\frac{h_1 - \nu}{\mu - \nu} \frac{\mu}{h_1} I_1$$

$$B_1 = \frac{h_1 - \mu}{\mu - \nu} \frac{\nu}{h_1} I_1$$

$$A_2 = -B_2 = -\frac{M}{r_2} \frac{\mu \nu}{\nu - \mu} I_1.$$

Le correnti primaria e secondaria saranno dunque espresse da

$$i_1 = I_1 \left[1 - \frac{\mu}{h_1} \frac{h_1 - \nu}{\mu - \nu} e^{-\mu t} + \frac{\nu}{h_1} \frac{h_1 - \mu}{\mu - \nu} e^{-\nu t} \right]$$

$$i_2 = \frac{M I_1 \mu \nu}{r_2 (\mu - \nu)} [e^{-\mu t} - e^{-\nu t}]$$

ove μ e ν sono dati da

$$-\mu = \frac{-(h_1 + h_2) + \sqrt{(h_1 + h_2)^2 - 4 h_1 h_2 \eta}}{2 \eta}$$

$$-\nu = \frac{-(h_1 + h_2) - \sqrt{(h_1 + h_2)^2 - 4 h_1 h_2 \eta}}{2 \eta}$$

e quindi, facendo la sostituzione e osservando che è

$$\mu \nu = \frac{h_1 h_2}{\eta}$$

si avrà

$$i_1 = I_1 \left[1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{h_2 - h_1}{2 \sqrt{(h_1 + h_2)^2 - 4 h_1 h_2 \eta}} \right) e^{-\mu t} - \right. \\ \left. - \left(\frac{1}{2} - \frac{h_2 - h_1}{2 \sqrt{(h_1 + h_2)^2 - 4 h_1 h_2 \eta}} \right) e^{-\nu t} \right]$$

$$i_2 = -\frac{M}{L_2} \frac{h_1}{\sqrt{(h_1 + h_2)^2 - 4 h_1 h_2 \eta}} (e^{-\mu t} - e^{-\nu t}) I_1.$$

5. Nel caso in cui h_2 sia tanto piccolo di fronte a h_1 da poter trascurare di fronte a 1 il quadrato di $\frac{h_2}{h_1}$, le formole di vengono

$$\mu = h_2$$

$$\nu = \frac{h_1 + h_2 (1 - \eta)}{\eta}$$

$$i_1 = I_1 \left\{ 1 - \frac{h_2}{h_1} (1 - \eta) e^{-\mu t} - \left[1 - \frac{h_2}{h_1} (1 - \eta) \right] e^{-\nu t} \right\}$$

$$i_2 = -\frac{M}{L_2} \left[1 - \frac{h_2}{h_1} (1 - 2\eta) \right] (e^{-\mu t} - e^{-\nu t}) I_1.$$

Ponendo per h_1 , h_2 , e η i valori sopra assegnati si ottiene adunque

$$\mu = 40$$

$$\nu = 8120$$

$$i_1 = I_1 (1 - 0.015 e^{-40t} - 0.985 e^{-8120t})$$

$$i_2 = -0.99 \frac{M I_1}{L_2} (e^{-40t} - e^{-8120t}).$$

Se adesso prendiamo a considerare il flusso totale attraverso al secondario, che ha una grande importanza nelle esperienze che saranno descritte più avanti, otterremo

$$\begin{aligned} \Phi_2 &= L_2 i_2 + M i_1 = \\ &= M I_1 \left[1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{h_1 + h_2}{2 \sqrt{(h_1 + h_2)^2 - 4 h_1 h_2 \eta}} \right) e^{-\mu t} - \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{1}{2} - \frac{h_1 + h_2}{2 \sqrt{(h_1 + h_2)^2 - 4 h_1 h_2 \eta}} \right) e^{-\nu t} \right] \end{aligned}$$

e trascurando, come sopra, le potenze di $\frac{h_2}{h_1}$ superiori alla prima,

$$\Phi_2 = M I_1 \left[1 - \left(1 + \eta \frac{h_2}{h_1} \right) e^{-\mu t} + \eta \frac{h_2}{h_1} e^{-\nu t} \right]$$

cioè, nel nostro caso,

$$\Phi_2 = M I_1 [1 - 1.005 e^{-40t} + 0.005 e^{-8120t}].$$

6. Come si vede le due correnti e il flusso secondario risultano dalla sovrapposizione di due esponenziali delle quali una ad andamento piuttosto lento, con uno smorzamento uguale alla inversa della costante di tempo del secondario, l'altra invece rapidissima, tale cioè che già dopo $\frac{1}{8000}$ di secondo essa discende circa a un terzo del valore iniziale.

Essendo dunque i due decrementi così notevolmente diversi (l'uno è circa 200 volte più grande dell'altro) possiamo ritenere che tutto il processo di chiusura si compia in due fasi distinte; durante la prima, di brevissima durata, l'esponenziale

lenta può considerarsi come costante; durante la seconda invece l'esponenziale rapida può considerarsi come eguale a zero.

Si ha quindi nella prima fase, entro l'uno per cento:

$$(1) \quad i_1 = 0.985 [1 - e^{-8100t}] I_1$$

$$(2) \quad i_2 = -\frac{M}{L_2} [1 - e^{-8100t}] I_1$$

$$(3) \quad \phi_2 = 0$$

e nella seconda fase

$$(1') \quad i_1 = 0.985 I_1 + 0.015 (1 - e^{-40t}) I_1$$

$$(2') \quad i_2 = -\frac{M}{L_2} e^{-40t} I_1$$

$$(3') \quad \phi_2 = M I_1 (1 - e^{-40t})$$

Cosicchè si può concludere:

1.° Nella prima fase, rapidissima, la corrente primaria raggiunge quasi interamente il suo valore finale (dopo $\frac{1}{8100}$ di secondo il valore finale è quasi raggiunto a meno del 2,0% circa) e la secondaria acquista nello stesso tempo il suo valore massimo mantenendosi sensibilmente proporzionale alla primaria.

In questo tempo il flusso secondario rimane sensibilmente nullo.

Nella seconda fase, molto più lenta, la corrente primaria subisce ancora un lievissimo aumento, la seconda decresce dal valore massimo a zero lentissimamente, e il flusso secondario va lentamente montando fino al valore finale $M I_1$.

2.° La corrente secondaria e il flusso attraverso il secondario, nella seconda fase cioè dopo qualche istante dalla chiusura, variano proporzionalmente, cosicchè rappresentando graficamente l'uno in funzione dell'altra si ottiene una retta A B (fig. 1^a) non passante per l'origine

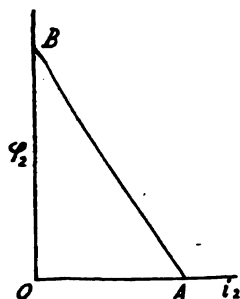


Fig. 1

$$\phi_2 = \Phi_2 - k i_2$$

3.° Si riconosce inoltre dalle (2') e (3') (valide sempre per resistenze al secondario non troppo grandi) che la posizione della retta A B nel piano non varia sensibilmente al cambiare della resistenza secondaria.

4.° Si deduce ancora dalla (2) che, sempre nel caso di resistenze secondarie non troppo grandi, il valore massimo della corrente secondaria, quasi istantaneamente raggiunto, è all'incirca costante qualunque sia, entro quei limiti, la resistenza secondaria introdotta. Cosicchè il valore di

$$\int_0^{\infty} i_2 dt = \frac{M I_1}{r_2}$$

diminuisce al crescere di r_2 , non perchè si riduca il valore iniziale di i_2 , ma perchè la corrente indotta al crescere di r_2 si annulla più rapidamente.

5.° Risulta infine evidente che il valore massimo rapidamente acquistato dalla corrente secondaria di senso opposto alla primaria, fa sì che il flusso secondario è ancora piccolissimo dopo pochi istanti da quando è avvenuta la chiusura, malgrado già in questo tempo la corrente magnetizzante abbia quasi del tutto raggiunto il suo valore limite — cosicchè il flusso secondario cresce fino al valore normale non perchè aumenti la corrente primaria, ma perchè gradatamente si estingue la corrente inversa secondaria. In altri termini le variazioni della corrente primaria si compiono rapidamente, nel tempo in cui si stabilisce la corrente secondaria, mentre il flusso secondario si stabilisce molto più lentamente e le sue variazioni, legate più che altro alle vicissitudini della corrente secondaria, si compiono quando la corrente primaria ha quasi interamente raggiunto il suo valore finale.

Fenomeni analoghi avverranno se il secondario è chiuso su una resistenza metallica, almeno fino a che questa non sia divenuta tanto grande da elevare la costante di tempo del secondario, fino a renderla prossima a quella del primario, per il che si richiederebbe una resistenza esterna di alquante centinaia di migliaia di ohm. Si riconosce subito infatti dalle formule generali che finchè è h_2 piccolo di fronte a h_1 il coeffi-

ciente di $e^{-\mu}$ in i_1 sarà prossimo a zero e quello di $e^{-\mu}$ prossimo a 1.

b) *Risultati sperimentali.*

7. Le proprietà enunciate, che precisano nel miglior modo desiderabile l'andamento dei fenomeni alla chiusura, sono state da me sottoposte a verifica sperimentale nel modo seguente.

Su un tubo di Braun eccitato da una macchina Toepler a 20 dischi, agiva direttamente tutto il rocchetto di Ruhmkorff, disposto in modo che al passaggio di una corrente nel primario o nel secondario si producesse uno spostamento verticale del cerchietto luminoso sul disco fluorescente.

Lo spostamento risultò una funzione lineare delle intensità delle correnti primaria e secondaria — e per un'opportuna posizione del rocchetto si trovò che lo spostamento medesimo si poteva rappresentare con

$$\Delta = 1,3 i_1 + 185 i_2.$$

D'altra parte il flusso secondario è dato da

$$\Phi = M i_1 + L_2 i_2 = 1,3 i_1 + 180 i_2,$$

cosicchè si aveva sensibilmente

$$\Delta = \Phi$$

cioè gli spostamenti del cerchietto rappresentavano senz'altro i valori del flusso secondario.

Facendo ancora agire sul tubo, in senso opportuno e nella stessa direzione del Ruhmkorff, una bobina di filo grosso percorsa dalla corrente primaria si poteva accrescere o diminuire o anche annullare l'effetto dovuto alla corrente primaria che traversa il Ruhmkorff.

Lo spostamento dovuto alla corrente primaria del Ruhmkorff può essere completamente annullato, con una stessa posizione della bobina, per correnti comprese tra zero e 10 ampere, il che conferma che entro questo limite la magnetizzazione del nucleo è sensibilmente proporzionale alla corrente magnetizzante — per correnti più intense, come era da prevedere, il Ruhmkorff esercita un'azione minore della bobina compensatrice.

In presenza della bobina compensatrice gli spostamenti del cerchietto sono quindi soltanto dovuti alla corrente secondaria e si ha con ciò un mezzo di rivelare l'andamento della corrente secondaria, comunque rapide siano le sue variazioni.

Del resto finchè si tratta di seguire l'andamento delle correnti indotte di chiusura, che non hanno perciò una f. e. m. molto elevata, si può far agire direttamente sul tubo Braun una bobina di filo fine a molte spire e di grande superficie percorsa dalla corrente secondaria. Io ho potuto così servirmi senza inconvenienti di una bobina da galvanometro Wiedemann, costituita da filo fine di rame, rivestito di seta, della resistenza complessiva di 2000 ohm.

A titolo di controllo disposi questa bobina col suo asse diretto verticalmente, in modo da produrre spostamenti orizzontali del cerchietto, e feci inoltre agire sul tubo il Ruhmkorff, insieme con la bobina di filo grosso compensante la corrente primaria. Quindi lanciai nel primario la corrente interrotta da un interruttore Foucault senza condensatore, chiudendo il secondario in corto circuito o attraverso un breve intervallo d'aria superato dalle scintille. Si ebbero allora sul disco fluorescente verticali spostamenti del cerchietto lungo una retta inclinata passante per l'origine.

Ciò servi a provare:

1.° Che la bobina compensatrice della corrente primaria, messa a posto per correnti costanti, rispondeva abbastanza allo scopo anche per correnti rapidamente variabili, e che l'isteresi del ferro non apportava disturbi sensibili.

Come vedremo ciò è dovuto al fatto che il ferro subisce, in generale, per gli effetti combinati del primario e del secondario variazioni lente di induzione, e, nel caso di rapide variazioni, il flusso risultante varia entro limiti assai ristretti, in rapporto ai limiti di variazione della corrente primaria e della secondaria, come avviene nei trasformatori.

2.° Che tanto il Ruhmkorff munito della bobina compensatrice quanto la bobina di filo fine rilegata in serie col secondario producono spostamenti del cerchietto proporzionali alla corrente secondaria; malgrado nel primo intervenga l'azione del ferro e nella seconda siano da temere scintilline tra le spire

consecutive. Queste scintilline si manifestarono effettivamente inserendo tra gli estremi dell'interruttore Foucault un condensatore e aumentando la lunghezza della scintilla secondaria; e insieme con le scintilline si manifestavano perturbazioni nello spostamento, non più rettilineo, del cerchietto.

Per questa ragione, come vedremo meglio in seguito, volendo studiare le correnti secondarie nei casi di grandi f. e. m. induttive, bisogna ricorrere o al semplice Ruhmkorff munito della bobina compensatrice, o a una bobina di filo assai bene isolato, quale è, per es., il secondario di un piccolo rocchetto di Ruhmkorff ¹⁾).

8. I dispositivi sopra indicati permisero adunque di seguire con gli spostamenti del cerchietto l'andamento della corrente o del flusso secondario; il che non sarebbe stato possibile ottenere con un semplice oscillografo. Ma il tubo di Braun offre ancora un altro vantaggio, poichè permette, per l'azione contemporanea di diverse bobine con assi ortogonali, di studiare la connessione nel tempo tra la corrente primaria e il flusso o la corrente secondaria, ovvero tra la corrente secondaria e il flusso secondario.

Basta a tal uopo disporre insieme col Ruhmkorff munito o no della bobina compensatrice e che produce spostamenti verticali del cerchietto, un'altra bobina ad asse verticale, percorsa dalla corrente primaria o dalla secondaria, la quale produrrà invece spostamenti orizzontali del cerchietto medesimo. Il moto risultante del cerchietto luminoso, che si disegnerà stabilmente sul disco, potrà dare tutti gli elementi necessari per la ricerca che ci occupa. Invece l'andamento della sola corrente primaria o secondaria non può essere rilevato che dall'esame allo specchio girante. Non sarebbe stato impossibile anche per quest'ultimo caso (finchè si ricorre a interruttori regolari meccanici) riprodurre fotograficamente le curve ottenute — ma ho ritenuto inutile il farlo. Anzitutto per le curve osservabili allo specchio girante la impressione fotografica, certo non agevole, richiede la sovrapposizione

1) L'artificio di Schnell, di trasformare la corrente secondaria in una nuova corrente intensa di bassa tensione, conduce a risultati inesatti come sarà dimostrato ai numeri 32 e 33.

delle immagini dovute a diverse scariche consecutive, e mentre ciascuna di esse è di una sorprendente nettezza e regolarità, le consecutive non sono assolutamente identiche, soprattutto se il secondario è chiuso attraverso a una lunga scintilla; cosicchè per la loro sovrapposizione si determinano delle perturbazioni che finiscono col dare del fenomeno una idea molto diversa dalla vera. Inoltre il carattere essenziale delle curve medesime può essere percepito e riprodotto a memoria molto più agevolmente e sicuramente; mentre per le curve stabili, cioè ottenute non allo specchio girante, ma per la sovrapposizione dei due spostamenti ortogonali del cerchietto, la loro forma geometrica semplice rende non necessaria la riproduzione fotografica.

9. Veniamo quindi ad esporre i risultati delle osservazioni, cominciando dalle

Correnti primarie di chiusura.

Esse vennero esplorate con una bobina direttamente percorsa dalla corrente primaria. Si osservò la nota forma caratteristica, con l'accrescimento lungo una curva esponenziale avente per valore limite la corrente finale $\frac{E}{r_1}$.

Gli effetti del secondo termine della formola (1') sono di troppo piccola entità per poter esser osservati in queste condizioni.

10. *Correnti secondarie di chiusura.*

Per la loro osservazione si ricorse all'azione del Ruhmkorff munito della bobina compensatrice del primario o a quella della bobina Wiedemann a filo fine.

Gli spostamenti del cerchietto furono seguiti allo specchio girante. Il cerchietto si porta in un tempo brevissimo da A in B (fig. 2), come è rilevato dalla verticalità del tratto AB e dalla sua piccola luminosità; segue quindi la discesa lungo l'esponenziale molto lenta BC, così come vuole la teoria.

Aumentando la resistenza del circuito secondario lo spostamento iniziale AB si modifica pochissimo; così per le resistenze totali di 7000 Ohm o di 40000 Ohm il segmento AB ha le lunghezze rispettive 5,6 e 5,3 (confermandosi così la quarta conseguenza della teoria). Invece, come era previsto,

la curva di discesa si fa sempre più ripida al crescere della resistenza (per es. dalla curva BC si passa alla BD), cosicchè l'area totale A B D . . . che rappresenta la quantità di elettricità passata diviene sempre minore.

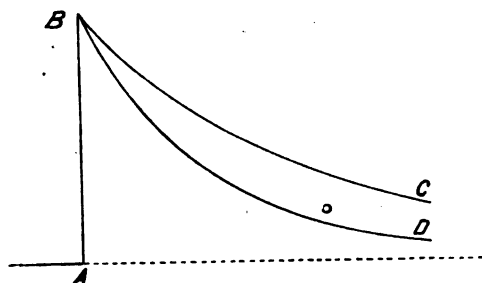


Fig. 2

11. *L'interposizione di una scintilla*

nel circuito secondario, che scocca ancora fino a un intervallo d'aria di circa 4 mm., produce una modificazione importante nell'aspetto della curva. L'esponenziale di discesa si trasforma in una retta BC la quale (fig. 3) taglia l'asse delle ascisse con un angolo netto BCM. Aumentando la lunghezza della

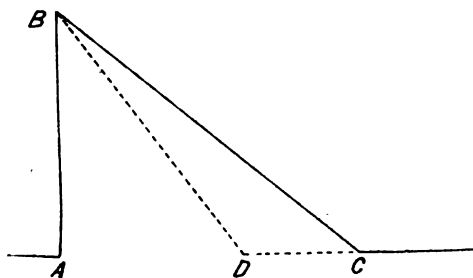


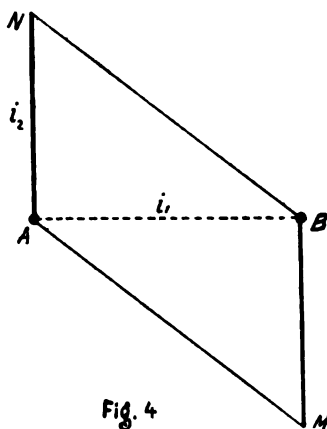
Fig. 3

scintilla la retta BC presenta sensibilmente lo stesso punto di partenza B, ma la sua discesa BD diviene più rapida formandosi un angolo BDM minore di BCM. L'area esprimente la quantità totale di elettricità passata è adunque un triangolo rettangolo di altezza prossimamente costante finchè è costante l'intensità della corrente primaria.

Giustificheremo in seguito questa importante modificazione della corrente secondaria dovuta alla scintilla.

12. *Sovrapposizione ortogonale della corrente primaria e della secondaria.*

Una bobina ad asse verticale percorsa dalla corrente primaria, la quale era come prima interrotta da un interruttore Foucault *ad andamento lentissimo*, produceva uno spostamento orizzontale (fig. 4) da A in B alla chiusura, da B in A all'apertura; questa aveva luogo senza condensatore.



Invece il Ruhmkorff, insieme con la bobina compensatrice del circuito primario, produceva spostamenti verticali del cerchietto proporzionali alla corrente secondaria, e precisamente al di sotto di A alla chiusura, al di sopra all'apertura.

Per l'azione simultanea dei due spostamenti, con secondario chiuso metallicamente, si ottenne il parallelogrammo AMBN, avente i lati verticali MB, NA intensamente e i lati AM, BN debolmente illuminati. Nei punti A e B, dove il cerchietto si arresta qualche tempo nelle pause dell'interruttore e durante la chiusura permanente che precede l'interruzione, il cerchietto riesce più nettamente marcato. Durante la chiusura esso segue il cammino AMB, durante la rottura il cammino BNA; i vertici M ed N sono lievemente arrotondati.

Se le interruzioni si fanno un poco più frequenti, il parallelogrammo si restringe assumendo l'aspetto della fig. 5 cioè la diagonale $A'B'$ del parallelogrammo $A' M B' N$ non è più orrizzontale; mancano i tratti $B'B$ e $A'A$ verticali, pur restando i tratti $B'M$ e NA' molto luminosi.

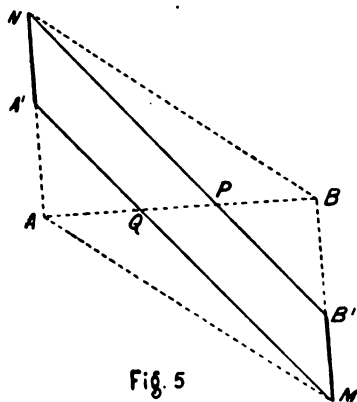


Fig. 5

In questa esperienza, convenientemente interpretata, si possono riconoscere tutte le particolarità caratteristiche del processo di chiusura.

Nel tempo, molto breve, in cui per virtù della corrente primaria il cerchietto si sposta orizzontalmente di AB , (fig. 4) la corrente secondaria, mantenendosi a quella proporzionale, raggiunge il suo valore massimo, cosicchè il cerchietto si sposta *rapidamente* lungo AM ; a questo punto la corrente primaria è divenuta quasi costante, mentre la corrente secondaria decresce *lentamente*, e perciò il cerchietto risale lungo MB . Interviene, dopo un breve indugio in B , la rottura per la quale si segue un processo inverso; anche qui cioè la corrente primaria si è del tutto interrotta mentre la secondaria ha raggiunto il suo valore massimo, e poscia la corrente secondaria, a corrente primaria finita, ricomincia a decrescere.

Che se, per il funzionamento più rapido dell'interruttore, la corrente primaria viene interrotta o richiusa prima che la corrente secondaria, la quale decresce molto lentamente, si sia annullata, allora mancheranno i tratti $B'B$, $A'A$ e il cerchietto si avvierà lungo $B'N$ o $A'M$, risultandone il fatto no-

tevole che, lungo B'P, mentre la corrente primaria è *decre-scente*, si ha una corrente indotta *inversa*, e lungo A'Q, mentre siamo già nella fase di chiusura e la corrente primaria è *crescente*, si ha invece una corrente secondaria *diretta*.

Il restringimento del parallelogrammo si constata già con un numero di interruzioni non molto grande, al disotto di dieci per secondo, il che conferma che il coefficiente di decre-scimento $\frac{r_2}{L_2}$ del secondario è piuttosto piccolo. Con interruzioni

molo rapide i punti B' e A' si vanno sempre più avvicinando a M ed N, fino a che con l'interruttore di Wehnelt, come vedremo, i lati NB', MA' si fondono in un'unica retta.

Interponendo una scintilla nel circuito secondario si ottiene ancora, con l'interruttore Foucault, l'aspetto della figura 4, solo che i cerchietti A e B sono molto più marcati e i tratti MB, NA meno luminosi. Ciò prova anzitutto che il decresci-mento della corrente indotta, lungo MB o NA, è più rapido, e inoltre, il che ci interessa di più, che la corrente indotta, malgrado la presenza della scintilla, si stabilisce subito alla chiusura, senza ritardo.

13. Sovrapposizione ortogonale della corrente secondaria e del flusso secondario.

Gli spostamenti verticali son prodotti dal Ruhmkorff non compensato, e gli orizzontali dalla bobina Wiedemann di filo

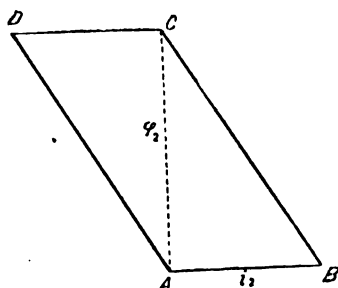


Fig. 6

fine percorsa dalla corrente secondaria; con ciò i valori posi-tivi del flusso corrispondono (fig. 6) a spostamenti al di sopra

di AB, e le correnti secondarie inverse o dirette son rappresentate da spostamenti secondo l'asse delle ascisse.

Con interruzioni molto lente e chiudendo il secondario su una resistenza ohmica non grandissima, si ottiene il parallelogrammo ABCD di cui il tratto ABC vien percorso nella chiusura, e il tratto CDA nell'apertura; BC e DA sono fortemente luminosi, mentre AB e CD sono appena visibili; in A e C il cerchietto è più marcato.

Questa esperienza prova che alla chiusura la corrente secondaria raggiunge bruscamente il suo valore massimo AB, mentre il flusso secondario è ancora sensibilmente nullo; indi la corrente secondaria comincia a decrescere mentre il flusso cresce con eguale velocità, ne risulta il tratto BC della figura, che corrisponde alla retta AB prevista dalla teoria (fig. 1). Lo stesso può dirsi per l'apertura cui corrisponde il percorso CDA.

Aumentando la resistenza del circuito secondario la figura conserva sensibilmente la medesima forma e i tratti BC e DA si fanno meno luminosi, mentre i cerchietti si ravvivano di più in A e in C, cioè nella pausa dell'interuttore e nella chiusura stabile che precede l'interruzione.

Lo stesso aspetto si ottiene alla chiusura intercalando una scintilla nel secondario; il che prova che il *passaggio della corrente secondaria di chiusura attraverso alla scintilla accompagna la variazione totale del flusso secondario dal principio alla fine*.

Solo quando la f. e. m. impiegata nel primario è piuttosto piccola, cosicchè la f. e. m. secondaria è minore, e inoltre riesce più grande, a parità di corrente primaria, la costante di tempo del circuito primario, la corrente indotta di chiusura attraversante una scintilla anche cortissima raggiunge il suo massimo sempre prestissimo, ma si annulla prima che il flusso secondario abbia raggiunto il suo valore massimo.

Accelerando l'andamento dell'interuttore, nessuna modificazione si osserva nella figura ottenuta col secondario chiuso su una scintilla.

Ma se il secondario è chiuso su una resistenza metallica, avvenendo la interruzione della corrente primaria quando

dura ancora la corrente secondaria, il flusso non raggiungerà il suo valore estremo. Lo stesso può dirsi per l'apertura; cosicchè in queste condizioni il flusso anzichè oscillare da zero a Φ e da Φ a zero, oscilla intorno ad un valore medio con ampiezza minore, che si va sempre facendo più piccola a misura che il numero delle interruzioni aumenta, fino a divenire quasi zero con interruzioni frequentissime, nel qual caso il parallelogrammo si trasforma quasi in una retta orizzontale.

Ma sugli effetti ottenuti in queste condizioni, ricorrendo all'interruttore di Wehnelt, torneremo più a lungo in seguito.

c) Influenza della scintilla nel circuito secondario.

14. Abbiamo visto che anche nel caso in cui il circuito secondario comprende una scintilla, la corrente secondaria raggiunge il valore massimo bruscamente e poi decresce progressivamente fino a zero, mentre il flusso secondario cresce da zero a MI_1 ; cosicchè la corrente accompagna la totale variazione del flusso.

Si riconobbe però una differenza importante nella forma della corrente secondaria decrescente dal valore massimo, subitamente raggiunto, fino a zero; questa forma, che è rappresentata da una esponenziale senza scintilla, diventa con questa una retta che taglia bruscamente l'asse delle ascisse (fig. 3).

La trasformazione dell'esponenziale in una retta fu già osservata anche nelle scariche oscillanti dei condensatori attraverso una scintilla da Richard e Ziegler e da Zenneck, i quali dimostrarono appunto che i massimi successivi delle oscillazioni son disposti su una retta anzichè su una esponenziale.

È senz'altro evidente che questi risultati son dovuti al fatto che le ordinarie equazioni differenziali sui processi induttivi vengono integrate nella ipotesi che le resistenze dei circuiti siano costanti, il che non ha più luogo quando i circuiti contengono scintille, cioè porzioni di conduttori che non seguono la legge di Ohm.

D'altra parte è noto che le ultime ricerche sulla scintilla hanno condotto a dei ravvicinamenti ben marcati tra questa

forma di passaggio dell'elettricità attraverso ai gas e quella nota col nome di *glimmstrom*, cosicchè si ritiene che la scintilla sia in fondo una *glimmstrom* di breve durata.

Intanto nel caso della *glimmstrom* è stata da molti osservatori ricercata la relazione tra la differenza di potenziale V agli elettrodi e l'intensità della corrente i e si è ottenuta la cosiddetta equazione caratteristica, di forma identica a quella dell'arco voltaico:

$$(4) \quad V = a + \frac{b}{i}$$

le costanti a e b dipendendo solo dalla distanza degli elettrodi.

Se la scintilla è una *glimmstrom* di breve durata, e nella quale hanno luogo rapide variazioni d'intensità, non si può a priori asserire che la stessa relazione e con le medesime costanti intercederà tra i valori istantanei di i e di V . Invero se il termine a può considerarsi come una perdita di tensione che corrisponde in gran parte alla caduta catodica, il termine $\frac{b}{i}$ deve rappresentare una perdita di tensione di natura ohmica, corrispondente alla resistenza $\frac{b}{i^2}$, cioè a una resistenza che cresce rapidamente col crescere dell'intensità, come se il conduttore gassoso aumentasse di sezione. Ne segue che con variazioni molto rapide dell'intensità, per una specie d'isteresi analoga a quella che nell'arco dà luogo al fenomeno Duddel, potrebbe la sezione attuale risentire l'influenza dei valori precedenti dell'intensità: e quindi potrebbe la caratteristica per correnti variabili non coincidere con la caratteristica statica ottenuta con correnti costanti, nel qual caso la (4) non sarebbe più valida.

Astraendo da queste considerazioni e sviluppando un'idea avanzata dal Koch ¹⁾, l'Heydweiller ²⁾ tentò nel 1906 di applicare senz'altro alla scintilla l'equazione (4), e di integrare in questa ipotesi l'equazione classica di Lord Kelvin sulla scarica di un condensatore.

1) Kock J., Ann. d. Phys. 15, 865, 1904.

2) A. Heydweiller, Ann. d. Phys. 19, p. 649, 1906.

L'equazione così modificata, identica a quella che io avevo esaminato nel 1900 per il caso dell'arco voltaico ai cui estremi è derivato un condensatore e un'induttanza, non è in generale integrabile. L'Heydweiller vi riuscì facendo delle ipotesi che gli permisero di trascurare alcuni termini e precisamente, ammettendo che in certe condizioni sia trascurabile il termine $\frac{b}{t}$, pervenne alla spiegazione del risultato di Richard e Ziegler ¹⁾ e di Zenneck, ²⁾ che cioè i massimi delle successive oscillazioni son distribuiti su una retta inclinata anzichè su una esponenziale.

Da questo e da moltissimi altri casi trattati dall'Heydweiller, per i quali si constata sempre accordo qualitativo e quantitativo coi risultati dell'esperienza, può ritenersi come legittima l'estensione della (4) al regime variabile della scintilla.

15. Posto ciò non ci riuscirà difficile giustificare la modificazione della corrente secondaria dalla forma esponenziale a quella rettilinea per l'interposizione della scintilla.

Cominciamo a considerare il fenomeno dall'istante, che segue immediatamente la chiusura, in cui la corrente secondaria ha raggiunto il suo valore massimo e comincia a decrescere. Come abbiamo veduto la corrente primaria ha raggiunto in quell'istante il suo valore massimo, e non interviene più nel fenomeno.

Cosicchè se il circuito secondario è chiuso metallicamente, esso si comporta come un circuito avente il coefficiente di α . t . L_2 e la resistenza r_2 nel quale inizialmente circola una corrente I_2 ; la corrente i_2 sarà quindi determinata dall'equazione

$$(5) \quad r_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} = 0$$

coi valori limiti $i = I_2$ per $t = 0$, $i = 0$ per $t = \infty$; si ottiene così essendo $h_2 = \frac{r_2}{L_2}$

1) Richard e Ziegler, Ann. d. Phys. 1, p. 468, 1900.

2) Zenneck, Ann. d. Phys., p. 822, 1904.

$$i_1 = I_1 e^{-h_1 t}$$

che coincide con la forma già trovata (v. formola 2').

Se nel secondario è interposta una scintilla, la (5) si trasforma nell'altra

$$(5 \text{ bis}) \quad L_2 \frac{di_2}{dt} + r_2 i_2 + a + \frac{b}{i_2} = 0$$

la quale a differenza dell'equazione di Lord Kelvin trattata da Heydweiller, è immediatamente integrabile, senza che occorra di trascurare alcun termine.

Si ha infatti, non segnando per poco l'indice 2,

$$\frac{L di}{i^2 + a i + b} = - dt$$

cioè, ponendo

$$a' = \frac{a}{r}, \quad b' = \frac{b}{r},$$

si avrà

$$\frac{i di}{i^2 + a' i + b'} = - h dt$$

$$\int \frac{i di}{i^2 + a' i + b'} = - h t + C.$$

Si ponga

$$\frac{i}{i^2 + a' i + b'} = \frac{A}{i - \alpha} + \frac{B}{i - \beta}$$

ove α e β sono le radici dell'equazione che si ottiene uguagliando a zero il trinomio

$$i^2 + a' i + b'.$$

Si ha allora

$$A = \frac{\alpha}{\alpha - \beta}$$

$$B = \frac{-\beta}{\alpha - \beta}$$

Si deduce

$$\int \frac{i di}{i^2 + a' i + b'} = A \log(i - \alpha) + B \log(i - \beta) = - h t + C$$

ovvero

$$\alpha \log (t - \alpha) - \beta \log (t - \beta) = -h (\alpha - \beta) t + C.$$

Da questa equazione si può ricavare C osservando che per $t = 0$ si ha

$$t = I_0$$

e avuto C si possono calcolare i valori di t corrispondenti ai diversi valori di i con che è risoluto il problema.

Come si vede la relazione tra i e t non è di natura semplice e molto meno lineare. Però sostituendo alle varie lettere i valori numerici propri delle mie esperienze, e per α e β i valori 400 e 0,6, corrispondenti, all'incirca, a una *glimmstrom* di 1 mm. di lunghezza tra due sfere di ottone, si ottiene per una corrente iniziale di 30 m. a., l'equazione numerica

$$0.0235 \log_{10} (t + 0.00128) - 1.0235 \log_{10} (t + 0.0558) + 1.94378 = 17.37 t$$

nella quale le t vanno espresse in ampère.

I valori calcolati con la precedente equazione sono riportati nel diagramma dato dalla fig. 7 ¹⁾ dal quale risulta evi-

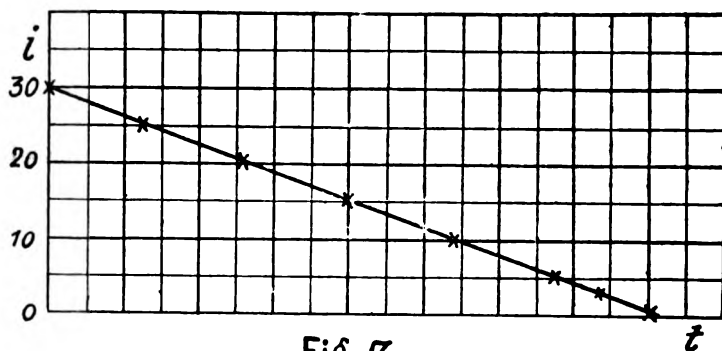


Fig. 7

dente che nella regione visibile allo specchio girante la curva esprime i in funzione di t è appunto una linea retta

1) In questo diagramma i tempi sono rappresentati in unità arbitrarie.

o per lo meno apparisce tale come quella osservata allo specchio girante.

Anche in questo punto riesce quindi completamente giustificato il risultato sperimentale.

16. La quantità di elettricità che complessivamente traversa il secondario in tutto il periodo di chiusura, la quale è rigorosamente $\frac{MI_1}{r_1}$ nel caso che non esista scintilla, diviene minore per la presenza di questa e la sua misura può fornire elementi interessanti per la verifica quantitativa della equazione (5 bis).

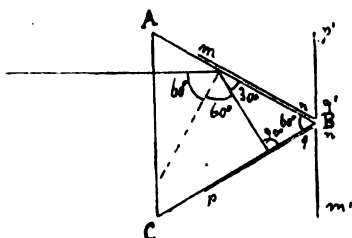
Sull'esito delle esperienze da me eseguite in proposito riferirò in un'altra pubblicazione.

UN'ESPERIENZA DA LEZIONE SULLA RIFLESSIONE TOTALE.

di M. NOZARI.

Una semplicissima esperienza da lezione per dimostrare il fenomeno della riflessione totale, può essere la seguente:

Si coprano le due faccie A, B e B, C di un prisma di vetro a sezione equilatera con due striscioline di carta m, n e p, q di colore diverso, e poi si guardi di fronte la terza faccia da una certa distanza, in modo che l'occhio riceva solamente i raggi che hanno press'a poco la direzione della perpendicolare alla faccia A, C.



I raggi che provengono dalla striscia p, q ed hanno direzione normale o quasi alla faccia C, B, arrivano alla faccia A, B con un angolo d'incidenza press'a poco di 60° , cioè maggiore dell'angolo limite: essi vengono dunque riflessi totalmente, ed assumono una direzione uguale o poco discosta da quella della normale alla faccia A, C e quindi possono giungere all'occhio nostro. Nessun raggio proveniente dalla striscia p, q può arrivare al nostro occhio per semplice rifrazione, perchè un raggio qualsiasi, entrando nel prisma, assume una direzione compresa nell'angolo limite, e può giungere direttamente alla faccia A, C soltanto con una direzione notevolmente diversa dalla normale alla faccia stessa.

Ne risulta che l'occhio non vedrà la striscia p, q ma la sua immagine virtuale p', q' ; ed analogamente vedrà l'immagine $m'n'$ della striscia $m n$ e non la striscia stessa. Se la striscia $m n$ è per esempio rossa, e la $p q$ bianca, si avrà l'illusione che la striscia rossa sia dalla parte della faccia B, C e la bianca dalla parte di A, B mentre effettivamente è il contrario.

Perchè l'esperienza riesca è necessario che tra la carta e il vetro ci sia uno strato d'aria, e per questo basta attaccare le striscioline solamente alle estremità del prisma con due gocce di gomma. Per rendere più evidente il fenomeno conviene che le due striscie di carta siano alquanto più lunghe del prisma, in modo che esse sopravanzino da una parte.

LEHRBUCH DER ELASTICITÄT.

A. E. H. LOVE.

Traduzione di A. Timpe sulla seconda edizione inglese. Teubner, Leipzig, 1907.

La prima edizione di questo libro, pubblicata solo in inglese, fra il 1892 ed il 1893, era in due volumi e già nota molto favorevolmente fra i cultori dell'elasticità. Con buon accorgimento, l'autore ha voluto riunire, nella seconda edizione, i due primitivi volumi in un volume solo, procurando all'opera intera maggiore snellezza. E, come l'autore stesso dichiara nella prefazione, questa seconda edizione è da considerarsi come un libro nuovo che contiene solo alcuni estratti dell'antico. Nella stessa prefazione l'autore indica anche chiaramente gli scopi che s'è proposto di raggiungere. Traduciamo le sue stesse parole: « Nella scelta del materiale e nel modo di esporlo ho avuto di mira tre obbiettivi: far sì che il libro sia utilizzabile dagli ingegneri e dagli altri che hanno di mira soprattutto scopi pratici, far risaltare l'importanza della teoria in quistioni generali di filosofia naturale e dare un quadro ragionevolmente completo dello stato presente di questo ramo di scienza ». Questi scopi molteplici l'autore li ha raggiunti nel migliore dei modi possibili. La conoscenza profonda che l'autore ha del soggetto di cui tratta si riflette su tutto il libro, dalla introduzione in cui lo sviluppo storico della teoria matematica dell'elasticità è presentato in un quadro superbo, alla precisa esposizione dei principii e dei limiti dentro i quali questa teoria matematica può acquistare un valore pratico. Ognuno che, senza pretendere ad una particolare specializzazione, s'interessa ai problemi che la Natura ci presenta, trova nel cap. IV una descrizione sommaria ma esauriente, della estrema complessità dei fenomeni che presenta l'elasticità dei corpi solidi, degli scopi pratici che la teoria matematica si può proporre e, quindi, delle relazioni fra questa teoria matematica e la meccanica tecnica. Per raggiungere meglio i suoi scopi, l'autore ha evitato quei problemi che avrebbero richiesto calcoli complicati ed il libro si può leggere quasi interamente, con l'aiuto delle parti più elementari del calcolo differenziale

ed integrale soltanto. Il senso fisico e l'intuizione sono continuamente lusingati, anche col richiamare l'attenzione sull'ordine di grandezza delle costanti che entrano nella teoria e di cui l'autore dà anche i valori per i materiali più comunemente adoperati nelle costruzioni.

I capitoli che più interessano chi ha di mira scopi pratici sono, oltre, naturalmente, quelli che si occupano dei principii generali, i capitoli XIV, XV fino al XVII, in cui si esaminano i problemi classici della flessione e della torsione di travi soggette a forze applicate solo agli estremi (problemi di Saint-Venant), quelli relativi ad una trave caricata uniformemente e quistioni analoghe relative a travi incastrate e semplicemente appoggiate. Ma anche nei capitoli seguenti troverà analizzati problemi, per lui, del massimo interesse come quelli relativi alla deformazione di molle elastiche, alla stabilità d'equilibrio di travi e piastre, all'urto ed alla resistenza dinamica delle travi.

La teoria dell'elasticità investe tutta l'acustica e, dopo i lavori di Fresnel, di Faraday e di Maxwell, il concetto di mezzo elastico è diventato fondamentale in molti rami della fisica. Perciò non è permesso a nessun fisico serio di ignorare i principii matematici dell'elasticità. Chi a questo titolo aspiri può assimilare questi principii con l'aiuto di quest'opera meglio forse, che con qualunque altra. Oltre ad uno studio piano ed esauriente della cinematica e della statica di un mezzo continuo, troverà in essa trattati i problemi, per lui, del massimo interesse delle vibrazioni di solidi elastici da quelli dei corpi a tre dimensioni limitati da una sfera o da un cilindro circolare a quelli delle aste sottilissime e delle piastre; troverà un capitolo importante sulla propagazione della forza e sull'urto ed un altro, egualmente importante, sulla propagazione delle onde nei mezzi solidi elastici.

Per intendere meglio lo spirito che ha animato l'autore nel compilare il suo libro tradurrò quello che egli dice alla fine della sua introduzione storica che, oltre a dare la migliore conferma delle mie asserzioni, ci darà anche l'occasione di fare qualche ultima osservazione. Egli dice:

« La storia della teoria matematica dell'elasticità mostra chiaramente, che lo sviluppo della teoria non è stato condotto avendo riguardo esclusivamente alla sua utilizzabilità nella

meccanica tecnica. La maggior parte degli uomini, con le ricerche dei quali essa è stata fondata ed edificata, si propose più il progresso scientifico che il materiale, si propose più di capire il mondo che di renderlo più comodo. Questo indirizzo dello spirito ha avuto per conseguenza che la teoria dell'elasticità ha contribuito meno al progresso materiale dell'umanità, di quello che altrimenti senza dubbio sarebbe stato. Sia come si voglia, il guadagno spirituale, che ne è derivato dal lavoro di questi uomini è da considerarsi molto alto. Le controversie che hanno avuto luogo sul numero e sul significato delle costanti elastiche hanno sparso luce sulle più profonde quistioni riflettenti la natura delle molecole e le loro reciproche azioni. Il tentativo di chiarire i fenomeni ottici con l'aiuto dell'ipotesi di un mezzo che possieda gli stessi caratteri fisici di un corpo elastico, condussero in primo luogo alla concezione di un esempio concreto di un mezzo che può propagare onde trasversali, e più tardi alla conclusione definitiva che il mezzo che serve a trasportare la luce non possiede i caratteri fisici ammessi nell'ipotesi. In questo modo, infine, le nostre idee sulla natura dell'etere e sulla natura delle vibrazioni luminose sono state allargate in modo sostanziale. I metodi che sono stati immaginati per ottenere la soluzione delle equazioni dell'equilibrio di un corpo rigido isotropo, formano una parte importante di una teoria analitica che ha un'alta importanza nella matematica pura. L'applicazione di questi metodi al problema della costituzione interna della terra ha condotto a risultati che, tanto nella geologia che nella fisica cosmica, dobbiamo intrecciare continuamente alla direzione del pensiero speculativo. Nella maggior parte dei problemi tecnici stessi, come nella propagazione della forza e nella resistenza di bastoni e piastre, in massima parte, ha attirato l'attenzione prima il lato pratico di queste quistioni. Penetrare in quello che accade nell'urto, mettere d'accordo la teoria del comportamento di aste sottili con le equazioni fondamentali, questi ed altri scopi simili erano per la maggior parte degli uomini ai quali dobbiamo la teoria dell'elasticità, più seducenti dell'aspirazione di trovare mezzi per ottenere risparmi nella costruzione delle macchine, o di determinare condizioni di sicurezza nelle costruzioni. Il fatto che grandi progressi

materiali sono la conseguenza indiretta del lavoro condotto con questo spirito non è senza importanza, sul fatto altrettanto importante che la maggior parte dei grandi progressi nella scienza della Natura provengono da uomini che, in prima linea erano esperti con i bisogni della pratica e con i metodi sperimentali si è spesso abbastanza insistito; e sebbene nomi come Green, Poisson, Chauchy mostrano che questa regola non è senza eccezioni importanti, noi la troviamo confermata nella storia della nostra scienza con numerosi esempi ».

A moltissime delle cose dette dall' A. si può pienamente sottoscrivere. Però quando egli mostra di meravigliarsi che nello sviluppo della teoria matematica dell'elasticità si sia dato maggior peso al progresso scientifico che a quello pratico e mostra di rimpiangerlo, si potrebbe osservare che quello che è accaduto per l'elasticità è accaduto pure per ogni altro ramo di scienza. I bisogni spirituali sono di gran lunga, più sentiti di quelli materiali e sono per evoluzione logica spontanea, percepiti anche con maggiore chiarezza. Così può dirsi che le ricerche generali sulle equazioni dell'elasticità, come tutte le ricerche generali analoghe, oltre che servire a dare alimento alla matematica pura, rispondono bene a quel principio di *economia* che regge lo sviluppo di qualunque scienza, e sul quale il Mach ha tanto insistito. L'autore avrebbe potuto dire che si proponeva soprattutto di fare un libro utilizzabile dagli ingegneri e dagli altri che hanno di mira scopi pratici anche perchè così seguiva più liberamente l'inclinazione del suo spirito. E, per la stessa ragione, avrebbe potuto aggiungere che si proponeva pure di dare un'adeguata esposizione dello stato presente della scienza tenendo conto soprattutto dei progressi fatti fare ad essa dagli inglesi. Giacchè bisogna pur dire che dei lavori italiani ne sono citati pochi e le citazioni non sempre sono a proposito. Nè di ciò è poi molto da dolersene poichè noi in Italia possediamo due buonissimi libri che si propongono, e lo dicono espressamente, di porre in vista quello che è stato fatto nella teoria matematica dell'elasticità da parte di scienziati italiani: il libro del Cesaro e quello del Marcolongo. Il libro del Love ci avrebbe ancora guadagnato se l'autore avesse abbracciato più decisamente il suo partito.

O. TEDONE.

LETTERATURA FISICA

A. Fisica generale.

1. Generalità.

- Faggi A. La fisica degli stoici e la fisica moderna. *Elettricista*. (2), 6, p. 352, 1907.
- Tarleton D. On the relation of mathematics to physical Science. *Roy. Irish. Acad.* 9 Dic. 1907.
- Guthe K. E. Definitions in physics. *Contr. Phys. Lab. Jour.* 1, N. 2, 1907.
- Duhem P. La valeur de la théorie physique. *Rev. gén. des Sciences*. 19, p. 7, 1908.
- Meyer E. Untersuchungen über Härteprüfung und Härte. *Phys. Zeit.* 9, p. 66, 1907.
- Grübler M. Ueber den Gewichts-begriff. *Unt. bl. f. Math. u. Naturw.* 13, p. 127, 1907.
- Schreiber K. Masse und Gewicht. *Unt. bl. f. Math. u. Naturw.* 13, p. 128, 1907.
- Campbell N. Le nombre des électrons dans un Atome. *Rev. d'Electrochim.* 1, p. 374, 1907.
- Laby T. H. Le esperienze di Landolt sulla variazione di peso nelle trasformazioni chimiche. *Chem. News*. 97, N. 2510, 1908.
- Le Bon G. L'Élification scientifique de la Connaissance. *Rev. Scient.* (5), 9, p. 129, 1907.
- Bequerel H. Betrachtungen über eine moderne Theorie der Materie. *Jahrb. d. Radioakt. und Elektronik*. 4, p. 361, 1908.
- Stoek A. Poröse Materialien als Ersatz von Hähnen beim Arbeiten mit Gasen. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* 6, p. 19, 1908.

2. Densità.

- La Touche T. H. D. A specific gravity Balance for large Rock Specimens. *Nature*. 77, p. 221, 1908.
- Le Chatelier H. et Wologdine S. Note sur la densité du graphite. *Compt. Rend.* 146, p. 49, 1908.

3. Meccanica dei solidi. Elasticità. Potenziale.

- Tedone O. Un teorema nelle equazioni dell'elasticità. *Rend. Acc. Lincei*. 16, p. 795, II sem. 1907.
- Brown E. A Point in the mathematical Theory of Elasticity. *Nature*. 77, p. 221, 1908.
- Willers F. A. Die Torsion eines Rotationskörpers um seine Achse. *Zeit. f. Math. u. Phys.* 55, p. 225, 1907.
- Wassmuth A. Ueber die Bestimmung der thermischen Aenderung des Torsionsmoduls aus den Temperaturänderungen bei der Torsion von Stäben. *Wien. Anz.* p. 437, 1907.
- Cosserat E. et F. Sur la statique de la surface deformable et la dynamique de la ligne deformable. *Compt. Rend.* 146, p. 68, 1903.
- Appell P. Sur la tendance des systèmes matériels à échapper au frottement. *Journ. f. reine u. Angew. Matem.* 133, p. 93, 1908.

Martens H. Umformung fester Körper unter allseitigem hohen Druck. *Akad. d. Wiss. Berlin*. 19 Dic. 1907.

Bellin I. Calcolo dell'attrazione fra due sfere. *Arkiv. för Mat. Astron. och Fysik*. 8, N. 30, 1907.

Neuberg J. Ueber hyperboloidische Würfe. *Arch. d. Math. u. Phys.* (8), 12, p. 297, 1907.

4. Meccanica dei Liquidi. Capillarità.

Levi Civita T. Sulle onde progressive di tipo permanente. *Rend. Acc. Lincei*. (5), 16, p. 777, II sem. 1907.

Oseen C. W. Zur Theorie der Bewegung einer reibenden Flüssigkeit. *Arkiv. för Mat. Astron. och Fysik*. 8, N. 24, 1904, 1907.

Becker E. Strömungsvorgänge in ringförmigen Spalten. *Mit. über Forschungsarb. a. d. Geb. d. Ingenieurw.* 48, p. 1, 1907.

Pedersen P. O. On the Surface-tension of Liquids investigated by the Method of Jet Vibration. *Proc. Roy. Soc.* 80, p. 26, 1907.

Quincke G. Die Schaumstruktur der Materie. *Elders Jahrb.* 21, p. 8, 1907.

5. Meccanica degli aeriformi.

Lehr E. Ein einfacher Zusammenhang zwischen Brechungsexponent, Zähigkeit und Dichte bei Gasen. *Akad. d. Wiss. Wien*. 5 Dic. 1907.

Farman H. Essais méthodiques d'un aéroplane cellulaire. *Compt. Rend.* 148, p. 112, 1908.

Breguet L. Sur le rendement des hélices de propulsion dans l'air. *Compt. Rend.* 146, p. 113, 1908.

Zimmermann H. Ueber grosse Schwingungen im widerstehenden Mittel und ihre Anwendung zur Bestimmung des Luftwiderstandes. *Berl. Ber.* p. 874, 1907.

Mallock A. Stability in Flight. *Nature*. 77, p. 293, 1908.

6. Apparecchi.

Petavel J. E. Ueber den Entwurf einer Maschine für sehr hohe Drücke. *Phys. Zeit.* 9, p. 74, 1908.

B. Fisica chimica.

1. Generalità. Teoria. Pressione osmotica. Attrito interno.

Pertier A. W. Der osmotische Druck kompressibler Lösungen von beliebiger Konzentrationen. *Phys. Zeit.* 9, p. 24, 1908.

Blackmann P. Improved Apparatus for the determination of molecular weights. *Journ. Phys. Chem.* 11, p. 681, 1907.

Fluati G. Du rôle chimique de la membrane dans les phénomènes osmotiques. Thèse. Grenoble. Allier, 1907.

Lorenz R. und Kalmus H. T. Die Bestimmung der inneren Reibung einiger geschmolzener Salze. *Zeit. f. Phys. Chem.* 59, p. 244, 1907.

Jahn O. Ueber die Erniedrigung des Gefrierpunktes in den verdünnten Lösungen stark dissociirter Elektrolyte II. *Zeit. f. Phys. Chem.* 59, p. 31, 1907.

Nasini R. La chimica fisica. 90 p. Padova. A. Draghi, 1907.

2. Affinità. Solubilità. Assorbimento. Diffusione.

- Freundlich H. und Losev G. Ueber die Adsorption der Farbstoffe durch Kohle und Faseren. *Zeit. f. Phys. Chem.* **59**, p. 284, 1907.
- v. Laar J. J. Ueber die Löslichkeit von Elektrolyten. *Zeit. f. Phys. Chem.* **59**, p. 212, 1907.
- Hantsch A. und Wiegner G. Ueber Adsorptionsgeschwindigkeiten zwischen festen und gasförmigen Stoffen. *Zeit. f. Phys. Chem.* **61**, p. 475, 1908.
- Bruner L. und Tellozko S. Ueber die Auflösungsgeschwindigkeit fester Körper. II. *Krak. Anz.* p. 672, 1907.
- Smith G. Mo. Phall. Bemerkungen zu der Arbeit von Wogan: Die Diffusion von Metallen in Quecksilber. *Ann. d. Phys.* (4), **25**, p. 252, 1908.
- Cane E. Ueber Lösungen in Gemischen von Alkohol und Wasser. *Ann. d. Phys.* (4), **25**, p. 346, 1908.

3. Elettrochimica. Elettrolisi.

- Hering G. Visible migration of particles between electrodes. *Electrician.* **60**, p. 249, 1907.
- Johnson F. M. G. and Wilmers M. T. M. Electrode Potentials in liquid Ammonia. *Trans. Farad. Soc.* **3**, p. 70, 1907.
- Prudhomme M. Sur les demi-électrolytes. *Journ. Chim. Phys.* **5**, p. 497, 1907.
- Lüb A. Eine Deutung der sogenannten Wechselstrompassivität. *Zeit. f. Elektrochem.* **13**, p. 789, 1907.
- Arndt K. La viscosità e la conducibilità. *Zeit. f. Elektrochem.* **13**, n. 50, 1907.
- Brunhes S. et Guyot J. Sur les piles à électrodes identiques, et sur les valeurs des pressions de dissolution. *Journ. de Phys.* (4), **7**, p. 27, 1908.
- Tissot C. Le détecteur électrolytique. *Journ. de Phys.* (4), **7**, p. 37, 1908.
- Nernst W. Theorie der galvanischen Polarisation. *Akad. d. Wiss. Berlin.* 9. genn. 1908.
- Palmær W. Ueber das absolute Potential der Kalomelektrode. *Zeit. f. Phys. Chem.* **59**, p. 129, 1907.
- Lorenz R. und Kalmus H. T. Das Leitvermögen einiger geschmolzener Salze und über die Methode der Bestimmung desselben. *Zeit. f. Phys. Chem.* **59**, p. 17, 1907.
- Eucken A. Ueber den stationären Zustand zwischen polarisierten H-elektroden. *Zeit. f. Phys. Chem.* **59**, p. 72, 1907.
- Henderson P. Zur Thermodynamik der Flüssigkeitsketten. *Zeit. f. Phys. Chem.* **59**, p. 118, 1907.
- Müller P. T. et Allemandet H. Sur une électrode à alcali. *Journ. Chim. Phys.* **5**, p. 533, 1907.
- Fassbender H. Einfluss der stillen Entladung auf explosive Gasgemische. 88 p. Diss. Marburg. 1907.

4. Fotochimica.

- Warburg E. Einige Bemerkungen über photochemische Wirkung. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **5**, p. 753, 1907.
- Lüppe-Cramer. Zur Photochemie des Cyansilbers. *Eders Jahrb.* **21**, p. 123, 1907.
- Billitzer J. Photochemische Versuche mit Chlorwasser. *Eders Jahrb.* **21**, p. 5, 1907.
- Bodenstein M. Notiz über die Zersetzung des H₂ im Licht. *Zeit. f. Phys. Chem.* **61**, p. 447, 1907.

Trautz M. Ueber die Herstellbarkeit photochemischer Systeme, die bis auf unmeßbar kleine Größen zweiter Ordnung homogen sind. *Zeit. f. Wiss. Phot.* **6**, p. 29, 1908.

Thiele H. Einige Reaktionen im ultravioletten Lichte. *Chem. Ber.* **40**, p. 4914, 1907.

Mourais J. R. Changements de la couleur du sulfure de calcium sous l'action de la lumière. *Arch. de Genève.* (4) **25**, p. 15, 1908.

5. Termochimica.

Duciaux J. Méthode calorimétrique appliquée à l'étude des réactions lentes. *Compt. Rend.* **146**, p. 120, 1908.

Reingade E. Sur les chaleurs de dissolution des métaux alcalins, et sur les chaleurs de formation de leurs protoxydes. *Compt. Rend.* **146**, p. 129, 1908.

Fischer G. und Wrede P. Ueber die Bestimmung der Verbrennungswärme organischer Verbindungen. *Akad. d. Wiss. Berlin.* 9. jenn. 1908.

Sahnen R. und v. Vegesack A. Ueber die Anwendung der thermischen Analyse auf Dreistoffsysteme. *Zeit. f. Phys. Chem.* **59**, p. 257, 1907.

Walden P. Lösung- und Dissoziationswärmen. *Zeit. f. Phys. Chem.* **59**, p. 192, 1907.

Buer R. Ueber die Gestalt der Schmelzkurven in binären Systemen. *Zeit. f. Phys. Chem.* **59**, p. 1, 1907.

6. Struttura. Cristallografia.

Schlett W. Ueber die Aenderung der Dichte und spezifischen Wärme bei Pt und Ni durch Bearbeitung und über Temperaturabhängigkeit der spezifischen Wärme derselben. 57 d. Diss. Marburg. 1907.

7. Acustica.

1. Acustica fisica.

Sizes G. et Massol G. Sur les harmoniques d'un corps vibrant. *Compt. Rend.* **146**, p. 24, 1908.

Zeeman P. An early acoustical analogue of Michelson's Echelon Grating. *Nature.* **77**, p. 247, 1908.

Wagner R. Die Schallenergie des elektrischen Funkens. *Wien. Ber.* **116**, p. 1013, 1907.

Stewart R. W. New Matriculation Sound. 219 p. London. Clive. 1907.

Schulze F. A. Einige neue Methoden zur Bestimmung der Schwingungszahlen hörbarer und unhörbarer Töne. *Marburger Ber.* p. 173, 1907.

Franz Shepherd Ivory. A noiseless room for sound experiments. *Science.* **26**, p. 878, 1907.

Brandt W. Beschreibung des Photophonographen. *Wien. Anz.* **1**, 1908.

Döring K. Messung der Geschwindigkeit des Schalles in Flüssigkeiten und des Verhältnisses der beiden spezifischen Wärmen des Aethers mit Hilfe Kundt'scher Staubfiguren. *Ann. d. Phys.* (4), **25**, p. 227, 1908.

2. Acustica fisiologica.

Fischer O. Ueber ein von M. Wien geäußertes Bedenken gegen die Helmholtz'sche Resonanztheorie des Hörens. *Ann. d. Phys.* (4), **25**, p. 118, 1908.

Mallcock A. Note on the Sensibility of the Ear to the Direction of explosive Sounds. *Roy. Soc. London.* 21 novembre 1907.

3. Acustica musicale.

Zambiasi G. Intorno alle relazioni del canto gregoriano colla tonalità moderna. *Riv. Mus. Ital.* 14, fasc. 3, 1907.

4. Apparecchi.**D. Calore.****1. Teoria meccanica del calore.**

Wind C. H. Eine Ableitung des Entropiegesetzes. *Chem. Weekblad.* 4, p. 599, 1907.
 Kohl E. Ueber die Entropiefunktion beim Umsatz von chemischer and elektrischer Energie. *Ann. d. Phys.* (4), 25, p. 155, 1908.

2. Teoria cinetica della materia.

Mills J. E. Molecular attraction. VII. *Journ. Phys. Chem.* 11, p. 594, 1907.
 u. Smoluchowski M. Molekular-kinetische Theorie der Opaleszenz von Gas im kritischen Zustande, sowie einiger verwandter Erscheinungen. *Ann. d. Phys.* (4), 25, p. 205, 1908.

3. Dilatazione e termometria.

Breniewski W. Resistance électrique et dilatation des métaux III. *Journ. Phys. Chim.* 5, p. 609, 1907.
 Wanner H. Neues Pyrometer zum Messen von Temperaturen zwischen 625° und 1000°. *Journ. of Gasbel.* 50, p. 1005, 1907.

4. Calorimetria.

Wigand A. Zum Gesetze von Dulong und Petit. *Phys. Zeit.* 9, p. 66, 1908.

5. Cambiamenti di stato. Proprietà dei vapori e dei gas.

v. Wartenberg. Einige Dampfdichtbestimmungen bei sehr hohen Temperaturen. *Zeit. f. Anorg. Chem.* 56, p. 820, 1907.
 Erdmann H. Feste Luft. *Chem. Zeit.* 31, p. 1075, 1907.

6. Sorgenti di calore.**7. Conducibilità termica.**

Lees C. H. The effects of Temperature and Pressure on the thermal Conductivities of Solids II. *Roy. Soc. London.* 12 dicembre 1907.

8. Calore raggiante.

Coblentz W. W. Strahlung bei Zimmertemperatur. *Phys. Zeit.* 9, p. 64, 1908.

9. Apparecchi ed applicazioni termiche.

Vielle J. Les pyromètres thermo-électriques industriels de M. M. Chauvin et Arnoux. *Bull. Soc. Encour. Industrie Nation.* 109, n. 2, 1907.
 Witz A. Théorie générale et expérimentale des Turbines à vapeur et à gaz. I. *Rev. gén. des Sciences.* 19, p. 1908.
 Huguenin G. Ueber Reibungsverluste in Dampfturbinen. *Mit. Phys. Ges. Zürich.* n. 12, p. 5, 1907.
 Witz A. Théorie générale et expérimentale des turbines à vapeur et à gaz. II. *Rev. gén. des Sciences.* 19, p. 47, 1908.

E. Ottica.**1. Teoria. Generalità.**

- v. Ignatowsky W. Diffraction und Reflexion, abgeleitet aus den Maxwell'schen Gleichungen. *Ann. d. Phys.* (4), **25**, p. 99, 1903.
- Laub J. Zur Optik der bewegten Körper. *Ann. d. Phys.* (4), **25**, p. 175, 1908.
- Erle H. Ueber den aus der Elektromagnettheorie folgenden Zusammenhang zwischen optischen Eigenschaften und chemischer Konstitution. *Zeit. f. Phys. Chem.* **61**, p. 399, 1908.

2. Propagazione della luce, riflessione, rifrazione, dispersione, assorbimento, emissione.

- Siegl K. Ueber das Emissionsvermögen von Gesteinen, Wasser und Eis. *Wien. Anz.* p. 481, 1907.
- Bequerel J. Einfluss von Temperaturänderungen auf die anomale Dispersion in Kristallen. *Phys. Zeit.* **9**, p. 94, 1908.
- Coblentz W. W. Selektive Reflexion und Molekulargewicht von Mineralien. *Jahrb. d. Rad. u. Elektronik.* **4**, p. 132, 1907.
- Schaum K. Ueber selektive Emission. *Märburger Ber.* p. 155, 1907.

3. Spettroscopia.

- Strenfield H. Echelon Spectroscope. *Nature.* **77**, p. 222, 1908.
- Pellik J. H. and Leonard A. G. S. The separation and quantitative spectra of Cerium etc. *ecc. Roy. Dublin. Soc.* 17 dicembre 1907.
- Konen H. Bandspectrum of Vanadium. *Astrophys. Journ.* **26**, p. 129, 1907.
- Larmor J. Note on displacement of spectral lines. *Astrophys. Journ.* **26**, p. 120, 1907.
- Hadamard J. Sur l'interprétation théorique des raies spectrales. *Soc. Franc. de Phys.* 6 dicembre 1907.
- Runge C. Ueber die Spektren der Alkalien. *Phys. Zeit.* **9**, p. 1, 1908.
- Coblentz W. W. Ultrarote Emissionsspektren. *Phys. Zeit.* **9**, p. 60, 1908.
- Eversheim P. Determination of λ of light for the establishment of a standard system. *Astrophys. Journ.* **26**, p. 172, 1907.
- Kayser H. On the constancy of λ of spectral lines. *Astrophys. Journ.* **26**, p. 191, 1907.
- Kent N. A. and Avery A. H. Difference in λ of Ti in arc and spark. *Proc. Amer. Acad.* **43**, p. 351, 1907.
- Gyllensköld V. C. Sur l'origine des spectres de bandes. *Svensk. Vetensk. Akad. Handl.* **47**, 62 p. 1907.
- Li Fo Ki. Spektroskopische Untersuchungen über Lenards Theorie der Spektren der Alkalimetalle. 35 p. Bonn, 1907.
- Soddy F. and Mackenzie T. D. The electrical Discharge in monoatomic Gases. *Roy. Soc. London.* 7 novembre 1907.
- Stark J. Zur Energetik und Chemie der Bandenspektren. *Phys. Zeit.* **9**, p. 86, 1908.
- Bequerel H. Sur les spectres d'émission des fluorines. *Compt. Rend.* **146**, p. 152, 1908.
- Stark K. Die negative und die positive Elektrizität in der Spektralanalyse. *Jahrb. d. Rad. u. Elektronik.* **4**, 281, 1907.

Lyman T. Spektroskopische Untersuchungen im Gebiete äußerst kurzer Wellenlängen. *Jahrb. d. Rad. und Elektronik*. **4**, p. 245, 1907.

Auerbach H. Spektroskopische Untersuchungen über das Verhalten der Metallsalze in Flammen von verschiedener Temperatur. 47 p. Diss. Technische Hochschule Berlin. 1907.

4. Sorgenti luminose. Fotometria.

5. Luminescenza.

Matout L. La thermoluminescence et la coloration des fluorines. *Radium*. **4**, p. 413, 1907.

Brünninghaus L. Les phosphorescences calciques du manganèse. *Radium*. **4**, p. 416, 1907.

Schaum K. Zur Spektroskopie schwacher Leuchterscheinungen. *Eders Jahrb.* **21**, p. 166, 1907.

6. Fotografia.

Coustat F. Photographie des couleurs. *Rev. Scient.* (5), **9**, p. 68, 1908.

7. Interferenza. Diffrazione.

Schulze F. A. Beobachtungen an Interferenzstreifen im Spektrum. *Marburger Ber.* p. 114, 1907.

8. Ottica dei cristalli, birifrangenza, polarizzazione.

Wyrouboff G. Ueber die optischen Eigenschaften isomorpher Mischungen. *Bull. Soc. Min.* **30**, p. 94, 1907.

9. Rotazione del piano di polarizzazione.

10. Ottica fisiologica.

v. Rohr M. Ueber eine ungewöhnliche Modifikation der Perspektive. *Eders Jahrb.* **21**, p. 75, 1907.

Pfaundler L. Ueber ein Modell zur mechanischen Versinbildlichung der Hering'schen Farbentheorie. *Eders Jahrb.* **21**, p. 20, 1907.

Scheffer W. Ueber eine allgemeingültige stereoskopische Korrekutionsformel. *Eders Jahrb.* **21**, p. 71, 1907.

Grimsehl E. Ein eigentümlicher stereoskopischer Effekt. *Phys. Zeit.* **9**, p. 109, 1908.

11. Apparecchi.

Ives F. E. Un colorimètre à écran coloré. *Journ. of the Franklin Inst.* **164**, dicembre 1907.

Leiss C. Spektroskopische Vorrichtungen. *Zeit. f. Instrkunde.* **27**, p. 374, 1907.

F. Magnetismo.

1. Generalità. Teoria.

Gans R. Paramagnetismus und Diamagnetismus. *Phys. Zeit.* **9**, p. 10, 1908.

2. Misure. Apparecchi.

Bolser M. O. Magnetic Hysteresis Phenomena. *Electr. World.* **50**, p. 603, 1907.

Asteroth P. Der Einfluss des thermischen und mechanischen Vorgeschichte auf die magnetischen Eigenschaften, insbesondere die Hysterese. 53 p. Diss. Marburg. 1907. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **6**, p. 21, 1908.

- Murdoch W. H. F. The magnetic testing of iron. *Electrician*. 60, p. 245, 1907.
- Constock D. F. Studio sperimentale sull'effetto del magnetismo permanente del ferro nella permeabilità per forze molto piccole. 51 p. Basel. 1907.
- Weiss P. et Planer V. Hystèreses dans les champs tournants. *Journ. d. Phys.* (4), 7,
- Burrows C. W. The reduction of Iron tho a magnetically neutre State for Permeability Measurements. *Phil. Soc. Washington*. 9 novembre 1907.
- Siegwart F. Étude expérimentale des propriétés magnétiques d'un alliage de fer de la maison Kapito et Klein. Diss. Zurigo. 1907.

G. Elettricità.

1. Teoria.

- Conway A. W. The dynamics of a rigid electron. *Roy. Irish. Acad.* 30 nov. 1907.
- Schott G. A. Ueber den Einfluss von Unstetigkeit bei der Bwegung von Elektronen. *Ann. d. Phys.* (4), 25, p. 63, 1908.
- Lord Kelvin. Ueber Aetherbewegungen, hervorgerufen durch Kollision von Atomen oder Moleculen mit oder ohne Elektronen. *Phys. Zeit.* 9, p. 2, 1908.
- Lorentz H. A. Ueber positive und negative Elektronen. *Jahrb. d. Rad. u. Elektromit.* 4, p. 125, 1907.
- Thullie Z. Die Erscheinungen des Diamagnetismus und die Elektronentheorie. *Krak. Anz.* p. 749, 1907.

2. Elettrostatica. Macchine Elettriche.

- Lüdtke H. Ueber elektrische Stromlinien und verwandte Versuche zur Elektrizitätslehre. 20 p. Altona, 1907.
- Darmois E. Mesures de constantes diélectriques. Toulouse. E. Privat, 1907.
- Schulze F. A. Die Dielektrizitäts Konstante des Schiefers. *Marburger Ber.* p. 126, 1907.
- Cattani G. Sulla elettrizzazione dei dielettrici solidi amorfi per compressione. 8 p. Brighella. E. Servadei, 1907.

3. Scariche elettriche attraverso conduttori e dielettrici.

- Cathiard A. Emploi des flammes comme soupape des courants alternatifs à haute tension. *Compt. Rend.* 146, p. 20, 1908.
- De Mynck. Electric Conductivity of the Explosive Flame of CO. *Ann. Soc. Scient. Bruxelles*. 81, p. 285, 1907.

4. Sorgenti di elettricità. Polarizzazione.

- Fox M. G. Ueber die E. M. K. einiger geschmolzener Halogenschwermetallekten. 69 p. Basel 1907.

5. Conducibilità. Resistenza.

- König P. P. Der Widerstand des Bi im veränderlichen Magnetfelde und für veränderlichen Messstrom. 78 p. Diss. Leipzig. 1907.
- Athanasiadis G. Das Verhältnis der Beleuchtung zum Leitungsvermögen des Selens. *Ann. d. Phys.* (4), 25, p. 92, 1908.
- Guertler W. Bemerkungen zu dem Gesetz von Matthiesen, betr. den Temperaturkoeffizienten der elektrischen Leitfähigkeit der Metalllegierungen. I. *Phys. Zeit.* 9, p. 29, 1908.

v. Schrott P. Das elektrische Verhalten der allotropen Selenmodifikationen unter dem Einflusse von Wärme und Licht. *Eders Jahrb.* **21**, p. 15, 1907.

Dumermuth M. Variation de résistance du fer sous l'influence de l'aimantation longitudinale. Basel, 1907.

6. Fenomeni termici.

Stuff W. Wärme und Energie von Kondensatorfunken. 23 p. Diss. Münster, 1907.

Schoenbeck F. Die Elektrizität als Wärmequelle. 103 p. Hannover, 1907.

7. Fenomeni luminosi.

8. Elettromagnetismo, para e diamagnetismo.

9. Elettrodinamica e induzione.

Lignani G. Metodo per misurare il coefficiente di selfinduzione. *Atti. Acc. Torino.* **42**, p. 1018, 1907.

Nagaoka H. Note on the mutual Inductance of coaxial Coils. *Tokyo Mat. Phys. Soc. Proc.* (2), **4**, p. 192, 1907.

Nicholson J. W. Inductance in parallel Wires. *Nature.* **77**, p. 295, 1903.

Ritz W. Recherches critiques sur l'électrodynamique générale. *Ann. de Chim. et Phys.* (-), **18**, p. 145, 1902.

10. Oscillazioni elettriche.

Kiebitz F. Versuche über ungedämpfte elektrische Schwingungen. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **5**, p. 775, 1907.

Wien M. Verstimmung gekoppelter Systeme. *Ann. d. Physik.* (4) **25**, p. 7, 1898.

Heydweiller A. Ueber Dämpfung und Widerstand in Kondensatorfunken. *Ann. d. Phys.* (4), **25**, p. 48, 1908.

Schmidt K. E. F. Ueber die Messung der Dämpfung in elektrischen Schwingungskreisen. *Phys. Zeit.* **9**, p. 13, 1908.

Wien M. Ueber eine Methode zur Erzeugung schwach gedämpfter elektrischer Schwingungen. *Phys. Zeit.* **9**, p. 49, 1907.

Bulgakov N. Un commutateur rectifiant la décharge oscillatoire *Bull. de Pétersb.* p. 769, 1907.

Ekman V. W. Ueber die Schwingungen zweier benachbarter elektrischer Dipole. *Arkiv. för Mat. Astr. och Fysik.* **3**, n. 23, 1907.

Schaefer C. Theorie zweier Beugungsversuche mit elektrischen Wellen. *Arch. d. Math. u. Phys.* (3), **12**, p. 349, 1907.

Watson C. J. Electrical oscillations on helices. *Electrician.* **60**, p. 434, 1908.

11. Magneto-ed elettro-ottica.

Drepper F. Ueber anomale Dispersion der magnetischen Rotationspolarisation. 44 p. Diss. München, 1907.

Zeeaman P. The intensities of the components of spectral lines divided by magnetism. *Proc. Amsterdam.* **10**, p. 289, 1907.

Hull G. F. On the Doppler Effect in the Spectrum of H and of Hg. *Astrophys. Journ.* **26**, p. 117, 1907.

Dufour A. Sur un cas exceptionnel du phénomène de Zeemann. *Compt. Rend.* **146**, p. 148, 1908.

Carvallo J. Étude de la dispersion du sel gemme. Paris, 1907.

Lehmann W. Beiträge zur Kenntnis des Zeemannphänomens. *Zeit. f. Wiss. Phot.* **6**, p. 1, 1908.

Moore B. E. Ueber die Zerlegung der Spektrallinien von Ba, Yt, Zr, Os im magnetischen Felde. *Ann. d. Phys.* (1), **25**, p. 309, 1908.

12. Raggi Catodici, Röntgen, ecc.

Grelnacher H. Ueber die Klassifizierung der neueren Strahlen. *Naturw. Rund.* **23**, p. 17, 1908.

Bestelmeyer A. und **Marsh S.** Ueber das gemeinsame Auftreten von Strahlen + und — Elektrizität in verdünnten Gasen. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **5**, p. 758, 1908.

Konen H. Notiz über die Fluoreszenzfarben des Glases unter der Einwirkung von Kathodenstrahlen. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **5**, p. 774, 1907.

Klupathy E. Die magnetische Wirkung der Kathodenstrahlen. *Ann. d. Physik.* (4), **25**, p. 31, 1908.

Bumstead H. A. Bemerkung zu der Abhandlung des Herrn Angerer: Ursprung der Wärmeentwicklung bei Absorption von Röntgenstrahlen. *Ann. d. Phys.* (4), **25**, p. 132, 1908.

Bragg W. H. The Nature of γ and X-rays. *Nature.* **77**, p. 1908.

Gehlhoff G. Ueber Kathodengefälle und Spektren einiger zusammengesetzter Gase. 34 p. Berlin, 1907.

Chanoz M. Action des rayons X sur la plaque photographique. *Compt. Rend.* **146**, p. 172, 1908.

Barkla C. G. The Nature of Röntgen Rays. *Nature.* **77**, p. 319, 1908.

Schulze F. A. Auslösung Wehnelt'scher Kathodenstrahlen durch elektrische Wellen. *Märburger Ber.* p. 171, 1907.

Jensen C. Bemerkungen zu meiner Arbeit über Münzdurchdringungsbilder. *Ann. d. Phys.* (4), **25**, p. 185, 1908.

13. Radioattività e ionizzazione.

Rubens H. und **Ladenburg E.** Ueber die lichtelektrische Erscheinung an dünnen Goldblättchen. *Verh. Deut. Phys. Ges.* **5**, p. 749, 1907.

Mc Coy H. N. e **Ross W. H.** Radioattività specifica dell'uranio. *Journ. of the Amer. Chem. Soc.* **29**, n. 12, 1907.

Mc Coy H. N. e **Ross W. H.** Radioattività specifica del Torio e variazione dell'attività col trattamento chimico e col tempo. *Journ. of Amer. Chem. Soc.* **29**, n. 12, 1907.

Blanc G. A. Quelques problèmes actuels de radioactivité. *Radium.* **4**, p. 430, 1907.

Szilard B. Étude sur le radioplomb. *Compt. Rend.* **146**, p. 116, 1908.

Keffler M. Bestimmung der Absorptionskoeffizienten von Radiumemanation in Lösungen und Gemischen. *Phys. Zeit.* **9**, p. 6, 1908.

Seddy F. Die Wehnelt-Katode im hochgradigen Vakuum. *Phys. Zeit.* **9**, p. 8, 1908.

Sarasin E. und **Tommasina T.** Ueber die Spaltung der Entaktivierungskurve der induzierten Radioaktivität. *Phys. Zeit.* **9**, p. 53, 1908.

Meyer E. und **Regener E.** Ueber Schwankungen der radioaktiven Strahlung und eine Methode zur Bestimmung des elektrischen Elementarquantums. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **10**, p. 1, 1908.

- Stark J. Bemerkungen zu Herrn Kaufmanns Antwort auf einen Einwand von Herrn Planck. *Verh. d. Dcut. Phys. Ges.* 10, p. 14, 1908.
- Faust B. Was ist Radium? 13 p. Dresden. W. Ulrich, 1907.
- Bamberger M. Beiträge zur Radioaktivität der Mineralquellen Tirols. *Wien. Anz.* p. 478, 1907.
- Serviss S. B. The Internal Temperature Gradient of Metals. *Sill. Journ.* (4), 24, p. 451, 1907.
- Strutt B. J. Note on the Association of He and Th in Minerals, *Proc. Roy. Soc.* 80, p. 56, 1907.
- Hess V. F. Analyse der Strahlung der Radiobleie. *Wien. Anz.* p. 480, 1907.
- Schlundt H. und Moore R. B. Ein anomales Verhalten in der Radioaktivität einiger Uranverbindungen. *Phys. Zeit.* 9, p. 81, 1908.
- Ries Chr. Phosphor und Paraffinflamme im elektrischen Feld. *Phys. Zeit.* 9, p. 110, 1908.
- Roux J. Mobilité anormale des ions de quelques terres rares. *Compt. Rend.* 146, p. 174, 1908.
- Brochet A. Sur la radioactivité des eaux de Plombières. *Compt. Rend.* 146, p. 175, 1908.
- Cummingham J. A. u. Mukerji S. C. Der elektrische Zustand naszierender Gase. *Jahrb. der Radioakt. und Elektronik.* 4, p. 370, 1908.
- Rutherford E. Ueber Masse und Geschwindigkeit des von Radium und Aktinium ausgesandten α -Teilchens. *Jahrb. der Radioakt. und Elektronik.* 4, p. p. 1, 1907.
- v. Lerch F. Beitrag zur Kenntnis der Thorium Zerfallsprodukte. *Akad. d. Wiss. Wien.* 19 dicembre 1907.
- Sadzewicz M. Sur l'ainsi dite fatigue photo-électrique des plaques métalliques. *Krak. Anz.* p. 497, 1907.
- Ramsay W. Revue sur la dégradation des éléments. *Journ. Chim. Phys.* 5, p. 647, 1907.
- Crewther J. A. The fatigue of secondary radiation due to Radium rays. *Cambridge Phil. Soc.* 28 ottobre 1907.
- Wedekind F. Notiz über die Demonstration der Radiumemanation und die Radioaktivität des Uranylmolybdats. *Chem. Zeit.* 81, p. 1108, 1907.
- v. Bartal A. Ueber Lanciens radioaktive Molybdänsverbindung. *Chem. Zeit.* 81, p. 1156, 1907.
- Gaye C. E. Schildlof A. et Kernbaum M. Les rayons X ont ils une action sur les corps radioactifs. *Arch. de Genève.* (4), 25, p. 26, 1908.
- Sarasin E. Guye C. E. et Micheli F. J. Sur la radioactivité des eaux de Lavey-les Bains. *Arch. de Genève.* (4), 25, p. 36, 1908.
- Jaffé G. Ueber die Ionisation flüssiger Dielektrika durch Radiumstrahlen. *Ann. d. Phys.* (4), 25, p. 257, 1908.
- Deininger F. Ueber den Austritt negativer Ionen aus einigen glühenden Metallen und aus glühendem Calciumoxyd. *Ann. d. Phys.* (4), 25, p. 285, 1908.

14. Elettrotecnica. Telefonia e Telegrafia.

- Bruns J. Die Telegraphie in ihrer Entwicklung und Bedeutung. IV+135 p. Leipzig. B. G. Teubner, 1907.

- Thurn H. Die Funkentel-graphie. IV+112 p. Leipzig. B. G. Teubner, 1907.
- Riesesell P. Ueber die Theorie des Gleichstromgenerators. *Ann. d. Phys.* (4), **25**, p. 135, 1908.
- Zenneck J. Ueber die Wirkungsweise der Empfänger für gerichtete Telegraphie. *Phys. Zeit.* **9**, p. 50, 1908.
- Jentsch O. Neuorungen auf dem Gebiete der drahtlosen Telegraphie. *Elektr. Zeit.* **29**, p. 100, 1904.
- Drahtloses Fernsprechen nach de Forest. *El. u. Maschinenbau.* **26**, p. 57, 1908.
- Proeco W. Pupinspulen in Fernsprechleitungen. *Electrician.* **59**, p. 671, 689, 1907.

15. Unità.

16. Misura. Apparecchi.

- Berevitz D. Eine tragbare Messbrücke mit Galvanoskop für Widerstandsbestimmungen mittels Gleich- und Wechselstrom. *Elektr. Zeit.* **29**, p. 34, 1908.
- Springer F. W. Le dessin et la conduite des bobines à étincelles. *Electr. World.* **50**, n. 24, 1907.
- Lutz C. W. Ueber ein Saltonelektrometer. *Phys. Zeit.* **9**, p. 100, 1908.
- Grau A. und Russ F. Ueber die Potentialdifferenz des Gleichstromlichtbogens zwischen Metallelektroden. *Phys. Zeit.* **9**, p. 107, 1908.
- Scarpa O. Una semplice disposizione potenziometrica per misurare piccole forze elettromotrici. *Elettricista.* (2), **7**, p. 7, 1908.

H. Fisica terrestre e Meteorologia.

1. Generalità. Teoria.

- Chevallier A. Etude d'une série d'échantillons d'eau de mer récoltés dans la Manche. *Compt. Rend.* **146**, p. 46, 1908.
- Barus C. On distributions of nuclei in dustfree wet air and on methods of observation. *Amer. Phil. Journ.* **46**, p. 70, 1907.
- Gallenkamp W. Sur des mesures de l'évolution de la pluie. *Rev. néphol.* n. 22, p. 169, 1907.
- De Marchi L. La marea nel Mediterraneo. *Rend. Ac. Lincei.* (5), **17**, p. 12, 1^o sem. 1908.
- Williams A. G. Law of meteorological phenomena. *Roy. Soc. New. South. Wales.* 2 ottobre 1907.
- Thoulet J. Diminution de salure de l'eau de mer filtrée à travers du sable. *Compt. Rend.* **146**, p. 94, 1908.
- Osthoff H. Streifenwolken. *Met. Zeit.* **24**, p. 584, 1907.
- Mill H. R. Rainfall and Water-supply. *Nature.* **77**, p. 286, 1908.
- De Quervain A. Sur la formation de l'altocumulus castellatus et sur son importance pour la prévision des orages. *Compt. Rend. Soc. Helvétique.* 1907.
- Messner O. Können Luftdruckschwankungen den Erdboden deformieren? *Wetter.* **24**, p. 258, 1907.
- v. der Stok. J. P. The analysis of frequency-curves of the air-temperature. *Proc. Amsterdam.* **10**, p. 809, 1907.

Mémery H. L'état nuageux de l'atmosphère et l'aspect des taches solaires. *Rev. néphol.* 23, p. 182, 1907.

Thoulet J. Le couleur de la mer. *La Nature*. Novembre 1907.

Heidefleiss P. Witterungskunde für Landwirte. 82 p. Stuttgart. 1907.

Roller L. Pluie de pierres survenue à Tréles (Vaud) le 20 fév. 1907. *Arch. de Genève.* 112, p. 486, 1907.

Bentley W. A. Studies of frost and ice crystals. *Month. Weather Rev.* 35, p. 348, 1907.

Bracke A. Les orages. 16 p. Mons. Dequesne-Masquiller. 1907.

Lallemand C. Forecast and warnings. *Month. Weather Rev.* 35, p. 345, 1907.

2. Geodesia. Misura geodetica e di gravità.

Lallemann C. Sur la mesure des mouvements généraux du sol au moyen de nivellements répétés à de longs intervalles. *Compt. Rend.* 146, p. 64, 1908.

Himiker J. Ein neues Präzisionsnivellement auf den Grosseen St. Bernard. *Viarteljahr. Naturf. Ges. Zürich.* 52, p. 364, 1907.

3. Magnetismo terrestre. Correnti telluriche. Luce polare.

Moureaux Th. Sur la valeur des éléments magnétiques à l'Observatoire du Val-Joyeux au 1.er janvier 1908. *Compt. Rend.* 146, p. 45, 1908.

Chree C. Magnetic Declination at Kew Observatory. 1890-1900. *Roy. Soc. London.* 12 dicembre 1907.

Naito J. Curves of constant inclination. *Proc. Tokyo Math. Phys. Soc.* (2), 4, p. 147, 160, 1907.

Brückmann W. Das Vektorazimuth beim Beginn magnetischer Störungen. *Met. Zeit.* 24, p. 546, 1907.

Schuster A. The diurnal Variation of Terrestrial Magnetism. *Proc. Roy. Soc.* 80, p. 80, 1907.

Maurer H. Ueber reine Quadrantaldeviationen und ihre Kompensation. *Ann. d. Hydr.* 35, p. 544, 1907.

4. Studio dell'alta atmosfera.

Defant A. Ueber die Beziehung zwischen Druck und Temperatur bei mit der Höhe Temperaturgradienten. *Wien. Anz.* N. 20, p. 399, 1907.

Trabert W. Die Temperaturverteilung in grossen Höhen. *Met. Zeit.* 24, p. 565, 1907.

Cayon M. C. Température et mouvement des couches supérieures de l'Atmosphère. *Rev. Maritime.* Octobre 1907.

5. Meccanica e termodinamica dell'atmosfera. Venti.

v. Ficker H. Transport kalter Luftmassen über die Zentralalpen. *Denk. d. Wien. Akad.* 80, p. 181, 1907.

6. Ottica dell'atmosfera.

Tanakadate T. On the Theory of rainbow. *Proc. Tokyo Math. Phys. Soc.* (3), 4, p. 134, 1907.

Hammond C. M. Interesting lunar corona. *Mont. Weath. Rev.* 35, p. 319, 1907.

Bracke A. Arc en ciel blanc dans le brouillard. *Rev. néphol.* 22, p. 169, 1907.

Heller B. Un nouvel enregistreur d'orages. *Rev. néphol.* 23, p. 180, 1907.

Schlesinger A. and Blair G. P. Note an anomalous refraction. *Misc. Scient. papers of the Allegheny obs.* N. 18, 1907.

7. Elettricità Atmosferica.

Alexander W. H. A possible case of ball Lightning. *Month. Weath. Rev.* **35**, p. 310, 1907.

Lévy C. Curieux phénomènes électriques vus en ballon. *Aérophile*. **15**, p. 208, 1907.

Carpenter D. G. Le roulement du tonnerre. *Electr. World*. **50**, n. 24, 1907.

Langmuir I. Lightning phenomena. *Monthly Weather Rev.* **35**, p. 357, 1907.

8. Temperatura del suolo.

Wedderburn E. M. Recherches expérimentales sur les changements de température survenant dans les lacs d'eau douce. *Proc. Roy. Soc. Edinbourg*. **28**, n. 1, 1908.

9. Terremoti e Vulcani.

Oldham R. D. Sismographs and Seismograms. *Nature*. **77**, p. 246, 1907.

Agamennone G. Théorie des tremblements de terre. *Bull. Soc. Belg. d'Astron.* **12**, n. 11, 1907.

Rosenthal E. La propagation des ondes sismiques longues. *Bull. Soc. Belg. d'Astron.* **12**, n. 11, 1907.

Bigourdan G. Sur les principaux centres de tremblement de terre du sol de la France, et sur le réseau des stations sismiques qu'il conviendrait d'établir. *Compt. Rend.* **146**, p. 97, 1908.

Barus C. Note on volcanic activity. *Sill. Journ.* **24**, p. 488, 1907.

Wiechert E. und Zoeppritz K. Seismische Wellen. *Gött. Nachr.* IV, 1907.

Hobbs W. H. Ueber einige Prinzipien der seismischen Geologie. *Beit. z. Geophysik*. **8**, p. 219, 1907.

Knett C. G. Seismic radiations. *Roy. Soc. Edinburgh*. 29 gennaio 1908.

10. Climatologia.

Le Clerc J. A. The effect of climatic Conditions on the Composition of Durum Wheat. *Yearbook of the Depart. of Agriculture*. p. 199, 1907.

11. Calore solare e irraggiamento.

Smirnow D. Ueber die Wirkung der Glashülle bei den aktinometrischen Thermometern. *Met. Zeit.* **24**, p. 552, 1907.

12. Apparecchi.

Brownell S. A homemade air thermometer. *Scient. Amer.* **97**, p. 118, 1907.

Rykatohe W. Nouvel anémographe à pression de Rordanz. *Bull. Ac. Imp. Pétersbourg*. p. 581, 1907.

Steffens O. Ein neues Absorptionshygrometer nach Edelmann. *Mechan.* **15**, p. 241, 1907.

Nicholson W. A. Ein neues Aktinometer. *Phys. Zeit.* **9**, p. 18, 1908.

Lovibond J. W. On a method and apparatus for measuring fog densities. *Quart. Journ.* Ottobre 1907.

Child W. The Step-Anemometer. *Quart. Journ.* Ottobre 1907.

- Aitken J. Hygroscopes. *Sym. Met. Mag.* 1907.
 Inwards R. Weather whims. II. *Sym. Met. Mag.* 42, p. 126, 1907.
 Abbe C. Esby's nepheloscope. *School. Sc. and Math. Chicago.* 7, p. 586, 1907.
 Gorazinski L. Influence of the glass cover on actinometric thermometers. *Month. Weather. Rev.* 35, p. 358, 1907.

L. Storia della fisica.

- Wiedemann E. Zur Geschichte des Kompasses bei den Arabern. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* 5, p. 764, 1907.
 Wiedemann E. Ueber die Reflexion und Umbiegung des Lichtes von Nasir al Din al Tusi. *Eders. Jahrb.* 21, p. 38, 1907.
 Von Lippmann E. O. Chomisches und Physikalisches aus Platon. *Journ. f. prakt. Chem.* 76, p. 513, 1907.

M. Trattati.

- Kleiber J. und Scheffler H. *Elementar Physik.* München. Oldenburg. 1907.
 Lehmann O. *Leitfaden der Physik.* XVI+320 p. Braunschweig. Vieweg n. Sohn. 1907.
 Mach E. *Grundriss der Physik.* 376 p. Leipzig. G. Freytag. 1908.
 Kraus K. *Experimentierkunde.* 360 p. Wien. 1907.
 Mao Lean M. and Marohant E. W. *Questions in Electricity and Magnetism.* London, 1907.
 Fournier d'Albe E. E. *La nuova teoria dell'elettricità.* XXIII+332 p. Torino. Bocca. 1908.
 Wheeler W. H. *A practical manual of tides and waves.* VIII+201 p. London. 1907.
 Braver R. *Praktische Hydrographie.* 233 p. Hannover Jänecke. 1907.
 Zehnder L. *Grundriss der Physik.* XXXII+438 p. Tübingen Laupp. 1907.
 Demert E. *Das physikalische Praktikum.* X+94 p. Leipzig. 1907.
 Maillard A. *Le problème de physique élémentaire.* XII+420 p. Paris. Vuibert et Nony. 1908.
 Rosenberg K. *Lehrbuch der Physik.* III+360 p. Wien. Holder A. 1907.
 Wall C. *Eléments de Mécanique.* VII+248 p. Paris. Vuibert et Nony. 1907.
 Zeuner G. *Technical Thermodynamics.* 2 Vol. 472-564 p. London. Constable. 1907.
 Meisel F. *Elemente der geometrischen Optik.* 294 p. Hannover. M. Jänecke. 1908.
 Weber M. *Einführung in die Krystalloptik.* 17 p. München. J. Lindner. 1908.
 Brauer B. *Grundzüge der praktischen Hydrographie.* 233 p. Hannover. M. Jänecke. 1907.
 Boerner H. *Physikalisches Unterrichtswerk.* Berlin. Weidmann. 1907.
 Jost F. *Leitfaden für den physikalischen Unterricht.* VIII+80 p. Weimheim. F. Ackermann. 1908.
 Maupeou d'Ableiges. *Force et matière.* Paris. Gauthier-Villars. 1907.

A. POCHETTINO.

NOTIZIARIO

— È morto il Sig. B. L. I. Ellery, direttore della Specola astronomica di Melbourne.

— È morto il Sig. A. Hall, professore di astronomia all'Università Ann Arbor.

— È morto il Dott. R. Ferrini, ex professore di fisica tecnica al Politecnico di Milano.

— È morto all'età di 78 anni il Prof. C. V. Zenger, professore di Astronomia fisica all'Università ceca di Praga.

— È morto il Prof. A. Joung Direttore dell'Osservatorio astronomico dell'Università di Princeton.

— Il Prof. Lenard è stato nominato membro della Royal Institution e dell'Accademia delle Scienze di Budapest.

— Il Prof. W. Nernst è stato eletto presidente pel 1908 della società chimica tedesca.

— J. Rockefeller ha fatto all'Università di Chicago un nuovo dono di 2.191.000 di dollari; di questi 2.000.000 devono costituire un fondo di riserva i cui interessi serviranno per le spese annuali.

— Lord Newland ha donato 10.000 sterline all'Università di Glasgow.

— Lord Calthorpe ha donato 15, 000 sterline all'Università di Birmingham.

— Il Sig. Wills ha dato 2.500.000 franchi per l'erigenda Università di Bristol.

— Il nuovo Istituto di chimica dell'Università di Parigi avrà una fronte lunga 140 metri, e conterrà 2 grandi anfiteatri. Quattro padiglioni sono destinati ai laboratori di chimica generale, di chimica minerale, di chimica organica e di chimica fisica. I laboratori per la chimica applicata saranno situati in un altro gruppo di edifici. L'istituto s'inaugurerà nel 1910.

— Il 26 aprile avrà luogo a Berlino il quarto Congresso della società Röntgen. Durante il Congresso avrà luogo un'esposizione storica dei tubi Röntgen.

— Ecco, secondo l'« Archiv für Eisenbahnwesen », la statistica chilometrica delle strade ferrate del mondo.

Anno	Europa	America	Asia	Africa	Australia
1840	2925	4754			
1860	51862	59935	1393	455	367
1880	168983	174666	16287	4646	7847
1890	223441	330576	33172	9791	18947
1900	283878	402171	60301	20114	24014
1905	309323	460196	81421	26616	28069

Il capitale impegnato in tutte le ferrovie del mondo ammonta a circa 228 miliardi.

— A Montsouris esiste una scuola pratica di Astronomia aperta ai geografi, ai viaggiatori e in genere a tutte le persone che vogliono apprendere l'uso del sostante, del teodolite ecc.

— La Società francese di fisica ha intrapreso la pubblicazione di una raccolta delle costanti fisiche.

— In una grande miniera di carbone in Inghilterra si usa da tempo come esplosivo per le mine l'aria liquida; ottenendo così il vantaggio di non avere gas irrespirabili e fiamme che potrebbero determinare l'accensione del grisou.

— L'impianto di trasporto d'energia a distanza a tensione più elevata in Europa è quella di La Brillanne (Basses Alpes) che fornisce l'energia a Marsiglia. La tensione è di 50000 volta. Nell'impianto di trasporto d'energia dalla Plombière a Lione questa tensione sarà sorpassata di 6000 volta.

— L'Accademia di Vienna è riuscita a produrre gr. 2,6 di radio, quantità finora mai ottenuta, e che fu estratta dalle 10 tonnellate di Pechblenda poste dal governo austriaco a disposizione dell'Accademia. Le spese di estrazione ammontarono a 44.000 corone. Parte di questo radio fu messa a disposizione del Ramsay per le sue ricerche.

— Il Sig. De Forest ha composto un nuovo detector che ha per uno dei poli un becco Bunsen a gas, nella fiamma

del quale è posto un elettrodo che forma l'altro polo; su questo detector si trova in derivazione un telefono in serie con una pila.

— Il Sig. Dunwoody costruisce un detector per onde elettromagnetiche inserendo nel circuito un frammento di magnetite, per es. un cristallino.

— Il Sig. Mosler costruisce un detector mediante due elettrodi affacciati e posti in un recipiente contenente olio sotto pressione. Il Sig. Lepel invece pone una sfera e una lamina metalliche separate da un sottile strato di isolante e fortemente premute una contro l'altro.

— L'Allgemeine Elektrizitäts Gesellschaft propone come raddrizzatore di onde elettriche l'arco a mercurio che conviene per correnti di qualunque frequenza.

— Come ricevitore per la telefonia senza fili il De-Forest usa una lampada a tantalio i cui filamenti sono tenuti fra due lastrine di platino, una delle quali è unita al microfono e alla batteria, l'altra col circuito oscillante e l'aereo. Le correnti di scarica che attraversano il microfono subiscono alterazioni colle variazioni di temperatura del filamento della lampada.

— Il Sig. Poulsen per la telefonia senza fili impiega come apparato trasmittente un condensatore composto di un certo numero di lamine vibranti sotto l'influenza della voce umana. Si hanno così delle variazioni di capacità sufficienti per modificare le costanti del circuito trasmettitore in cui questo condensatore si trova intercalato. M. J. G. Guillen-Garcia ha presentato all'Accademia di Scienze ed Arti di Barcellona un metodo per trasmettere a distanza disegni per mezzo delle onde hertziane. Il metodo per la trasmissione dei disegni ricorda il *pantelegrafo dell'Abate Caselli*:

Un cilindro metallico intorno al quale è avvolto un foglio di stagnola su cui son tracciati i caratteri o il disegno da trasmettere, con inchiostro isolante gira con moto uniforme mentre uno stilo parimenti metallico percorre una sua generatrice con movimento lento ed uniforme. Costituendo il contatto rullo-stilo un tratto del circuito di un relais che comanda il primario di un rocchetto si hanno delle emissioni di

onde subordinate alla posizione dello stilo rispetto ai caratteri. Alla stazione ricevente trovasi un dispositivo di rullo e stile del tutto analoghi, solo che, in luogo della stagnola, trovasi un foglio di carte imbevuto di una soluzione di ferrocianuro di potassio: è ovvio come si ottenga la riproduzione esatta del disegno *se i due rulli girano con la stessa velocità*.

— Togliamo dalla nuova edizione del celebre trattato di Oceanografia del Krümmel le seguenti notizie: I sali sciolti nell'acqua del mare sono: Cloruro di sodio 77,8 ‰; Cloruro di magnesio 4,7 ‰; Solfato di calcio 3,6 ‰; Solfato di potassio 2,5 ‰; Carbonato di calcio 0,3 ‰ e Bromuro di magnesio 0,2 ‰, in tutto in media 35 grammi di sali per 1000 di acqua.

Il mare più ricco di sali è l'Atlantico 35,37 ‰, il più povero il Baltico con 7,8 ‰ soltanto.

La temperatura media dell'acqua del mare alla superficie è 17°,4, la massima (27°,4) è a 7° lat. N,

Degli oceani il più caldo alla superficie è il Pacifico (media 19°,1°) il più freddo è l'Atlantico (media 16°,9). La profondità a cui si fanno sentire le variazioni annue della temperatura oscilla fra i 300-400 m.

La temperatura media di tutta l'acqua del mare è 3°,8, degli oceani il più caldo è l'Atlantico (media 4°,0) il più freddo è il Pacifico (3°,7).

A 500 m. di profondità le lastre fotografiche più sensibili non sono impressionate anche dopo un'esposizione di 15'.

A 100 m. di profondità l'acqua del mare non presenta traccia alcuna di radioattività.

Il colore dell'acqua del mare dipende dalla grandezza delle particelle sospese, ove queste sono minutissime il colore è bleu e tende verso il verde ove le particelle sono più grandi.

— Ecco uno dei recenti metodi di telefotografia:

Facendo scorrere sulla superficie di una prova fotografica preparata su gelatina bicromatata una punta raccomandata al fondo mobile di un bicchiere di mercurio si ottengono dei spostamenti della superficie del liquido e conseguentemente varia la lunghezza della parte immersa di un sottile

filo di carbone di alta resistività: le variazioni di resistenza che ne seguono nel circuito di cui il contatto mercurio-carbone fa parte e che dipendono dalla « forma » della superficie producono alla stazione ricevente delle variazioni nella posizione di una penna comandata elettromagneticamente. È necessario il solito sincronismo fra il movimento del soggetto e del foglio su cui viene tracciata la fotografia trasmessa.

— Nel discorso tenuto nella seduta inaugurale dell'anno Accademico - nell'Istituto di Francia - il prof. Becquerel esamina quali siano i fondamenti della moderna teoria della materia. Dopo aver passato in rassegna le conquiste fatte recentemente sul dominio della fisica, egli si chiede se le idee attualmente accettate presentino poi quell'assoluto carattere di novità, che generalmente si attribuisce loro, oppure se non siano tali ipotesi già state ideate e presentate sotto altra forma da pensatori dell'antichità.

Ed infatti percorrendo le opere dei filosofi greci e latini si incontrano delle teorie le quali ci meravigliano per la straordinaria analogia presentata con quelle attualmente adottate dai fisici e dai chimici.

Così siamo stupiti il trovare in Empedocle affermata la legge della conservazione della materia, espressa nei termini stessi coi quali la potremmo esprimere al giorno d'oggi: nulla si crea, nulla si perde e così, nello stesso autore leggiamo che l'azione a distanza si spiega colla emanazione di particella di una materia di infinita divisibilità, che penetra tutti i corpi; le medesime emanazioni spiegano i fenomeni del magnetismo.

Leucippo e Democrito danno la definizione di atomo. Epicuro, in una lettera ad Erodoto, divide i corpi in due classi, i semplici ed i composti. Lucrezio poi parla di corpuscoli i quali vengono emessi dalla materia con velocità incommensurabile.

Passando al Medio-Evo, vediamo l'arabo Djafar chiedersi come mai si possa tentare di compiere, da noi che viviamo difficilmente cento anni la trasformazione dei metalli per la quale la natura impiega migliaia d'anni. Alberto Magno con-

sidera i vari metalli come forme diverse di una medesima materia fondamentale.

Cartesio, alcune centinaia d'anni dopo, dà una teoria dei magneti nella quale si trova già il concetto di linea di forza svolto poi da Faraday.

Si può dire che da Talete a Leibnitz i filosofi hanno emesso sulla costituzione della materia idee che la scienza moderna conferma sempre più. Becquerel termina con delle considerazioni su questa unità di interpretazioni date da ormai due mila anni all'insieme dei fenomeni fisici.

— Il Dott. A. Gleichen, redattore-direttore del giornale « Archiv für Optik », desidera render noto agli scienziati italiani che a lui (Berlin S. Freilingrathstrasse 13) possono essere indirizzate quelle pubblicazioni di ottica astronomica, fisica, geometrica, fotografica, fisiologica ecc. che essi abbiamo interesse a far conoscere. L'offerta gentile merita veramente, data l'importanza del giornale, la riconoscenza degli studiosi italiani

— Il giornale « Piccolo » di Trieste apre un concorso fotografico a premio. Sono escluse le diapositive o lavori che vogliano essere guardati per trasparenza. Il concorso si chiude il 31 gennaio 1909; i lavori vanno indirizzati alla Segreteria del giornale. I premi sono: un primo premio di 500 corone, 3 premi da 200 corone, uno per una fotografia presa a Trieste, uno per fotografie a colori sistema Lumière, e uno per serie di fotografie riproducenti le fasi successive di un'azione reale o fantastica; tre premi da 100 corone, uno per le fotografie riproducenti un punto di Trieste preso di notte, una per colui che avrà mandato il maggior numero di fotografie degne di venire esposte, uno per la fotografia più umoristica.

Responsabile: Prof. A. POCHETTINO.





Alvino

SULLA RADIAZIONE NOTTURNA.

ANTONINO LO SURDO.

Comunicazione letta al Congresso della Società Italiana di Fisica in Parma.

1. — Fra cielo e terra avviene mediante radiazioni un continuo scambio di calore. La terra perde continuamente l'energia che il suolo emette irraggiando, ma ne acquista una parte di quella che arriva ad essa dall'atmosfera, mediante radiazioni da questa emesse o diffuse.

Un tale scambio produce un raffreddamento sui corpi esposti all'aperto, se è maggiore l'energia da essi emessa: ciò avviene sempre di notte, e si dice che ha luogo allora il fenomeno della *radiazione notturna*.

La radiazione notturna, oltre che nella produzione di alcuni fenomeni meteorici, interviene come uno dei fattori più importanti da cui dipende lo stato termico della terra. Il suo studio presenta quindi un grande interesse scientifico, e per alcuni problemi, può avere quasi la stessa importanza di quello della radiazione solare.

Sulla radiazione notturna non si possiede così ricca messe di dati come sulla radiazione solare; però non mancano le ricerche in proposito, anche da parte di eminenti fisici.

Nello studio di questo fenomeno si incontrano gravi difficoltà, sia per la sua piccola intensità, sia perchè l'irraggiamento avviene non in una sola direzione, ma contemporaneamente contro l'intera volta celeste; e soltanto da pochi anni si dispone di mezzi sicuri e relativamente semplici per affrontare il grave problema.

Nella presente Nota, dopo una breve esposizione delle principali ricerche fatte fin'oggi sulla radiazione notturna, e alcune note di critica nella discussione dei risultati con esse ottenuti, descrivo le esperienze da me fatte a Napoli nella estate scorsa, soffermandomi sulle conclusioni nuove che se

ne possono trarre. Per ultimo accenno ad un metodo di misura, da me ideato, che applicherò prossimamente.

2. — Il raffreddamento di un corpo esposto all'aperto di notte, pare sia stato studiato per primo dal Wilson ¹⁾ nel 1783, ed esperienze dello stesso genere di quelle del Wilson, tendenti solo a stabilire la differenza di temperatura fra l'aria ed alcuni corpi in diverse condizioni di esposizione rispetto all'irraggiamento di notte, furono fatte successivamente da Six ²⁾, da Wells ³⁾, che primo diede un'interpretazione giusta del fenomeno, da Boussingault ⁴⁾, da Pouillet ⁵⁾, da Glaisher ⁶⁾.

Il Melloni ⁷⁾ nel 1846 ne fece uno studio molto accurato e riuscì a mostrare come il raffreddamento è tanto maggiore, quanto più grande è il potere emissivo della superficie esposta. Egli adoperava tre termometri i cui bulbi erano rivestiti da un piccolo cilindro di lamina d'argento: per due, la superficie esterna di questo era speculare; per uno, era annerita con nero fumo. Ogni termometro veniva collocato col bulbo nel fondo di un recipiente tronco-conico di latta, munito di coperchio nella parte superiore che formava la base più ampia. I tre termometri erano sostenuti da treppiedi alti circa 50 cm., di modo che venivano a trovarsi così nello stesso strato orizzontale d'aria. Il Melloni fece le prime esperienze il 17 settembre 1846 con tempo bello e calmo, esponendo i tre termometri su una terrazza a 15 metri dal suolo, nella *vallata della Lava* situata tra Napoli e Salerno. Dopo un'ora di esposizione entro i recipienti chiusi dal coperchio, alle ore nove e trenta minuti di sera i tre termometri segnavano sensibilmente la stessa temperatura di 17°,1; togliendo però il coperchio al recipiente contenente il termometro con involucro annerito, e ad uno dei due contenenti quello ad involucro speculare, la temperatura del primo co-

1) Edimburg Phil. Trans., t. I, p. 158.

2) Six's posthumous Works; Canterbury 1794.

3) Ann. de Ch. et de Phys.; tome V. 1817, p. 183.

4) Pogg. Ann., II Serie, I.

5) Pouillet, Éléments de Physique, 4. Ed. (1844).

6) Philosoph. Trans., 1847.

7) Ann. de Ch. et de Phys., 3.me série, XXII (1844) p. 129.

minciò a discendere rapidamente tanto da raggiungere 10 minuti dopo il massimo abbassamento di $3^{\circ},4$, mentre la temperatura dei due termometri ad involucro speculare, sì nel recipiente aperto, come nel chiuso, era rimasta sensibilmente costante. La temperatura tornava ad esser poi la stessa per tutti e tre i termometri, poco dopo richiusi i due recipienti aperti.

Il Melloni colle sue esperienze mostrò all'evidenza la vera causa del raffreddamento notturno, e diede la spiegazione di molti fatti che derivano da esso.

Oltre le ricerche del Melloni si ebbero dopo quelle di Frölich ¹⁾, quelle fatte da Langley ²⁾, durante la celebre spedizione al Monte Whitney nel 1881, collo stesso metodo adoperato da Melloni, e quelle di Bartoli e Stracciati ³⁾.

3. — Maurer ⁴⁾ fece pel primo a Zurigo nel 1887 delle misure sull'intensità della radiazione notturna, determinandola dalla perdita di calore che subisce nell'unità di tempo l'unità di superficie annerita con nero fumo, quando è esposta all'aperto orizzontalmente.

Successivamente vengono le ricerche del Pernter ⁵⁾ fatte sul Sonnblick nel 1888, quelle di Homén ⁶⁾ in Finlandia nel 1897, di Exner ⁷⁾ sul Sonnblick nel 1903, di Angström ⁸⁾ a Upsala nel 1905.

Maurer osservava il raffreddamento di un disco di rame, avente una faccia annerita con nero fumo rivolta allo zenit, mediante un termometro introdotto in un canale sottile scavato radialmente nel disco. Una custodia riparava il disco dall'irraggiamento non noto dei dintorni; attraverso ad un foro circolare dello stesso diametro del disco, praticato in essa, si

1) Rep. f. Met. 1876.

2) Langley - Researches on solar heat. Washington 1884.

3) Boll. Acc. Gioenia. Fasc. XVI, Catania 1890.

4) Sitzber. der Ak. der Wissensch. zu Berlin, 1887 p. 925.

5) Sitzber. Ak. der Wiss. zu Wien, 1888.

6) Homén. Der tägliche Wärmeumsatz im Boden, und die Warmestrahlung zwischen Himmel und Erde. Leipzig 1897.

7) Met. Zeitschrift; 1903; p. 409.

8) Nova Acta R. S. S. Upsaliensis; Ser. IV, vol. 1, N. 2.

poteva lasciare irraggiare la superficie annerita verso una parte limitata del cielo intorno allo zenit.

La quantità di energia irraggiata nell'unità di tempo, dall'unità di superficie annerita, verso quella regione limitata del cielo si calcolava servendosi della relazione fra l'abbassamento di temperatura del disco, dopo un determinato tempo di esposizione, ed il tempo stesso :

$$(1) \quad \theta_0 - \theta = \frac{\sigma F}{hO} (1 - e^{-mz}) ;$$

dove :

$$m = \frac{hO}{Mc}$$

in essa θ_0 indica la temperatura iniziale del disco, che è quella costante della custodia, θ la temperatura di esso funzione del tempo z ; σ la quantità suddetta di energia da dedurre, O la superficie esterna totale del disco, F quella della faccia affumicata, h il coefficiente di conducibilità esterna del disco, ed Mc l'equivalente in acqua del disco col termometro. Per z non molto grande il Maurer calcola σ coll'espressione ottenuta dalla (1):

$$(2) \quad \sigma = \frac{Mc}{zF} \left[(\theta_0 - \theta) + (\theta_0 - \theta) \frac{mz}{2} \right] .$$

Per determinare m egli lasciava irraggiare il disco fino ad avere una differenza di temperatura δ_n tra esso e la custodia, dopo chiudeva il foro di questa ed osservava le differenze di temperatura δ in funzione del tempo z . Queste, introdotte nella relazione :

$$(3) \quad \lg \text{ nat} \left(\frac{\delta_n}{\delta} \right) = mz ,$$

gli permettevano di calcolare m . Maurer applicava poi alcune formule del Christiansen ¹⁾, per determinare il rapporto fra la radiazione attraverso il foro della custodia, quale veniva

1) Pogg. Ann., N. F., XIX.

determinata coll'esperienza, e quella contro l'intera volta celeste.

Pernter nelle sue misure osservava il raffreddamento di un termometro il cui bulbo annerito con nero fumo era esposto alla radiazione. L'apparecchio del quale si serviva era un attinometro di Violle ¹⁾ così modificato, che sull'involucro si potesse aprire un'ampia finestra per lasciare irraggiare il bulbo del termometro contro buona parte della volta celeste. Una formula del tipo di quella di Maurer, che il Pernter, approfittando di alcune considerazioni teoriche di Ferrel ²⁾, applicava in questo caso, permetteva di calcolare il valore dell'intensità della radiazione notturna, intesa come da Maurer, dal raffreddamento che subisce il termometro quando viene esposto per un determinato tempo.

Homén adoperava per la misura della radiazione notturna il piroeliometro differenziale di Angström ³⁾ a dischi calorimetrici. Due dischi circolari di rame massicci in tutto simili, piccoli, aventi una faccia annerita con nero fumo rivolta verso l'alto, vengono esposti alternativamente alla radiazione. Per mezzo di un termoelemento attaccato alla loro parte posteriore e collegato con un galvanometro aperiodico, si può conoscere la differenza di temperatura fra di essi. Quando la differenza di temperatura δ fra il disco la cui superficie annerita di area s irraggia, e l'altro riparato, assume un certo valore, si sposta lo schermo riparando la superficie che prima irraggiava, ed esponendo quella già riparata.

Osservato il tempo t necessario perchè la differenza di temperatura δ si inverta, per δ non grande l'intensità Q della radiazione può venire calcolata mediante la formula:

$$(4) \quad Q = \frac{2 W \delta}{a s t}$$

dove con W si indica l'equivalente in acqua di uno dei dischi, e con a il coefficiente di assorbimento della superficie annerita.

1) Ann. de Ch. et de Physique; Serie V, tomo X, p. 289; 1877.

2) Ferrel, Recent advances of Meteorology.

3) Wied. Ann., 39, p. 294.

Homén faceva anche di giorno delle misure di radiazione verso il cielo, e allora riparava il disco esposto dalla radiazione diretta del sole mediante un doppio schermo di alluminio, opportunamente collocato. Lo schermo che doveva riparare dalla radiazione verso il cielo l'altro disco coprendolo interamente, era di alluminio a forma di cono a doppia parete.

4. — Un notevole progresso venne apportato coll'applicazione del metodo di compensare il calore perduto nell'irraggiamento per mezzo di quello che si può conoscere facilmente, sviluppato dalla corrente elettrica, opportunamente usata.

Il primo tentativo fu fatto da Exner, il quale usò per le misure di radiazione sull'alto Sonnblick il piroeliometro a compensazione elettrica di Angström ¹⁾, modificato opportunamente. Questo consiste essenzialmente in due strisce metalliche identiche molto sottili, che sono annerite da una parte e provviste di una saldatura termoelettrica dall'altra. I due termoelementi sono connessi con un galvanometro sensibile, il quale deve servire ad indicare se le due strisce hanno la stessa temperatura. Queste sono fissate su un telaio, e contenute entro un tubo che fa da custodia; tutto l'insieme per mezzo di due viti può essere diretto in modo che la radiazione solare penetrando per una apertura della custodia vada a cadere normalmente sulle superficie annerite delle strisce. Per la misura, si fa arrivare la radiazione su una sola di queste, mentre nell'altra, che viene inserita in un circuito comprendente una pila un reostato e un milliamperometro, si fa passare una corrente elettrica opportunamente regolata in modo che fra di esse si abbia l'equilibrio di temperatura.

L'Exner, per far servire questo stesso apparecchio nella misura della intensità della radiazione notturna, accorciò il tubo di custodia così che le superficie annerite potessero irraggiare in tutte le direzioni contro l'intera volta celeste; e vi adattò inoltre uno schermo di forma opportuna. Per la misura disponeva il piano delle strisce orizzontale, poi collo schermo

1) Wied. Ann., 67, p. 633.

riparava soltanto una di esse, mentre in quella esposta mandava la corrente di compensazione. Dalla nota di Exner non si rileva come egli abbia fatto a calcolare l'intensità della radiazione notturna, conoscendo l'intensità della corrente elettrica e le costanti del piroeliometro; si deve ritenere quindi che egli abbia applicato la stessa formola che serve per la radiazione solare, il che, come avremo occasione di osservare in seguito, è lecito di fare. Lo schermo adoperato, riparava in parte anche la striscia che doveva invece liberamente irraggiare, e perciò Exner aggiungeva ai valori trovati un termine di correzione calcolato per l'angolo visuale riparato, in base ai risultati già trovati da Homèn.

Knut Angström recentemente nel suo apparecchio per la misura della intensità della radiazione notturna ha applicato la compensazione elettrica per ristabilire l'equilibrio di temperatura fra due strisce metalliche, che a causa del diverso potere assorbente delle loro superficie, quando vengono esposte alla radiazione contemporaneamente, perdono quantità differenti di energia. Le due strisce, di lamina sottilissima di platino, hanno eguali dimensioni; una è annerita con nero di platino e nero fumo, l'altra è speculare. Sulla parte posteriore di ciascuna di esse è attaccata, coll'interposizione di una sottile foglia di mica, un'altra striscia eguale di rame: e la grossezza di tutto il sistema è di pochi centesimi di millimetro. Le due strisciette di rame sono congiunte fra loro mediante un filo di costantana, e due fili pure di rame, che chiudono il circuito termoelettrico sopra un galvanometro.

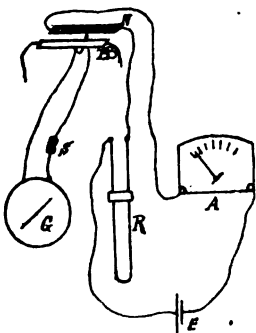


Fig. 1.

Attraverso alla striscia annerita N (fig. 1) o alla speculare B, si può far passare una corrente di compensazione la cui intensità si regola opportunamente mediante un reostato R, e si determina al milliamperometro A. Per la misura l'apparecchio si colloca all'aperto ed in modo che le due strisce di platino possano liberamente irraggiare verso il cielo. Da

prima si chiude con un coperchio la custodia entro cui, distese una accanto all'altra, sono tenute le striscie, e si aspetta che il galvanometro collegato alla coppia termoelettrica non devii chiudendo la chiave s : allora la temperatura all'interno è uniforme, e si toglie il coperchio.

La striscia annerita comincia a raffreddarsi più della speculare, ma si regola convenientemente la corrente di compensazione attraverso ad essa, per modo che il galvanometro ritorni allo zero.

L'Angström dal fatto che il flusso di calore che arriva alle saldature deve essere eguale nell'una e nell'altra striscia quando avviene la compensazione, e coll'ipotesi che i poteri assorbenti delle due superficie esposte siano costanti, arriva ad esprimere l'intensità della radiazione notturna mediante la formula:

$$(5) \quad Q = K i^2 (1 + \alpha t).$$

In questa con i è indicata l'intensità della corrente di compensazione, con t la temperatura delle striscie che si legge su un termometro il cui bulbo è dentro la custodia, con α il coefficiente di temperatura per la resistenza della strisciolina di platino. Per la determinazione della costante K dell'apparecchio che si usa, l'Angström espone questo alla radiazione in circostanze in cui sia applicabile con buona approssimazione la legge di Stefan, quindi osserva i e t . A tal fine l'apparecchio O (fig. 2) viene posto nel centro di una semisfera S di sottile lamina di rame annerita accuratamente, con ossido di rame e nero fumo, nella parte che guarda O .

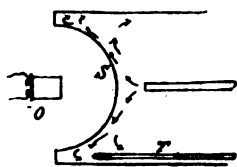


Fig. 2.

Essa forma il fondo di un cilindro cavo, entro cui arriva un forte getto di acqua, il quale allargandosi sulla semisfera la mantiene ad una temperatura che si può ritenere con sufficiente approssimazione la stessa di quella indicata dal termometro T . Con i si indichi l'intensità della corrente necessaria per l'equilibrio di temperatura fra le stri-

scie così esposte, con T e θ rispettivamente le temperature assolute delle striscie e della semisfera. Dalla relazione :

$$Q = K t^2 (1 + \alpha t) = \sigma (T^4 - \theta^4)$$

si calcola K , conoscendo σ , la costante di emissione del corpo nero, per la quale l'Angström assume il valore dato da Kurlbaum : ¹⁾

$$\sigma = 7,68 \cdot 10^{-11} \text{ (gr. cal., cm}^2, \text{ minuto).}$$

L'Angström ha raddoppiato il numero delle striscie, disponendo alternativamente le due speculari e le annerite alla distanza di circa un millimetro una dall'altra, e afferma di avere diminuito con tale disposizione l'effetto delle correnti di aria. La sensibilità, come è evidente, risulta certamente maggiore che con due sole striscie.

5. — I risultati ottenuti dai diversi sperimentatori si possono dividere in due gruppi. Nel primo, sono da mettere insieme tutti quelli delle esperienze fatte da Wilson fino a Bartoli ²⁾, citate nel § 3: risultati dai quali non si può trarre alcun indizio relativo al valore della intensità della radiazione notturna, poichè le differenze di temperatura ottenute (fino a 12°) dipendevano anche dal potere emissivo e dalla conducibilità esterna della superficie dei bulbi dei termometri, dalla

1) Wied. Ann. 65. p. 746.

2) Bartoli e Stracciati eseguirono sull'Etna delle osservazioni usando un termometro o una pila termoelettrica o anche un bolometro, muniti di involucro protettore, che essi lasciavano irraggiare contro regioni limitate del cielo, col proposito di misurare l'intensità della radiazione notturna; ma sulle loro esperienze abbiamo solo una Nota (quella già citata), nella quale sono esposti i risultati preliminari. E per quanto questi risultati non appaiono dedotti da vere misure dell'intensità della radiazione, pure hanno una certa importanza. Essi sono in sostanza i seguenti:

1° Il raggiamento nello spazio decresce col crescere dell'angolo che la direzione dei raggi fa con la verticale, con una legge che può essere espressa, ma soltanto in via approssimativa, dalla formula: $r = \alpha p^s$, dove α e p sono costanti, ed s rappresenta la massa atmosferica attraversata dal raggio.

2° Con cielo perfettamente sereno il raffreddamento di un corpo nero che raggia verso un dato spazio celeste, è indipendente dallo stato igrometrico, mentre dipende dal valore assoluto della tensione del vapor acqueo nell'atmosfera, crescendo quel raffreddamento col decrescere di questa.

capacità termica di essi, dalla temperatura ambiente e dei dintorni, ecc. : condizioni queste in massima parte non riferite.

Le differenze trovate da due diversi sperimentatori, come è evidente, non sono confrontabili; in alcuni casi esse furono anche minori là dove la radiazione doveva senza dubbio essere più intensa : così per es. nel caso delle esperienze di Langley, che sull' alto Monte Whitney, a più di 4000 m. sul livello del mare, ottenne una media differenza di $4^{\circ},3$, mentre Pouillet a Parigi aveva ottenuto più del doppio ! Tuttavia le dette esperienze furono sufficienti per spiegare dei fatti importanti, come l' influenza della radiazione sul raffreddamento notturno, sulla formazione della rugiada, ecc.

Nel secondo gruppo si possono raccogliere tutti i risultati delle ricerche fatte da Maurer fino ad Angström (§§ 4 e 5) : e qui ne faccio un breve cenno.

Maurer e Pernter considerarono la intensità della radiazione notturna come una quantità costante di notte con cielo sereno. Già prima Melloni aveva implicitamente supposto la stessa cosa, poichè si trova affermato nelle sue memorie che un corpo esposto durante la notte all' azione di un cielo ugualmente puro e sereno si raffredda sempre della medesima quantità, qualunque sia la temperatura dell'aria. Ma siccome l' intensità della radiazione notturna dipende anche dalle radiazioni emesse e diffuse dall' atmosfera e dalla temperatura della superficie raggianti, così essa evidentemente non può suporsi costante.

Homén fece una serie di misure per stabilire l'andamento della radiazione tra cielo e terra nel giorno e nella notte, e costruì le curve di questo andamento in alcune giornate particolarmente favorevoli. Le importanti conclusioni che Homén dedusse da tutte le osservazioni da lui fatte dal 12 Agosto al 3 Ottobre 1896 nei pressi del Lojosee, a 63 metri sul livello del mare, sono in sostanza le seguenti :

« Con cielo chiaro ha luogo sempre, anche a mezzogiorno, una radiazione di calore dalla terra verso la volta celeste nel senso stesso della notte ; però se il cielo è annuvolato, di giorno ha luogo sempre una radiazione in senso inverso. Di notte anche se il cielo è completamente annuvolato, la ra-

diazione ha sempre lo stesso senso ». Tali conclusioni però meritano conferma con mezzi più sicuri.

Exner, sul Sonnblick, (3106 m.), fece circa 70 misure tra il tramonto e l'alba, ma non dà che la media di quelle fatte in notti diverse alle stesse ore.

Angström nella sua memoria riporta alcune misure fatte per mostrare un esempio dell'uso del suo metodo.

Dei valori trovati dai diversi sperimentatori, si ha un cenno nella seguente tabella :

Intensità della radiazione notturna (gr. cal., cm², minuto).

Sperimentatore	Data	Posto d'osservazione	Temp. dell'aria	Ora	Valore trovato	
Maurer	13-18. VI, 1887	Zurigo	15° a 18°	21 ^a a 23 ^a	0.128	Media di 3 osservazioni. Fatto con cielo chiaro e senza nubi.
Pernter	20, II, 1888 Id.	Sonnblick (3106 m). Rauris (800 m.) (alle falde del Sonn- blick)	8°	20 ^a Id.	0.201 0.151	Gielo chiaro senza nubi.
Homén	12, VIII a 3, X, 1896	Lojosee			Fino a 0.22	Dalle curve dell'andamento nei giorni chiari senza nubi.
Exner	Giugno, luglio 1902	Sonnblick		dalle 21 ^a alle 3 ^a	Valori compresi fra 0.18 e 0.20	Medie di 70 determinazioni.
Id.	1, VII, 1902	Id.		4 ^a , 30'	0.268	Valore massimo osservato.
Angström	Maggio-Novembre 1904	Upsala			Fino a 0.176	Valori ottenuti in 25 determinazioni.

Le ricerche sulla radiazione notturna dei primi quattro sperimentatori hanno portato un notevole contributo, poichè si è potuto stabilire l'ordine di grandezza intorno al quale pur variando, essa si mantiene in una notte senza nubi. Non si può però accordare ai risultati la fiducia che ad essi hanno dato gli stessi sperimentatori; e ciò per le notevolissime cause di errore che intervengono nei metodi usati, e che rendono tanto più grave la loro influenza inquantochè l'intensità della radiazione è relativamente molto debole. Basterà citare per esempio: la grande incertezza relativa al coefficiente di conducibilità esterna dei corpi raggianti, il modificarsi delle condizioni dell'aria e delle correnti di convezione dentro l'involucro di riparo all'inizio e durante una misura, e l'irraggiamento degli schermi.

Inoltre, nel metodo di Maurer si misura la radiazione contro una parte limitata del cielo intorno allo zenit, e si calcola poi quella contro l'intera volta celeste in base alle formole del Christiansen, considerando questa come un piano indefinito uniformemente raggiante. Contro una parte limitata del cielo hanno fatto le loro misure anche gli altri, apportando poi delle correzioni o coll'ipotesi sopra detta, oppure, come ha fatto Exner, in base a risultati ottenuti da altri sperimentatori che avevano operato in condizioni diverse.

Obiezioni di questo genere non possono farsi al metodo di Angström. Resta per esso l'incertezza relativa alla costanza dei poteri assorbenti della superficie del platino speculare e annerito, ed al fatto che la superficie della semisfera adoperata per la determinazione di K , non irraggia come il corpo nero. È da osservare però che per le onde lunghe le variazioni dei poteri assorbenti delle superficie suddette sono piccole, e il rame annerito si discosta poco dal corpo nero; quindi gli errori che ne possono derivare è probabile rientrino nei limiti dell'approssimazione.

6. — Ho avuto a mia disposizione, per gentile concessione del prof. Chistoni, un'apparecchio fatto costruire dall'Angström stesso, per eseguire le misure col suo metodo: e quindi ho potuto occuparmi anch'io dell'importante argomento. Come stazione per le misure ho scelto la terrazza più alta dell'Isti-

tuto di Fisica Terrestre dell'Università di Napoli, a circa 60 m. sul livello del mare, che si trova in condizioni adatte, essendo molto sopraelevata sulle costruzioni circoscriventi. E qui riassumo brevemente l'ordine e i risultati delle determinazioni da me fatte nella estate scorsa.

Lo studio dell'andamento della radiazione venne fatto nelle sole notti nelle quali il cielo si mantenne costantemente e completamente libero da nubi; il che, a dir vero, avvenne poche volte. Con cielo in parte coperto da nubi poco si può trarre dalle osservazioni, poichè allora la intensità della radiazione è variabile da momento a momento secondo la forma e l'estensione di esse, e può anche essere molto diversa nello stesso tempo, per posti distanti appena qualche chilometro fra loro. Nelle notti serene facevo le determinazioni ad intervalli di circa un'ora, tenendo nota anche della temperatura dell'aria e della tensione del vapor d'acqua nell'atmosfera. La curva caratteri-

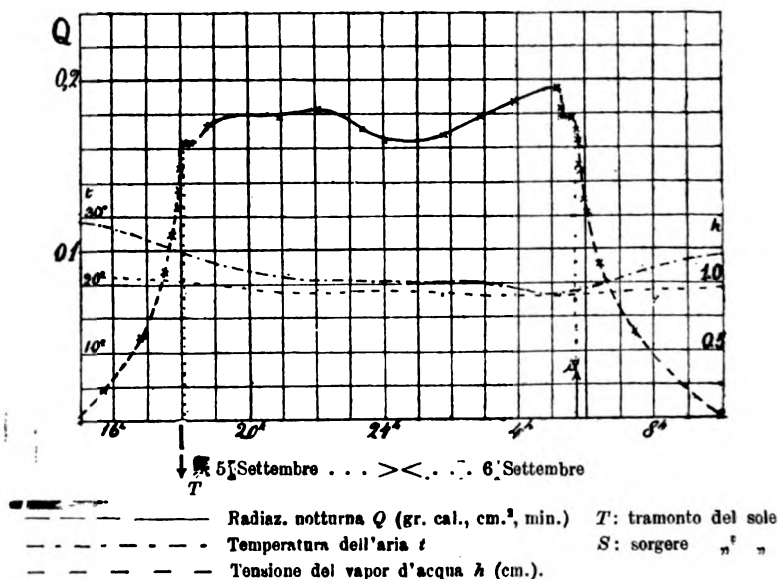


Fig. 3.

stica di questo andamento è quella della fig. 3, che è costruita dalle osservazioni fatte dal 5 al 6 settembre, con condizioni

particolarmente e costantemente favorevoli. Essa rappresenta le osservazioni fatte di notte e anche di giorno. Siccome i valori osservati di giorno devono ritenersi più grandi dei reali per la ragione che dirò poi, così ho tratteggiato i relativi rami della curva.

Da tutte le osservazioni fatte ho potuto dedurre:

1) La radiazione notturna alle 21^h aveva sempre raggiunto un valore vicino al massimo (all'incirca più grande degli otto decimi) che si riscontrava durante tutta la notte con cielo costantemente senza nubi; così per esempio dalla fig. 3 si rileva che l'intensità della radiazione notturna già alle 21^h era di 0,178 (gr. cal., cm²., minuto) cioè circa i nove decimi del massimo osservato durante la notte. Da ciò si deduce che volendo avere un'idea approssimativa della radiazione durante la notte basta fare le osservazioni alle 21^h.

2) Nella notte si hanno due massimi, uno qualche ora dopo il tramonto e l'altro poco prima dello spuntare del sole.

3) L'intensità della radiazione aumenta rapidamente prima del tramonto ed al crepuscolo, diminuisce rapidamente quando incomincia ad albeggiare; ma nel corso della notte le sue variazioni sono relativamente piccole.

4) Il valore più grande dell'intensità della radiazione fu osservato il 5 settembre, mezz'ora prima del sorgere del sole, con condizioni particolarmente favorevoli, e ammontò a 0,196. Tra tutti i valori osservati alle 21^h, con condizioni atmosferiche comunque, il minimo si ebbe il 16 settembre con cielo completamente annuvolato, e ammontò a 0,08, che è all'incirca la metà della media dei valori che si ottennero in serate chiare alla stessa ora.

7. — L'Angström perviene alla formola (5) ponendo costanti i poteri assorbenti della superficie annerita con nero di platino e nero fumo, e del platino speculare. Ciò si può ritenere per le radiazioni che si hanno di notte; ma di giorno una parte dell'energia emessa e diffusa dall'atmosfera, è costituita da radiazioni di piccola lunghezza d'onda, per le quali il platino speculare ha un potere assorbente più grande, mentre quello della superficie annerita rimane press'a poco lo stesso.

L'effetto di ciò è di far aumentare la corrente di compensazione che deve attraversare la striscia annerita, e quindi di dare per la intensità della radiazione un valore più grande del vero. È questa la ragione per la quale ho tracciato nella curva come dubbiosi i tratti corrispondenti alle ore di luce. Per queste misure fatte di giorno escludevo la radiazione diretta del sole con un doppio schermo, posto a sufficiente distanza perchè l'angolo visuale riparato fosse piccolo. Dai valori quali risultano dalle misure, da ritenersi più grandi del vero, si dedurrebbe:

1) Dopo lo spuntar del sole e prima del tramonto, la radiazione ha ancora per alcune ore il senso stesso della notte; ma in un intervallo intorno al mezzogiorno (non rappresentato nella fig. 3) essa risulta invertita.

Nasce subito il dubbio, per quanto è stato ora accennato, che questo primo fatto non risulti sicuramente stabilito dai valori osservati. Qui però è da osservare che essendo piccola, come è evidente, la parte di energia di corte lunghezze d'onda (radiazioni diffuse) poco prima del tramonto o dopo il sorgere del sole, l'effetto prodotto nelle misure per il diverso potere assorbente del platino, non può esser tale da invertire il segno dei valori trovati. Ed infatti, dalle misure stesse fatte coll'apparecchio di Angström risultava che poco prima del tramonto o dopo del sorgere del sole, la radiazione non solo aveva il segno stesso della notte, ma il suo importo non differiva che poco da quello massimo che si ha dopo delle 21^h. È lecito supporre che la quantità di energia emessa dall'atmosfera di giorno sia maggiore che di notte; se noi ammettiamo pure che sia la stessa, allora l'importo delle differenze fra i valori della intensità della radiazione prima e dopo il tramonto e il sorgere del sole, rappresenta la parte di energia diffusa dall'atmosfera, cioè quella di corte lunghezze d'onda. Ma queste differenze, come si è detto, risultavano sempre piccole, perciò è da ritenere che l'effetto prodotto dal diverso potere assorbente del platino sulle misure fatte coll'apparecchio di Angström sia piccolo, quindi i valori osservati prima del tramonto e dopo il sorgere del sole non possono essere che molto prossimi ai veri, e si può ritenere vero il fatto già enunciato.

Ad esempio, dalla fig. 3 si rileva che la radiazione quando già era buio ammontava a 0,174 (18^h, 40'), mentre prima del tramonto a 0,160.

Che ci sia sempre un intervallo intorno al mezzogiorno durante il quale la radiazione ha senso inverso di quello della notte, risulta allora confermato; anzi è da ritenere, per quanto è detto sopra, che esso sia più grande di quello che non si rilevi dalle osservazioni fatte. In base a queste durò dalle 11^h alle 15^h nella giornata più chiara, e da circa un'ora dopo del sorgere del sole ad altrettanto prima del tramonto, in un giorno con cielo completamente annuvolato.

Homén aveva invece osservato (§ 6), che con cielo chiaro, la radiazione, anche a mezzogiorno ha il senso stesso della notte. Io non escludo che egli abbia potuto sperimentare in condizioni atmosferiche più favorevoli alla radiazione delle mie; ma se si pon mente che egli adoperava per riparare alternativamente uno dei dischi calorimetrici un doppio schermo di alluminio a forma di cono, e che la parte esterna di questo schermo era di giorno esposta alla radiazione solare; si può pensare che un piccolo sopraelevamento di temperatura subisse anche la superficie interna dello schermo. Ciò poteva, per la piccola intensità della radiazione e col metodo da lui usato, fargli ottenere dei valori diversi e anche di segno contrario al reale.

2) Subito dopo il tramonto e prima dello spuntare del sole si ha rispettivamente nel ramo ascendente ed in quello discendente della curva che rappresenta l'andamento della radiazione notturna, quasi sempre un flesso. (fig. 3).

Un fatto del genere di questo fu già intravisto dall'Exner nelle sue misure sul Sonnblick; egli ha anzi osservato un notevole aumento della radiazione al momento del tramonto e dello spuntare del sole.

Appare strana una causale coincidenza di questi due fatti, per quanto ottenuti in condizioni diverse, specialmente per l'altitudine; e viene spontanea l'idea che ci possa essere tra essi una relazione: è necessario prima di tutto però avere una conferma tanto dell'uno quanto dell'altro. Ed infatti, l'Exner

esprime il dubbio che l'aumento osservato possa esser stato prodotto da qualche causa d'errore a lui rimasta ignota; d'altra parte anche il fatto da me notato potrebbe attribuirsi alla variazione del potere assorbente medio del platino speculare per la totale radiazione dell'atmosfera. Ciò avviene al sorgere e al tramonto del sole, poichè allora si ha rispettivamente un aumento e una diminuzione della parte di energia di piccole lunghezze d'onda. Sarebbe quindi molto interessante studiare, con mezzi d'indagine più adatti, queste particolarità dell'andamento della radiazione notturna.

8. — Accennerò finalmente ad una disposizione da me ideata per misurare l'intensità della radiazione notturna; mi riservo però di riferire sui risultati che con essa si possono ottenere, quando tempo e mezzi mi avranno permesso di fare le opportune ricerche.

Alle due estremità di un pezzo di tubo di ottone nichelato (fig. 4) sono disposte due sottili strisce metalliche m, m' annerite e preparate in

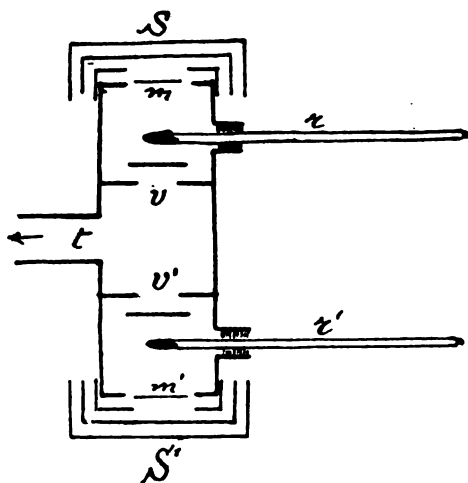


Fig. 4.

tutto come quelle che servono per il piroelio-
metro di Angström; quindi anche provvi-
ste posteriormente di
elemento termoelet-
trico, che è formato
da una sottile lamina
di rame isolata me-
diante mica, e di un
fio di costantana sal-
dato nel centro di
essa. Due doppi scher-
mi $s s'$, aventi la for-
ma che si vede nella

figura, possono riparare completamente dalla radiazione le due strisce annerite. Una lieve corrente d'aria di aspirazione, ottenuta mediante un aspiratore collegato al tubo t , quando sono aperte le due valvole $v v'$, entra dall'esterno, lambisce la su-

perficie interna degli schermi, le striscie e i bulbi dei due termometri $r r'$. La disposizione dei circuiti è la stessa di quella del piroeliometro di Angström: le laminette di rame sono poste in comunicazione con un sensibile galvanometro per mezzo di un circuito tutto di rame; una delle striscie piroelometriche (nel caso della radiazione di notte, quella che si espone) è inserita nel circuito della corrente di compensazione, comprendente come al solito la pila un milliamperometro e un reostato.

Per la misura, si incomincia col disporre il tubo verticalmente; allora, per il modo come sono fissate su di esso le striscie, le superficie annerite di queste risultano disposte orizzontalmente rivolte verso l'esterno del tubo. Per mezzo della corrente d'aria di aspirazione si ristabilisce l'equilibrio di temperatura fra le laminette protette dagli schermi, e coll'esterno; quindi si toglie lo schermo alla parte superiore e, se la radiazione ha il senso della notte, si ristabilisce l'equilibrio di temperatura nel modo già noto, mandando la corrente di compensazione nella striscia superiore.

Con tale disposizione l'intensità della radiazione notturna si calcola per mezzo della stessa formola che serve nelle determinazioni piroelometriche secondo Angström. Ed infatti la quantità di calore, espressa in piccole calorie, sviluppata dalla corrente al minuto per cm.^2 di striscia, è data dall'espressione:

$$q = 60 \frac{r i^2}{4.19 b}$$

dove con i si indica l'intensità della corrente in ampère, r la resistenza in ohm per cm. di lunghezza della striscia, b la larghezza di questa in cm. Questa quantità di calore deve compensare quella perduta per la radiazione, cioè la differenza $e - s$ fra l'emessa e l'assorbita dal nero fumo, e potendo questo essere considerato nel nostro caso come un corpo grigio, dotato cioè di un potere assorbente costante, si porrà:

$$e - s = a [E - S]$$

dove con E si indica l'emissione del corpo assolutamente nero, e con S l'intensità delle radiazioni che vi arrivano. Noi deter-

miniamo nella misura la quantità q , che è uguale ad $e - s$.
Quindi mediante la formola :

$$Q = 60 \frac{r t^2}{4.19 a b}$$

possiamo conoscere $E - S$. Questa differenza misura la *quantità di calore (in gr. cal.) perduta dall'unità di superficie assolutamente nera (cm.²), nell'unità di tempo (minuto)*, cioè l'*intensità della radiazione notturna* quale si avrebbe alla superficie di un corpo assolutamente nero che si trovasse alla temperatura dell'aria ambiente, indicata esattamente dai termometri collocati nella corrente di aspirazione. L'effetto delle correnti d'aria è allora molto ridotto, e si possono collocare facilmente schermi senza che vi sia irraggiamento tra le laminette ed essi ; così sarà possibile anche misurare, come intendo di fare, la radiazione verso le singole regioni del cielo.

9. — Come per i fenomeni dipendenti da cause complesse di origine meteorica, così per radiazione notturna si potranno trarre conclusioni ben fondate ed anche relazioni nuove, da annate di osservazioni fatte in posti diversi. È necessaria quindi l'opera di molti sperimentatori, che sarebbe bene venisse promossa e guidata dalle stesse Società scientifiche già organizzate per lo studio della radiazione solare, al quale studio la conoscenza della radiazione notturna può anche portare un contributo non lieve, per le ben note relazioni tra l'assorbimento e l'emissione.

Dopo la lettura della presente comunicazione il prof. Puccianti aveva obiettato 1) dovermi ritenere, in linea generale, difettoso di base teorica le misure della radiazione notturna fatte usando il nero fumo. Egli però poi mi scrisse in proposito quanto segue:

“ Quando io nell'adunanza della Società di Fisica tenuta a Parma nel Settembre scorso, affermai che il nero fumo si allontana per le grandi lunghezze d'onda dal corpo nero, ricordavo benissimo di avere ricavato ciò da un trattato autorevole. E veramente nel *Cours de Physique* del Jamin si trova (Vol. III, fascicolo 3°, pag. 135 ; Ediz. 1887) una tabella dove il potere assorbente della biacca è posto 150 (nero fumo = 100). Ma ciò è un errore di stampa.

Quindi all'uso del nero fumo per le misure della radiazione notturna non si può applicare la mia obiezione.

LUIGI PUCCIANTI ..

1) Nuovo Cimento. Serie V. vol. XIV, Dicembre 1907, p. XXXVII.

SULL'EQUAZIONE DELLE MEMBRANE VIBRANTI.

Memoria di PIERINA QUINTILI.

L'equazione $\Delta_1 u + \lambda u = 0$ differisce profondamente dalla $\Delta_1 u = 0$. Una funzione u che risolva la $\Delta_1 u = 0$ è definita, come sappiamo, dai suoi valori al contorno, mentre per una funzione u che risolva l'equazione che vogliamo ora studiare, esiste una successione di valori della costante λ per i quali ciò non avviene. Il più piccolo di questi valori, che indicheremo con λ_m , si può chiamare *valore fondamentale* perchè corrisponde, nel caso di due sole variabili, al *tono fondamentale* di una membrana tesa.

Schwarz dimostra ¹⁾ che, se un certo campo τ racchiude un altro campo τ' il valore del λ_m relativo a τ è minore di quello relativo a τ' . Un'altra dimostrazione, più semplice, di questo teorema, è dovuta al Picard ²⁾.

Il Prof. Orlando ha, recentemente, pubblicato un lavoro ³⁾ nel quale, prescindendo dal teorema di Schwarz, determina un limite inferiore per questo valore fondamentale λ_m . Una lettura superficiale potrebbe far credere che i risultati del metodo che l'autore espone fossero contenuti in cose già note, ma noi vogliamo far vedere come il metodo in parola abbia molta efficacia in casi che sfuggono ad altri metodi, o che, almeno, si presenterebbero complicatissimi, quando si volessero altrimenti trattare.

In questo lavoro l'autore considera il più piccolo cerchio, nell'interno del quale si può racchiudere un dato campo τ ,

1) "Integration der partiellen Differentialgleichungen $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + p u = 0$ unter vorgeschriebenen Bedingungen". Gesammelte Abhandlungen Berlin. 1890, pag. 261 e seg.

2) "Sur quelques applications de l'équation fonctionnelle de M. Fredholm". Rendiconti Circolo Matematico di Palermo. Anno 1906, tomo XXII, pag. 241-259.

3) "Sull'equazione differenziale $\Delta_1 u + \lambda u = 0$ ". Rendiconti Accad. Lincei. 1907. Vol. XVI. Serie V, pag. 244-248.

di estensione finita, e detto R il raggio di questo cerchio, determina un campo di numeri complessi (altro cerchio con centro nell'origine e raggio uguale a $\frac{4}{R^2}$) tale che, per ogni valore di λ ivi contenuto, l'unica soluzione dell'equazione

$$(1) \quad \Delta_1 u + \lambda u = 0$$

corrispondente ad $u = 0$ in ogni punto del contorno σ , sia $u = 0$ nell'interno del campo τ considerato.

Sostituendo nella nota formula di Green

$$2\pi\phi = \int_{\sigma} \phi \frac{d}{dn} \left(\log \frac{1}{r} - G \right) d\sigma - \int_{\tau} \left(\log \frac{1}{r} - G \right) \Delta_1 \phi d\tau$$

alla funzione generica ϕ la funzione u , della quale è, per la (1)

$$\Delta_1 u = -\lambda u$$

e supposto $u = 0$ in ogni punto del contorno σ , si ha l'altra

$$(2) \quad 2\pi u = \lambda \int_{\tau} \left(\log \frac{1}{r} - G \right) u d\tau$$

nella quale però non si conosce il valore di u che figura sotto il segno integrale. Con facili considerazioni l'autore stabilisce che la funzione $\log \frac{1}{r} - G$ è positiva in tutto il campo τ , come è chiaro, tende all'infinito nel polo $r = 0$.

Il concetto fondamentale di questo lavoro è di ridurre la questione di fissare un limite inferiore per λ all'esame dell'integrale

$$\int_{\tau} \left(\log \frac{1}{r} - G \right) d\tau$$

Per dimostrare come questa riduzione possa farsi, consideriamo l'equazione

$$2\pi u = - \int_{\tau} \left(\log \frac{1}{r} - G \right) \Delta_1 u d\tau$$

e poniamo $u = H - f$, dove H è una funzione che verifica in ogni punto interno al campo τ l'equazione $\Delta_1 H = 0$ e, in ogni

punto del contorno e l'altra, $H = f$. Sostituendo allora questo valore nella formula precedente, avremo

$$2\pi(H - f) = \int_{\tau} \left(\log \frac{1}{r} - G \right) \Delta_1 f d\tau$$

dove supponiamo che la funzione f , che prende al contorno il valore H , abbia il Δ_1 noto in tutto il campo considerato.

Se chiamiamo con m il minimo valore che prende nel campo τ la funzione $|\Delta_1 f|$, avremo

$$2\pi(H - f) > m \int_{\tau} \left(\log \frac{1}{r} - G \right) d\tau$$

e, se M rappresenta il massimo valore che nel campo τ assume $|H - f|$, è evidente che si ha

$$\int_{\tau} \left(\log \frac{1}{r} - G \right) d\tau < 2\pi \frac{M}{m}.$$

Ricordiamo che la funzione $\log \frac{1}{r} - G$, posta sotto il segno integrale, è sempre positiva nell'interno di tutto il campo τ , e poniamo

$$(3) \quad |\lambda| = \frac{m}{M} \alpha \quad \text{dove } 0 < \alpha < 1.$$

Applicando il metodo delle approssimazioni successive il Prof. Orlando dimostra che, con questa ipotesi, deve essere $u = 0$ in ogni punto del campo τ .

Infatti, posto in prima approssimazione,

$$2\pi(u + \varepsilon_1) = 0$$

sarà

$$\varepsilon_1 = -\frac{\lambda}{2\pi} \int_{\tau} \left(\log \frac{1}{r} - G \right) u d\tau$$

L'errore ε_1 , che si commette nella determinazione di u , è tale che, detto U il limite superiore dei valori di $|u|$ nell'interno del campo τ , per la formula (3) e per il primo teorema della media si ha

$$|\varepsilon_1| < \alpha U$$

Ponendo, come seconda approssimazione,

$$2\pi(u + \varepsilon_2) = \lambda \int_{\tau} \left(\log \frac{1}{r} - G \right) (u + \varepsilon_1) d\tau = 0$$

troviamo che il nuovo errore

$$\varepsilon_2 = \frac{\lambda}{2\pi} \int_{\tau} \left(\log \frac{1}{r} - G \right) \varepsilon_1 d\tau$$

è tale che

$$|\varepsilon_2| < |\alpha \varepsilon_1| < \alpha^2 U$$

e così continuando, troviamo che l'errore

$$\varepsilon_v = \frac{\lambda}{2\pi} \int_{\tau} \left(\log \frac{1}{r} - G \right) \varepsilon_{v-1} d\tau$$

verifica la disuguaglianza

$$|\varepsilon_v| < |\alpha \varepsilon_{v-1}| < \dots < |\alpha^{v-1} \varepsilon_1| < \alpha^v U.$$

Ma, per $v = \infty$ è $\lim \alpha^v = 0$ (se $\alpha < 1$) quindi, poichè con questo metodo otteniamo sempre zero con una approssimazione minore di una quantità presa piccola a piacere, la funzione u , come è evidente, deve essere, sempre che valga la (3), nulla in ogni punto del campo τ .

La formula (3) viene in tal modo ad imporre una condizione al valore di λ . È chiaro che il valore fondamentale deve essere maggiore di tutti i valori di λ che verificano quella relazione (3)

Applicando lo stesso metodo, l'autore trova che l'unico integrale u dell'equazione (1) è

$$\left\{ \begin{aligned} u(x, y) = & F(x, y) + \frac{\lambda}{2\pi} \int_{\tau} \left(\log \frac{1}{r} - G \right) F(\xi, \eta) d\tau + \\ & + \left(\frac{\lambda}{2\pi} \right)^2 \int_{\tau} \left(\log \frac{1}{r} - G \right) \left[\int_{\tau_1} \left(\log \frac{1}{r} - G \right) (F \xi_1, \eta_1) d\tau_1 \right] d\tau + \dots \end{aligned} \right.$$

dove si è posto

$$F(x, y) = \int_{\tau} u \frac{d}{dn} \left(\log \frac{1}{r} - G \right) d\tau$$

Le funzioni r e G che figurano sugli integrali in $d\tau$ sono funzioni di $x, y; \xi, \eta$ mentre, le stesse funzioni, che figurano negli integrali in $d\tau_v$, sono funzioni di

$$\xi_{v-1}, \eta_{v-1}; \xi_v, \eta_v.$$

Nel caso del cerchio, che l'autore svolge nel suo lavoro, detto ρ il raggio vettore misurato dal centro di un circolo di raggio R , si pone

$$f = \rho^2 = x^2 + y^2$$

e considerando una funzione H , che verifichi in ogni punto interno al campo τ l'equazione $\Delta_r H = 0$ e in ogni punto del contorno σ l'altra $H = f$, si ha la formula

$$2\pi(H^2 - \rho^2) = 4 \int_{\tau} \left(\log \frac{1}{r} - G \right) d\tau.$$

Ma le funzioni H ed f , come è evidente, sono positive in tutto il campo τ , ed il loro massimo valore è R^2 : dunque sarà

$$2\pi R^2 > 4 \int_{\tau} \left(\log \frac{1}{r} - G \right) d\tau$$

quindi

$$\int_{\tau} \left(\log \frac{1}{r} - G \right) d\tau < \pi \frac{R^2}{2}.$$

Poichè nell'interno di quel cerchio con centro nell'origine non possono cadere valori speciali di λ , il più piccolo modulo di questi valori, che abbiamo chiamato valore fondamentale e che, come dicemmo, indicheremo con λ_m , sarà maggiore di $\frac{4}{R^2}$.

Ricordiamo che il valore del λ_m per il cerchio era già stato determinato da altri autori¹⁾ e si era trovato che, questa costante è, all'incirca, uguale a $\frac{5,76}{R^2}$ dove 5,76 è il quadrato di 2,4 valore approssimato della più piccola radice della funzione

1) Cfr. Riemann-Weber. "Die partiellen Differentialgleichungen der mathematischen Physik". Vol. II, § 104, pag. 261.

J_0 di Bessel: il risultato ottenuto nel suo lavoro dal Prof. Orlando concorda con questo ma ne è, evidentemente, meno preciso.

Il caso di un rettangolo di lati a e b è riferito anch'esso nel trattato di Riemann-Weber già citato¹⁾ e si sa che, per questo campo, è

$$\lambda_m = \pi^2 \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right).$$

Per ogni altro campo interno al rettangolo, il λ_m ha un valore maggiore²⁾.

Supponendo che, nella formula precedente, b tenda all'infinito, si potrebbe passare alla considerazione di un arbitrario campo limitato fra due rette parallele distanti a fra di loro, e si ricaverebbe

$$\lambda_m = \frac{\pi^2}{a^2}$$

risultato che il Picard³⁾ trova direttamente. Ma poichè per questo passaggio si presentano alcune delicate questioni di rigore, noi le eviteremo, limitandoci allo studio di campi chiusi. Applicando il metodo esposto dal Prof. Orlando ad un campo chiuso contenuto in una striscia, si trova

$$\lambda_m > \frac{8}{a^2}$$

risultato vero, ma contenuto nel precedente.

Ciò premesso, come già dicemmo, vogliamo passare allo studio di altri campi e, applicando il metodo esposto, determinare un limite inferiore per il valore fondamentale λ_m .

1) — Cominciamo col considerare un campo r contenuto in una ellissi di semiassi m e n . Supposta l'origine delle coordinate nel centro dell'ellissi, si ha l'equazione

$$\frac{x^2}{m^2} + \frac{y^2}{n^2} = 1.$$

1) Vol. II, § 99, pag. 252.

2) Boggio. " Sull'equazione del moto vibratorio delle membrane elastiche „ Rendiconti Accad. Lincei. Vol. XVI. Serie 5.a. 2° semestre, fasc. 6°, pag. 386-393.

3) " Memoire sur la théorie des équations et de la méthode des approximations successives „ Journal de Mathématique, 1890. " Traité d'Analyse „ tomo II, pag. 26, 1.a edizione.

Poniamo allora

$$f = \frac{x^2}{m^2} + \frac{y^2}{n^2}$$

e diciamo H una funzione tale che, sul contorno σ verifichi l'equazione $H = f$ e, nell'interno del campo τ verifichi l'altra $\Delta_1 H = 0$. Poichè, come è evidente, troviamo subito che deve essere $H = 1$ in ogni punto del campo τ , per la formula di Green avremo dunque

$$2\pi(1-f) = - \int_{\tau} \left(\log \frac{1}{r} - G \right) \Delta_1 (1-f) d\tau.$$

Ma è

$$\Delta_1 (1-f) = -\Delta_1 f = -2 \left(\frac{1}{m^2} + \frac{1}{n^2} \right)$$

quindi, sostituendo, si ha

$$2\pi(1-f) = 2 \left(\frac{1}{m^2} + \frac{1}{n^2} \right) \int_{\tau} \left(\log \frac{1}{r} - G \right) d\tau.$$

Ma la funzione f prende sull'ellissi il massimo valore 1 e non è mai negativa nell'interno, quindi sarà

$$2\pi > 2 \left(\frac{1}{m^2} + \frac{1}{n^2} \right) \int_{\tau} \left(\log \frac{1}{r} - G \right) d\tau.$$

perciò

$$\int_{\tau} \left(\log \frac{1}{r} - G \right) d\tau < \pi \frac{m^2 n^2}{m^2 + n^2}$$

allora, per le considerazioni che ci hanno condotti alla formula (3), noi ricaviamo

$$\lambda_m > 2 \frac{m^2 + n^2}{m^2 n^2}.$$

Se all'ellissi considerata circoscriviamo un rettangolo di lati $2m$, $2n$, si ha che il λ'_m relativo al rettangolo è dato da

$$\lambda'_m = \pi^2 \left(\frac{1}{(2m)^2} + \frac{1}{(2n)^2} \right) = \frac{\pi^2}{4} \cdot \frac{m^2 + n^2}{m^2 n^2}.$$

Ma già dicemmo che, se ad un campo τ circoscriviamo un altro campo τ' , il λ_m relativo al campo τ è maggiore del λ'_m relativo al campo τ' , quindi sarà

$$\lambda_m > \frac{\pi^2}{4} \cdot \frac{m^2 + n^2}{m^2 n^2}.$$

Osserviamo però che è, approssimativamente, $\frac{\pi^2}{4} = 2,467$ quindi, essendo

$$\frac{\pi^2}{4} \cdot \frac{m^2 + n^2}{m^2 n^2} > 2 \frac{m^2 + n^2}{m^2 n^2}$$

risulta verificato che il metodo esposto nel suo lavoro dal Prof. Orlando è esatto, ma, come prima, meno vantaggioso dell'altro che si deduce dalla considerazione di Schwarz.

Noi però ci proponiamo ora di dimostrare in quali casi quel metodo è anche vantaggioso.

2). — Passiamo allora alla considerazione di un campo τ contenuto in una corona circolare di raggi R e kR , supposto $k < 1$. Ponendo

$$f = x^2 + y^2$$

troviamo, come già nel caso del cerchio

$$2\pi(H - f) = 4 \int_{\tau} \left(\log \frac{1}{r} - G \right) d\tau.$$

Ma il limite superiore per H ed f è R^2 mentre il limite inferiore per queste due funzioni è $k^2 R^2$, dunque sarà

$$2\pi R^2(1 - k^2) > 4 \int_{\tau} \left(\log \frac{1}{r} - G \right) d\tau$$

ovvero

$$\int_{\tau} \left(\log \frac{1}{r} - G \right) d\tau < \frac{\pi}{2} R^2(1 - k^2)$$

perciò ricaviamo,

$$\lambda_m > \frac{4}{R^2(1 - k^2)}.$$

Osservando che il cerchio di raggio R racchiude dentro di sè la corona circolare considerata, deve essere il λ'_m relativo a questo cerchio, minore del λ_m relativo al nostro campo r , ma, già trovammo per il cerchio,

$$\lambda'_m = \frac{5,76}{R^2}$$

quindi sarà

$$\lambda_m > \frac{5,76}{R^2}.$$

Vediamo ora quale dei due limiti così determinati per λ_m è più approssimato: se

$$\frac{4}{R^2(1-k^2)} > \frac{5,76}{R^2}$$

il metodo esposto è vantaggioso.

Determiniamo allora fra quali limiti deve esser compreso k perchè la disuguaglianza sussista. Poichè deve essere

$$\frac{4}{1-k^2} > 5,76$$

sarà ancora

$$1-k^2 < \frac{4}{5,76}$$

ovvero

$$k^2 > 0,3055$$

quindi, se k verifica la limitazione

$$0,55 < k < 1,$$

il metodo esposto dal Prof. Orlando è vantaggioso.

3). — Sia ora, per fare un altro esempio, il campo r contenuto fra due ellissi di equazioni rispettive

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{x^2}{m^2} + \frac{y^2}{n^2} = 1 \\ \frac{x^2}{k^2 m^2} + \frac{y^2}{k^2 n^2} = 1, \end{array} \right.$$

dove supponiamo, come nel caso della corona circolare, precedentemente trattato, $k < 1$.

Poniamo

$$f = \frac{x^2}{m^2} + \frac{y^2}{n^2}$$

e, definita la funzione H nel modo solito, per la formula di Green avremo:

$$2\pi(H - f) = 2\left(\frac{1}{m^2} + \frac{1}{n^2}\right) \int_{\tau} \left(\log \frac{1}{r} - G\right) d\tau.$$

Osserviamo che un limite superiore per le due funzioni H ed f è 1, ma il minimo per queste due funzioni (positive) è k^2 , quindi un limite superiore per $H - f$ sarà $1 - k^2$: avremo perciò la disuguaglianza

$$\pi(1 - k^2) > \left(\frac{1}{m^2} + \frac{1}{n^2}\right) \int_{\tau} \left(\log \frac{1}{r} - G\right) d\tau$$

ovvero

$$\int_{\tau} \left(\log \frac{1}{r} - G\right) d\tau < \pi(1 - k^2) \frac{m^2 n^2}{m^2 + n^2}.$$

Quindi, applicando il metodo solito, sarà

$$\lambda_m > \frac{2(m^2 + n^2)}{m^2 n^2 (1 - k^2)}.$$

Circoscriviamo ora all'ellissi esterna il rettangolo di lati $2m$ e $2n$. Il valore fondamentale di λ relativo a questo rettangolo è

$$\lambda'_m = \frac{\pi^2}{4} \cdot \frac{m^2 + n^2}{m^2 n^2}$$

come già abbiamo precedentemente trovato; quindi, per il teorema di Schwarz dovrà essere

$$\lambda_m > \frac{\pi^2}{4} \cdot \frac{m^2 + n^2}{m^2 n^2}.$$

Perciò, se sussiste la disuguaglianza

$$\frac{2(m^2 + n^2)}{m^2 n^2 (1 - k^2)} > \frac{\pi^2}{4} \cdot \frac{m^2 + n^2}{m^2 n^2}$$

ovvero, se

$$\frac{2}{1-k^2} > \frac{\pi^2}{4}$$

il metodo esposto è vantaggioso.

Quindi, per

$$k^2 > 0,1804$$

il primo limite trovato per λ_m è più approssimato del secondo, che abbiamo ora determinato, applicando il teorema di Schwarz. Dunque, se k è vincolato dalla limitazione

$$0,43 < k < 1$$

il metodo del Prof. Orlando è vantaggioso.

4). — Vogliamo ora passare allo studio di un campo contenuto in un segmento di parabola limitato dalla retta $x=h$. L'equazione della parabola, riferita all'asse ed alla tangente nel vertice come assi x ed y , è

$$y^2 = 2px.$$

Assumiamo allora

$$f = 2px - y^2$$

e, definita H come nei casi precedenti, poichè è

$$\Delta_1 f = -2$$

avremo, applicando la formula di Green

$$2\pi(H - f) = 2 \int_{\tau} \left(\log \frac{1}{r} - G \right) d\tau.$$

Osserviamo che, crescendo x la funzione f cresce; ma poichè, al massimo, è $x=h$, un limite superiore per H e per f sarà $2ph$, quindi, poichè il minimo per la funzione f è lo zero, avremo

$$2ph\pi > \int_{\tau} \left(\log \frac{1}{r} - G \right) d\tau$$

ovvero

$$\int_{\tau} \left(\log \frac{1}{r} - G \right) d\tau < 2\pi p h.$$

Quindi, il valore fondamentale di λ in questo campo sarà, come risulta dal metodo precedentemente esposto,

$$\lambda_m > \frac{1}{p h}.$$

Circoscriviamo ora al segmento di parabola considerato il rettangolo di lati h e $2\sqrt{2hp}$. Sarà, per questo campo,

$$\lambda'_m = \pi^2 \left(\frac{1}{h^2} + \frac{1}{8ph} \right) = \frac{\pi^2}{8ph^2} (8p + h)$$

quindi il valore fondamentale di λ , relativo al campo contenuto nel segmento di parabola, sarà

$$\lambda_m > \frac{\pi^2}{8ph^2} (8p + h).$$

Poichè, come è evidente, sussiste la disuguaglianza,

$$\frac{1}{ph} < \frac{\pi^2}{8ph^2} (8p + h)$$

ovvero,

$$\pi^2 (8p + h) > 8h \quad (\text{perchè } \pi^2 > 8)$$

per questo campo considerato il metodo che stiamo studiando è giusto, ma non è vantaggioso.

5). — Consideriamo invece un campo τ compreso fra due parabole, di equazioni

$$\begin{cases} y^2 = 2px \\ y^2 = 2p(x - h) \end{cases}$$

e la retta

$$x = h.$$

Poniamo

$$f = 2px - y^2$$

ed osserviamo che è

$$\Delta_x f = -2.$$

Sulla parabola esterna è, come è evidente, $f=0$, mentre sulla parabola interna si ha $f=2pk$, ed è chiaro che questo rappresenta il massimo valore di quella funzione nel campo τ considerato.

Se definiamo H nel modo solito, il limite superiore della funzione $H - f$ è $2pk$, quindi si ricava

$$\int_{\tau} \left(\log \frac{1}{r} - G \right) d\tau < 2\pi pk$$

e, applicando il metodo esposto, troviamo

$$\lambda_m > \frac{1}{pk}.$$

Ma, circoscrivendo a quest'area il rettangolo di lati h e $2\sqrt{2pkh}$ si ha, come già trovammo,

$$\lambda'_m = \frac{\pi^2}{8pk^2}(8p+h)$$

quindi è

$$\lambda_m > \frac{\pi^2}{8pk^2}(8p+h).$$

Se sussiste la disuguaglianza

$$\frac{1}{pk} > \frac{\pi^2}{8pk^2}(8p+h)$$

il procedimento esposto è vantaggioso.

Trasformando agevolmente questa disuguaglianza, troviamo che deve essere

$$k < \frac{8h^2}{\pi^2(8p+h)}$$

perchè il metodo che qui stiamo studiando sia vantaggioso.

6). — Passiamo ora alla considerazione di un triangolo rettangolo e cerchiamo un limite inferiore per il valore fondamentale λ_m in questo campo.

Ponendo l'origine delle coordinate in quello fra i due angoli acuti del triangolo rettangolo che è $\leq \frac{\pi}{4}$, possiamo rappresentare con le rispettive equazioni

$$\left\{ \begin{array}{l} y = 0 \\ y = m z \\ x = h \end{array} \right.$$

i tre lati del triangolo considerato.

Prendiamo allora per f la funzione

$$f = m x y - y^2$$

ed osservando che è

$$\Delta_z f = -2$$

si ha, per la solita formula di Green,

$$2\pi(H - f) = 2 \int_{\tau} \left(\log \frac{1}{r} - G \right) d\tau.$$

Ma osserviamo che sulle rette

$$\left\{ \begin{array}{l} y = 0 \\ y = m z \end{array} \right.$$

è $f = 0$, mentre, questa funzione si conserva positiva in tutto il campo τ . Col crescere di x la funzione f evidentemente cresce, dunque, nel triangolo, i suoi massimi valori possono trovarsi soltanto sul lato $x = h$.

Ma per $x = h$ è $f = m h y - y^2$ che è massima per $y = \frac{m h}{2}$, quindi il massimo valore per le due funzioni H ed f è $\frac{m^2 h^2}{4}$, mentre il loro minimo è lo zero, dunque sarà

$$\pi \frac{m^2 h^2}{4} > \int_{\tau} \left(\log \frac{1}{r} - G \right) d\tau$$

ovvero

$$\int_{\tau} \left(\log \frac{1}{r} - G \right) d\tau < \pi \frac{m^2 h^2}{4}$$

perciò dovrà essere

$$\lambda_m > \frac{8}{m^2 h^2}.$$

Ma se circoscriviamo al triangolo considerato un rettangolo, di lati h ed $m h$, si ha, per questo campo,

$$\lambda'_m = \pi^2 \left(\frac{1}{h^2} + \frac{1}{m^2 h^2} \right) = \frac{\pi^2}{m^2 h^2} (1 + m^2).$$

Sarà dunque, per il teorema di Schwarz,

$$\lambda_m > \frac{\pi^2}{m^2 h^2} (1 + m^2).$$

Ma, evidentemente, si ha

$$\frac{\pi^2}{m^2 h^2} (1 + m^2) > \frac{8}{m^2 h^2}$$

ovvero

$$\pi^2 (1 + m^2) > 8$$

quindi, anche in questo caso il metodo è esatto, ma non è vantaggioso.

7). — Consideriamo adesso un campo τ compreso fra due triangoli rettangoli.

Le rette

$$\left\{ \begin{array}{l} y = 0 \\ y = m x \\ x = h \end{array} \right.$$

siano i tre lati del triangolo esterno, e le altre

$$\left\{ \begin{array}{l} y = p \\ y - m x = -q \\ x = h \end{array} \right.$$

siano i tre lati del triangolo interno.

Prendiamo per f la funzione

$$f = mxy - y^2$$

come nel caso precedentemente trattato, per la quale, come abbiamo già veduto, si ha

$$\Delta_x f = -2.$$

Osserviamo che, per ogni punto del campo τ passa una retta orizzontale e, il massimo di f nei punti di questa orizzontale è nel suo punto più a destra contenuto nel campo, perchè col crescere di x la f , come è evidente, cresce.

Sulla retta di equazione

$$y - mx = -q$$

la funzione f assume i valori ivi assunti dalla funzione qy ; e, come tale, ha il suo massimo nel punto di coordinate $x = h$, $y = mh - q$.

Sulla retta

$$x = h$$

la funzione f ha il valore $mhy - y^2$ ed è facile vedere che, a partire dai punti di coordinate

$$x = h, y = 0 \quad \text{e} \quad x = h, y = mh$$

verso il punto di coordinate $x = h, y = \frac{mh}{2}$, la funzione f è sempre crescente; dunque il suo massimo sarà uno dei due valori seguenti

$$\begin{cases} mh(mh - q) - (mh - q)^2 = (mh - q)q \\ mh p - p^2 = (mh - p)p. \end{cases}$$

(Osserviamo che, nel caso di $p = q = \frac{mh}{2}$ ci riportiamo alla considerazione di un campo τ contenuto nel triangolo rettangolo già precedentemente considerato, nel quale, come abbiamo veduto, il metodo che qui vogliamo applicare, non è vantaggioso).

Il massimo di f sarà dunque

$$(m h - q) q$$

oppure

$$(m h - p) p$$

a seconda della grandezza di q e di p .

Se prendiamo il primo valore $(m h - q) q$ come il massimo della funzione f , avremo

$$\int_{\tau} \left(\log \frac{1}{r} - G \right) d\tau < \pi q (m h - q)$$

e sarà

$$\lambda_m > \frac{2}{q (m h - q)}.$$

Se, invece, il secondo valore considerato $(m h - p) p$ fosse il massimo della funzione f , si avrebbe

$$\lambda_m > \frac{2}{p (m h - p)}.$$

Ma, circoscrivendo il solito rettangolo, abbiamo già trovato che deve essere

$$\lambda_m > \frac{\pi^2}{m^2 h^2} (1 + m^2).$$

Quindi, perchè il metodo esposto sia vantaggioso dovrà essere, nel primo caso,

$$\frac{2}{q (m h - q)} > \frac{\pi^2}{m^2 h^2} (1 + m^2)$$

ovvero, dovrà sussistere la disuguaglianza

$$\pi^2 (1 + m^2) q^2 - \pi^2 m h (1 + m^2) q + 2 m^2 h^2 > 0.$$

Dunque, dovrà essere

$$q > \frac{m h}{2} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{8}{\pi^2 (1 + m^2)}} \right)$$

oppure

$$q < \frac{mh}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{8}{\pi^2(1+m^2)}} \right).$$

Nel secondo caso si avrebbe, analogamente,

$$\pi^2(1+m^2)p^2 - \pi^2 m h (1+m^2)p + 2m^2 h^2 > 0$$

e quindi, o

$$p > \frac{mh}{2} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{8}{\pi^2(1+m^2)}} \right)$$

ovvero

$$p < \frac{mh}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{8}{\pi^2(1+m^2)}} \right).$$

(All'ipotesi che q o p fossero, per esempio, maggiori di $\frac{mh}{2}$ corrisponderebbe un campo lacunare, composto di due pezzi che conterrebbero soltanto i punti di ordinata vicina a zero, o vicina ad mh : ma questo ed i casi analoghi non avrebbero, evidentemente, nessun valore pratico).

8). — Consideriamo, per fare un ultimo esempio, un campo limitato da due sinusoidi di equazioni

$$\begin{cases} y = \sin x \\ y = \sin x + k \end{cases}$$

e dalle rette

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} \\ x = \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

e vediamo quale sia, in questo nuovo campo τ il limite inferiore del valore fondamentale λ_m .

Prendiamo la funzione

$$f = y - \sin x$$

e definiamo H nel modo solito. Osserviamo poi che, in questo caso, si ha

$$\Delta_1 f = \sin x.$$

quindi, poichè la funzione Δ, f non è costante nel campo τ , prendiamo la formula

$$2\pi(H-f) > m \int_{\tau} \left(\log \frac{1}{r} - G \right) d\tau$$

dove m rappresenta, come già dicemmo precedentemente, il minimo valore che prende, nell'interno del campo, la funzione Δ, f .

Sulla sinusoide più alta la funzione f , come è evidente, ha per limite superiore k , mentre, sulla sinusoide più bassa, il suo limite inferiore è lo zero: dunque il massimo valore per la funzione $H - f$ è k . Osserviamo poi che la funzione $\sin x$ acquista il minimo valore per

$$x = \frac{\pi}{6}$$

ed

$$x = \frac{5\pi}{6}$$

perchè, in questi casi, è $\sin x = \frac{1}{2}$, dunque il minimo valore m che può assumere in quel campo τ la funzione Δ, f è $\frac{1}{2}$.

Avremo allora

$$\int_{\tau} \left(\log \frac{1}{r} - G \right) d\tau < 4\pi k$$

quindi sarà,

$$\lambda_m > \frac{1}{2k}.$$

Circoscriviamo ora al campo τ considerato un rettangolo di lati $\frac{2}{3}\pi$ e $\frac{2k+1}{2}$ sarà, per questo nuovo campo,

$$\lambda'_m = \pi^2 \left(\frac{1}{\left(\frac{2}{3}\pi\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{2k+1}{2}\right)^2} \right) = \frac{9(2k+1)^2 + 16\pi^2}{4(2k+1)^2}.$$

Ma, poichè il valore fondamentale di λ relativo al campo r deve esser maggiore di quello relativo al rettangolo, si avrà la relazione

$$\lambda_m > \frac{9(2k+1)^2 + 16\pi^2}{4(2k+1)^2}.$$

Quindi, perchè il metodo che qui stiamo studiando sia vantaggioso, dovrà essere

$$\frac{1}{2k} > \frac{9(2k+1)^2 + 16\pi^2}{4(2k+1)^2}$$

ovvero

$$\frac{1}{2k} > \frac{9}{4} + \frac{4\pi^2}{(2k+1)^2}$$

dalla quale, con calcoli semplicissimi, si ricava

$$(2 - 9k)(2k+1)^2 - 16\pi^2 k > 0$$

disuguaglianza che è verificata soltanto se k prende valori molto piccoli (prossimi, per esempio, ad $\frac{1}{100}$).

Dunque, se la superficie compresa fra le due sinusoidi è molto piccola, il metodo esposto è vantaggioso.

Questo metodo si potrebbe estendere facilmente ad un campo a più dimensioni.

Nel caso di tre dimensioni, in luogo della formula applicata nei casi precedenti

$$\int_{\tau} \left(\log \frac{1}{r} - G \right) d\tau < 2\pi \frac{M}{m}$$

bisogna considerare l'altra analoga

$$\int_{\tau} \left(\frac{1}{r} - G \right) d\tau < 4\pi \frac{M}{m}.$$

Per fare un esempio, consideriamo una sfera riferita al suo centro come origine delle coordinate. Detto R il raggio della sfera e ρ il raggio vettore, si ha

$$\rho^2 = x^2 + y^2 + z^2.$$

Poniamo allora

$$f = \rho^2, \text{ si ha } \Delta_2 f = 6.$$

Consideriamo dunque l'equazione

$$4\pi(H - f) = 6 \int_{\tau} \left(\frac{1}{r} - G \right) d\tau.$$

Il massimo valore delle due funzioni H ed f è R^2 , mentre il minimo è lo zero, dunque sarà

$$4\pi R^2 > 6 \int_{\tau} \left(\frac{1}{r} - G \right) d\tau$$

e quindi

$$\int_{\tau} \left(\frac{1}{r} - G \right) d\tau < \frac{2}{3} \pi R^2.$$

Perciò il valore fondamentale λ_m in questo campo sarà

$$\lambda_m > \frac{3}{R^2}.$$

Nel caso di un parallelepipedo rettangolo di spigoli a, b, c . Lamè ha trovato ¹⁾ che il valore fondamentale λ'_m è espresso da

$$\lambda'_m = \pi^2 \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \right).$$

Supponiamo dunque che la nostra sfera sia contenuta in un parallelepipedo rettangolo di spigoli

$$a = b = c = 2R$$

per il teorema di Schwarz, che vale pure per campi a tre dimensioni, sarà

$$\lambda_m > \frac{3\pi^2}{4R^2}.$$

Dunque, per questo campo, come già si era trovato per un cerchio, il metodo applicato non è vantaggioso, perchè l'ul-

¹⁾ Cfr. Boggio. Memoria citata, pag. 392 e seg.

timo limite inferiore ottenuto per λ_m contiene il precedente ¹⁾. Se invece si fosse considerata una crosta sferica compresa fra due sfere, l'una di raggio R e l'altra di raggio kR , supposto $k < 1$ ed abbastanza vicino a 1, si sarebbe trovato, come già per la corona circolare, che il metodo esposto è vantaggioso.

Analoghi risultati si avrebbero, estendendo il procedimento ad un campo con un numero arbitrario m di dimensioni.

Determinato, nel modo finora svolto, un limite che non sarà superato dal valore fondamentale λ_m , noi vogliamo accennare ad un criterio che in molti casi ci permette, (con calcoli generalmente un po' laboriosi) l'effettiva determinazione di λ_m . Questo metodo è stato adoperato dal Prof. Orlando in recenti lavori, ed è stato svolto ed esposto in generale dallo stesso autore in un lavoro recentissimo sulle equazioni integrali che è in corso di stampa.

Il metodo in parola consiste qui nel ricorrere ad un artificio, molto semplice. Invece di considerare l'equazione integrale

$$2\pi u = \lambda \int_{\tau} \left(\log \frac{1}{r} - G \right) u d\tau$$

consideriamo la seguente

$$(1) \quad 2\pi u = \lambda \int_{\tau} \left\{ \left(\log \frac{1}{r} - G \right) - \left(\log \frac{1}{r} - G \right)_0 \right\} u d\tau + C$$

dove $(\log \frac{1}{r} - G)_0$ indica il valore di $\log \frac{1}{r} - G$ in un polo fisso. Con ciò la grandezza C è una costante, non ancora determinata, espressa dalla relazione.

$$(2) \quad C = \lambda \int_{\tau} \left(\log \frac{1}{r} - G \right)_0 u d\tau .$$

1) Dalla considerazione della funzione $\frac{\sin p \sqrt{\lambda}}{p}$ si deduce il valore effettivo di λ_m , cioè $\frac{\pi^2}{R^2}$.

Applicando il metodo delle approssimazioni successive, come si faceva precedentemente si troverebbe, in questo caso,

$$\left\{ \begin{aligned} 2\pi u = & C + \frac{\lambda}{2\pi} \int_{\tau} \left\{ \left(\log \frac{1}{r} - G \right) - \left(\log \frac{1}{r} - G \right)_0 \right\} C d\tau + \\ & + \left(\frac{\lambda}{2\pi} \right)^2 \int_{\tau} \left\{ \left(\log \frac{1}{r} - G \right) - \left(\log \frac{1}{r} - G \right)_0 \right\} d\tau \int_{\tau_1} \left\{ \left(\log \frac{1}{r} - G \right) - \right. \\ & \left. - \left(\log \frac{1}{r} - G \right)_0 \right\} C d\tau_1 + \dots \end{aligned} \right.$$

Ponendo in questa formula la costante C a fattor comune si ha

$$(3) \left\{ \begin{aligned} 2\pi u = & C \left[1 + \frac{\lambda}{2\pi} \int_{\tau} \left\{ \left(\log \frac{1}{r} - G \right) - \left(\log \frac{1}{r} - G \right)_0 \right\} d\tau + \right. \\ & + \left(\frac{\lambda}{2\pi} \right)^2 \int_{\tau} \left\{ \left(\log \frac{1}{r} - G \right) - \right. \\ & \left. - \left(\log \frac{1}{r} - G \right)_0 \right\} d\tau \int_{\tau_1} \left\{ \left(\log \frac{1}{r} - G \right) - \right. \\ & \left. \left. - \left(\log \frac{1}{r} - G \right)_0 \right\} d\tau_1 + \dots \right] . \end{aligned} \right.$$

Se sostituiamo nella (2) per u il valore dato dalla formula precedente, ricaviamo,

$$(2') \left\{ \begin{aligned} C = & \lambda \int_{\tau} C \left[1 + \frac{\lambda}{2\pi} \int_{\tau} \left\{ \left(\log \frac{1}{r} - G \right) - \left(\log \frac{1}{r} - G \right)_0 \right\} d\tau + \right. \\ & + \left(\frac{\lambda}{2\pi} \right)^2 \int_{\tau} \left\{ \left(\log \frac{1}{r} - G \right) - \right. \\ & \left. - \left(\log \frac{1}{r} - G \right)_0 \right\} d\tau \int_{\tau_1} \left\{ \left(\log \frac{1}{r} - G \right) - \right. \\ & \left. \left. - \left(\log \frac{1}{r} - G \right)_0 \right\} d\tau_1 + \dots \right] \left(\log \frac{1}{r} - G \right)_0 d\tau \end{aligned} \right.$$

uguaglianza che, come è evidente, è verificata per $C = 0$.

Nel caso in cui il coefficiente di C fosse nullo, si avrebbe per λ un valore singolare.

Applichiamo il metodo ora esposto in generale all'effettiva determinazione del valore fondamentale λ_m in un campo τ costituito da un cerchio di raggio $R = 1$.

Detto ρ il raggio vettore si ha

$$\rho^2 = x^2 + y^2$$

e, posto $f = \rho^2$ possiamo scrivere

$$(4) \quad \begin{cases} 2\pi(1 - \rho^2) = 4 \int_{\tau} \left(\log \frac{1}{r} - G \right) d\tau \\ 2\pi(1 - \rho_0^2) = 4 \int_0 \left(\log \frac{1}{r} - G \right) d\tau. \end{cases}$$

Osservando che nel polo ($x = y = 0$) è $\rho_0 = 0$, e sottraendo membro a membro le due uguaglianze precedenti, possiamo scrivere,

$$2\pi\rho^2 = -4 \int_{\tau} \left\{ \left(\log \frac{1}{r} - G \right) - \left(\log \frac{1}{r} - G \right)_0 \right\} d\tau$$

da cui ricaviamo

$$\int_{\tau} \left\{ \left(\log \frac{1}{r} - G \right) - \left(\log \frac{1}{r} - G \right)_0 \right\} d\tau = -\frac{\pi}{2} \rho^2$$

Poniamo, per brevità,

$$(5) \quad \left\{ \begin{aligned} S(1) &= 1 + \frac{\lambda}{2\pi} \int_{\tau} \left\{ \left(\log \frac{1}{r} - G \right) - \left(\log \frac{1}{r} - G \right)_0 \right\} d\tau + \\ &+ \left(\frac{\lambda}{2\pi} \right)^2 \int_{\tau} \left\{ \left(\log \frac{1}{r} - G \right) - \right. \\ &- \left. \left(\log \frac{1}{r} - G \right)_0 \right\} d\tau \int_{\tau_1} \left\{ \left(\log \frac{1}{r} - G \right) - \right. \\ &- \left. \left(\log \frac{1}{r} - G \right)_0 \right\} d\tau_1 + \dots \end{aligned} \right.$$

sostituendo nella formula (3) otteniamo,

$$(3') \quad 2\pi u = CS(1)$$

dove C è definito dalla (2).

Poichè dalla relazione precedente ricaviamo,

$$u = \frac{C}{2\pi} S(1)$$

sostituendo questo valore nella espressione di C data dalla (2) si ottiene

$$C = \frac{\lambda}{2\pi} C \int_{\tau} \left(\log \frac{1}{r} - G \right) S(1) d\tau$$

e poichè, come già dicemmo, per avere un valore eccezionale di λ , il coefficiente di C in questa equazione deve essere uguale a zero, ricaviamo facilmente

$$(6) \quad 1 - \frac{\lambda}{2\pi} \int_{\tau} \left(\log \frac{1}{r} - G \right) S(1) d\tau = 0.$$

Passiamo ora a calcolare la serie S (1) definita dalla (5).

Poichè si ha, come già vedemmo precedentemente,

$$\int_{\tau} \left\{ \left(\log \frac{1}{r} - G \right) - \left(\log \frac{1}{r} - G \right)_0 \right\} d\tau = -\frac{\pi}{2} \rho^2$$

avremo, intanto:

$$S(1) = 1 - \frac{\lambda}{4} \rho^2 + \left(\frac{\lambda}{2\pi} \right)^2 \int_{\tau} \left\{ \left(\log \frac{1}{r} - G \right) - \left(\log \frac{1}{r} - G \right)_0 \right\} d\tau_1 + \dots$$

Ma è

$$\begin{aligned} & \int_{\tau} \left\{ \left(\log \frac{1}{r} - G \right) - \left(\log \frac{1}{r} - G \right)_0 \right\} d\tau \int_{\tau_1} \left\{ \left(\log \frac{1}{r} - G \right) - \right. \\ & \quad \left. - \left(\log \frac{1}{r} - G \right)_0 \right\} d\tau_1 = \\ & = -\frac{\pi}{2} \int_{\tau} \left\{ \left(\log \frac{1}{r} - G \right) - \left(\log \frac{1}{r} - G \right)_0 \right\} \rho^2 d\tau. \end{aligned}$$

Per calcolare quest'ultimo integrale basterà determinare una funzione H , nulla al contorno, tale che sia

$$\Delta_s H = -\rho^2.$$

Infatti, per la formula di Green, si ha allora,

$$\begin{aligned} 2\pi H &= \int_{\tau} \left(\log \frac{1}{r} - G \right) \rho^2 d\tau \\ 2\pi H_0 &= \int_{\tau} \left(\log \frac{1}{r} - G \right)_0 \rho^2 d\tau \end{aligned}$$

e sottraendo termine a termine, si ottiene,

$$2\pi (H - H_0) = \int_{\tau} \left\{ \left(\log \frac{1}{r} - G \right) - \left(\log \frac{1}{r} - G \right)_0 \right\} \rho^2 d\tau.$$

Ma una funzione H che si annulli al contorno, e tale che sia $\Delta_s H = -\rho^2$ e, come è evidente,

$$H = \frac{1}{16} - \frac{\rho^2}{16}.$$

Quindi, sostituendo per H questo valore nella formula precedente e ricordando che $\rho_0 = 0$, avremo:

$$\int_{\tau} \left\{ \left(\log \frac{1}{r} - G \right) - \left(\log \frac{1}{r} - G \right)_0 \right\} \rho^2 d\tau = -\frac{\pi}{8} \rho^2.$$

Dunque sarà,

$$S(1) = 1 - \frac{\lambda}{4} \rho^2 + \left(\frac{\lambda}{2\pi} \right)^2 \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\pi}{8} \rho^4 + \dots$$

ovvero

$$S(1) = 1 - \frac{\lambda}{2^2} \rho^2 + \frac{\lambda^2}{2^3 \cdot 4^2} \rho^4 + \left(\frac{\lambda}{2\pi} \right)^2 \int_{\tau}^{\tau_1} \left\{ \left(\log \frac{1}{r} - G \right) - \right. \\ \left. - \left(\log \frac{1}{r} - G \right)_0 \right\} d\tau \int_{\tau_1}^{\tau_2} \left\{ \left(\log \frac{1}{r} - G \right) - \right. \\ \left. - \left(\log \frac{1}{r} - G \right)_0 \right\} d\tau_1 \int_{\tau_2}^{\tau_3} \left\{ \left(\log \frac{1}{r} - G \right) - \left(\log \frac{1}{r} - G \right)_0 \right\} d\tau_2 + \dots$$

Calcoliamoci ora il valore dell'integrale,

$$\int_{\tau}^{\tau_1} \left\{ \left(\log \frac{1}{r} - G \right) - \left(\log \frac{1}{r} - G \right)_0 \right\} d\tau \int_{\tau_1}^{\tau_2} \left\{ \left(\log \frac{1}{r} - G \right) - \right. \\ \left. - \left(\log \frac{1}{r} - G \right)_0 \right\} d\tau_1 \int_{\tau_2}^{\tau_3} \left\{ \left(\log \frac{1}{r} - G \right) - \left(\log \frac{1}{r} - G \right)_0 \right\} d\tau_2.$$

Come è evidente, questo integrale equivale all'altro,

$$- \frac{\pi}{2} \int_{\tau}^{\tau_1} \left\{ \left(\log \frac{1}{r} - G \right) - \left(\log \frac{1}{r} - G \right)_0 \right\} d\tau \int_{\tau_1}^{\tau_2} \left\{ \left(\log \frac{1}{r} - G \right) - \right. \\ \left. - \left(\log \frac{1}{r} - G \right)_0 \right\} \rho^2 d\tau_1 = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\pi}{8} \int_{\tau}^{\tau_1} \left\{ \left(\log \frac{1}{r} - G \right) - \right. \\ \left. - \left(\log \frac{1}{r} - G \right)_0 \right\} \rho^4 d\tau.$$

Determinando una nuova funzione H' , nulla al contorno, e tale che sia

$$\Delta_s H' = -\rho^4$$

si ricava, come già vedemmo precedentemente,

$$2\pi (H' - H'_0) = \int_{\tau}^{\tau_1} \left\{ \left(\log \frac{1}{r} - G \right) - \left(\log \frac{1}{r} - G \right)_0 \right\} \rho^4 d\tau.$$

Ma poichè una funzione che sodisfi a queste condizioni è data da

$$H' = \frac{1}{36} - \frac{\rho^6}{36}$$

si avrà, poichè $\rho_0 = 0$,

$$\int_{\tau} \left\{ \left(\log \frac{1}{r} - G \right) - \left(\log \frac{1}{r} - G \right)_0 \right\} \rho^4 d\tau = -\frac{2\pi}{36} \rho^6$$

quindi

$$\begin{aligned} & \int_{\tau} \left\{ \left(\log \frac{1}{r} - G \right) - \left(\log \frac{1}{r} - G \right)_0 \right\} d\tau \int_{\tau_1} \left\{ \left(\log \frac{1}{r} - G \right) - \right. \\ & \left. - \left(\log \frac{1}{r} - G \right)_0 \right\} d\tau_1 \int_{\tau_2} \left\{ \left(\log \frac{1}{r} - G \right) - \left(\log \frac{1}{r} - G \right)_0 \right\} d\tau_2 = \\ & = -\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\pi}{8} \cdot \frac{2\pi}{36} \rho^6 = -\frac{2\pi^3}{4^3 \cdot 6^3} \rho^6. \end{aligned}$$

Sostituendo nella serie S (1), otteniamo

$$S(1) = 1 - \frac{\lambda}{2^2} \rho^2 + \frac{\lambda^2}{2^2 \cdot 4^2} \rho^4 - \frac{\lambda^3}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2} \rho^6 + \dots$$

Calcolando ora il termine successivo

$$\left(\frac{\lambda}{2\pi} \right)^4 \int_{\tau} \{ \dots \} d\tau \int_{\tau_1} \{ \dots \} d\tau_1 \int_{\tau_2} \{ \dots \} d\tau_2 \int_{\tau_3} \{ \dots \} d\tau_3$$

si troverebbe che questo è uguale a $\frac{\lambda^4}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2 \cdot 8^2} \rho^8$.

Supponiamo allora di aver dimostrato che una funzione, nulla al contorno, il cui Δ_s sia $= (-\rho^{2m-4})$ sia data dall'espressione

$$\frac{1}{(2m-2)^2} - \frac{\rho^{2m-2}}{(2m-2)^2}$$

dimostriamo allora che una funzione, nulla al contorno, che abbia per Δ_s la funzione $(-\rho^{2m-2})$ è data da

$$\frac{1}{(2m)^2} - \frac{\rho^{2m}}{(2m)^2}.$$

Infatti, calcoliamo il suo Δ . Si ha, come si vede facilmente,

$$\Delta^2 \left(\frac{1}{(2m)^2} - \frac{\rho^{2m}}{(2m)^2} \right) = -\Delta^2 \left(\frac{\rho^{2m-2}}{(2m)^2} \right) = \frac{-1}{(2m)^2} \left[4 \rho^{2m-2} + (2m-2)^2 \rho^{2m-2} + 4(2m-2) \rho^{2m-2} \right] = -\frac{(2m)^2 \rho^{2m-2}}{(2m)^2} = -\rho^{2m-2}.$$

Quindi, se l' m ° termine della serie $S(1)$ è

$$(-1)^{m-1} \frac{\lambda^{m-1}}{2^2 \cdot 4^2 \cdot \dots \cdot (2m-2)^2} \rho^{2m-2}$$

l' $(m+1)$ ° termine sarà, come è evidente,

$$(-1)^m \frac{\lambda^m}{2^2 \cdot 4^2 \cdot \dots \cdot (2m)^2} \rho^{2m}.$$

Calcolata dunque la serie

$$(7) \quad S(1) = \lambda - \frac{\lambda}{2^2} \rho^2 + \frac{\lambda^3}{2^2 \cdot 4^2} \rho^4 - \frac{\lambda^3}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2} \rho^6 + \frac{\lambda^5}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2 \cdot 8^2} \rho^8 - \dots$$

tenendo presente la formula (6) ricaviamo

$$1 - \frac{\lambda}{2\pi} \int_0^\tau \left\{ 1 - \frac{\lambda}{2^2} \rho^2 + \frac{\lambda^3}{2^2 \cdot 4^2} \rho^4 - \frac{\lambda^3}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2} \rho^6 + \dots \right\} \left(\log \frac{1}{r} - G \right) d\tau = 0$$

ovvero:

$$(8) \quad \left\{ \begin{aligned} & 1 - \frac{\lambda}{2\pi} \int_0^\tau \left(\log \frac{1}{r} - G \right) d\tau + \frac{\lambda^3}{2\pi \cdot 2^2} \int_0^\tau \left(\log \frac{1}{r} - G \right) \rho^2 d\tau - \\ & - \frac{\lambda^3}{2\pi \cdot 2^2 \cdot 4^2} \int_0^\tau \left(\log \frac{1}{r} - G \right) \rho^4 d\tau + \\ & - \frac{\lambda^5}{2\pi \cdot 2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2} \int_0^\tau \left(\log \frac{1}{r} - G \right) \rho^6 d\tau - \dots = 0. \end{aligned} \right.$$

Ma dalla seconda delle (4) poichè $\rho_0 = 0$, come già dicemmo, ricaviamo

$$\int_0^\tau \left(\log \frac{1}{r} - G \right) d\tau = \frac{\pi}{2}.$$

Così otterremo:

$$\int_{\tau} \left(\log \frac{1}{r} - G \right) \rho^2 d\tau = 2\pi \left(\frac{1}{16} - \frac{\rho^4}{16} \right)_0 = \frac{2\pi}{16}$$

ed analogamente,

$$\int_{\tau} (\log - G) \rho^4 d\tau = \frac{2\pi}{36}$$

$$\int_{\tau} \left(\log \frac{1}{r} - G \right) \rho^6 d\tau = \frac{2\pi}{64}$$

.

perciò ricaviamo, sostituendo nella serie (8)

$$1 - \frac{\lambda}{2^2} + \frac{\lambda^2}{2^2 \cdot 4^2} - \frac{\lambda^3}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2} + \frac{\lambda^4}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2 \cdot 8^2} - \dots = 0$$

alla qual serie possiamo anche dare la forma

$$(9) \quad 1 - \frac{(\sqrt{\lambda})^2}{2^2} + \frac{(\sqrt{\lambda})^4}{2^2 \cdot 4^2} - \frac{(\sqrt{\lambda})^6}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2} + \dots = 0.$$

Ma questa funzione, ordinata secondo le potenze ascendenti di $\sqrt{\lambda}$, è, come è noto, la funzione Bessel $J_0(\sqrt{\lambda})$. La più piccola radice $\sqrt{\lambda}$ di questa trascendente è data da

$$\sqrt{\lambda_m} = 2,4$$

quindi otteniamo,

$$\lambda_m = (2,4)^2 = 5,76.$$

concordemente coi risultati classici già noti ¹⁾.

Si vede senza difficoltà che applicando lo stesso metodo a campi di forma diversa si ottengono risultati, i quali generalmente non sono così semplici, ma sono tutti teoricamente contenuti nello stesso ordine di idee.

1) Vedi, Riemann-Weber, opera citata, vol. 2, cap. 13, § 104, pag. 261-262.

RISERCHES TEORICHE E SPERIMENTALI SUL ROCCHETTO DI RUMKORFF.**O. M. CORBINO.****CAPITOLO II.****Fase di apertura.****a) Parte teorica.**

17. Questa fase, di gran lunga la più importante per il funzionamento pratico del rocchetto, presenta le più gravi complicazioni per l'intervento della scintilla di rottura all'interruttore e del condensatore derivato ai suoi estremi, tanto utile per aumentare la distanza esplosiva e l'energia della scarica.

Lasciando impregiudicata la difficile questione del vero processo che ha luogo nell'interruttore all'atto della rottura, sul quale molta luce viene apportata dalle ricerche che esegue attualmente il Dott. La Rosa a Palermo, rimane certamente assodato che la parte essenziale del processo di rottura, nei riguardi del secondario, comincia quando cessa la corrente nel ramo dell'interruttore, quando cioè la corrente nel circuito primario (allacciato magneticamente col secondario e rilegato al condensatore) imprende a oscillare liberamente.

A rigore anche il circuito secondario, per la capacità delle sue spire estreme formanti condensatore con le spire del primario, ha un periodo proprio di oscillazione; cosicchè bisognerebbe, per tener conto di questa capacità secondaria, considerare il sistema complessivo come avente due gradi di libertà.

Ma il complesso delle esperienze da me eseguite mi ha indotto a ritenere che, finchè il secondario è chiuso su una resistenza anche molto elevata o attraverso a una scintilla breve o lunga che sia, la capacità del secondario esercita un'influenza trascurabile e le cose vanno come se tale capacità non

esistesse. Essa si manifesta, è ben vero, a circuito secondario interamente aperto, determinando delle oscillazioni di doppio periodo, o influenzando sul valore della distanza esplosiva che si otterrebbe con una rottura infinitamente rapida; ma i suoi effetti svaniscono appena scocca la scintilla al secondario, o quando questo è permanentemente chiuso su una resistenza anche molto elevata, cosicchè noi potremo, in questi casi, non tenerne conto.

Del resto a secondario aperto la sua reazione sul primario è veramente trascurabile, cosicchè resta valida la teoria del Colley.

18. Come è noto il sistema di equazioni che regge la fase di apertura, cioè il sistema

$$(6) \quad \begin{cases} r_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} + \frac{1}{C} \int i_1 dt = 0 \\ r_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} = 0 \end{cases}$$

è facilmente integrabile. Per lo meno è facile assegnare l'integrale generale di esse, rappresentato dalle relazioni

$$\begin{aligned} i_1 &= A_1 e^{\alpha t} + P_1 e^{\beta t} + Q_1 e^{\gamma t} \\ i_2 &= A_2 e^{\alpha t} + P_2 e^{\beta t} + Q_2 e^{\gamma t} \end{aligned}$$

ove α , β e γ sono le tre radici dell'equazione in x

$$(7) \quad (L_1 L_2 - M^2) x^3 + (L_1 r_2 + L_2 r_1) x^2 + \left(\frac{L_2}{C} + r_1 r_2 \right) x + \frac{r_2}{C} = 0$$

e dei sei coefficienti tre sono arbitrari, assegnabili cioè con le condizioni ai limiti, e gli altri tre conseguenza dei primi.

È ancora noto che se due radici della (7), per esempio β e γ , sono numeri complessi coniugati (l'altra radice è sempre reale), ponendo

$$(8) \quad \begin{cases} \beta = -h + j\omega \\ \gamma = -h - j\omega \end{cases}$$

all'integrale generale si può dare la forma

$$(9) \quad \begin{cases} i_1 = A_1 e^{at} + B_1 e^{-ht} \sin \omega t + C_1 e^{-ht} \cos \omega t \\ i_2 = A_2 e^{at} + B_2 e^{-ht} \sin \omega t + C_2 e^{-ht} \cos \omega t \end{cases}$$

Con ciò il problema è teoricamente risoluto.

La soluzione ottenuta nella forma delle (9) non può d'altra parte servire che a dare un'idea generale e molto indefinita del vero andamento dei fenomeni, e appena si volesse chiedere alle formole qualche cosa di più preciso e determinare isolatamente i nove elementi sconosciuti, la complicazione delle formole risolutive (quand'anche si riesca a ottenerle) sarebbe tale da non poterne fare uso alcuno.

Si può quindi dire che il problema generale è solo in apparenza risoluto; nè ci si può ritenere soddisfatti delle soluzioni approssimate, quali si ottengono trascurando nelle equazioni (6) alcuni termini, poichè non si può prevedere *a priori* quale influenza ciò apporterà sui risultati finali.

19. Nella trattazione del problema che vado ad esporre non si fa alcuna ipotesi restrittiva sul valore dei coefficienti; si ammette soltanto che essi soddisfacciano le disequaglianze necessarie perchè si abbiano radici immaginarie e quindi correnti di natura oscillatoria — del resto, se questo non fosse, il problema perderebbe ogni importanza pratica, almeno nei riguardi del rocchetto di Ruhmkorff, col quale le oscillazioni certamente hanno luogo.

Or appunto nel caso di correnti oscillatorie, per quanto smorzate, è molto conveniente l'impiego, da me altra volta proposto ¹⁾, dei vettori giranti lungo una spirale e, inoltre, l'estensione a tali correnti di quelle proprietà delle correnti sinusoidali semplici il cui uso è stato così fecondo nella trattazione analitica delle correnti alternate.

Ne risulterà un ravvicinamento notevole tra le proprietà del rocchetto e quelle del trasformatore, ravvicinamento che sarà poi confermato dall'esperienza e faciliterà molto l'interpretazione sintetica dei risultati.

1) Corbino. Sulla produzione di campi rotanti ecc. Atti A. E. I., dicembre 1908.

Il processo seguito si può applicare, del resto, a tutti i fenomeni d'induzione in cui si ha da fare con correnti sinusoidali smorzate, e quindi a tutti i fenomeni che han luogo nella produzione di onde elettriche per la telegrafia senza fili.

20. Le grandezze che noi dovremo considerare sono della forma

$$i = I e^{-ht} \sin \omega t.$$

ed è chiaro, anzitutto, che i valori successivi di i possono essere considerati come le proiezioni su un asse fisso di un vettore I rotante intorno a un suo estremo con velocità ω e appoggiantesi, con l'altro estremo, su una spirale definita da (fig. 8)

$$\varphi = I e^{-ht} = I e^{-h \frac{\theta}{\omega}}.$$

Poniamo

$$(10) \quad \alpha^2 = h^2 + \omega^2, \quad \tan \vartheta = \frac{h}{\omega}$$

con che α , h , ω e l'angolo ϑ corrispondono agli elementi del triangolo rettangolo ABC (fig. 9). Si ha allora, come è facile verificare,

$$\frac{di}{dt} = I \alpha e^{-ht} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} + \vartheta \right)$$

$$\int i dt = \frac{I}{\alpha} e^{-ht} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} - \vartheta \right).$$

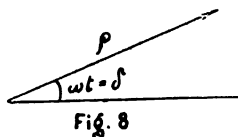


Fig. 8

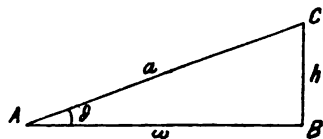


Fig. 9

Ne risulta che i valori istantanei di $\frac{di}{dt}$ e di $\int i dt$ sono anch'essi rappresentabili con le proiezioni di due vettori $I \alpha$ e $\frac{I}{\alpha}$, accorciandosi secondo la stessa legge e orientati il primo

con un anticipo $\frac{\pi}{2} + \vartheta$ e il secondo con un ritardo $\frac{\pi}{2} + \vartheta$ sul vettore rappresentante i ¹⁾.

Si nota subito l'analogia con la rappresentazione cinematica delle funzioni sinusoidali, per le quali i vettori rappresentanti $\frac{di}{dt}$ e $\int i dt$ hanno invece le lunghezze $I \omega$ e $\frac{I}{\omega}$ e sono diretti il primo con un anticipo e il secondo con un ritardo eguale a $\frac{\pi}{2}$ sul vettore rappresentante i .

Le due rappresentazioni si identificano per $h = 0$, e quindi per $\alpha = \infty$, e $\tan \vartheta = 0$.

Posto ciò possiamo estendere senz'altro alle correnti smorzate il processo d'integrazione grafica che si impiega con le correnti sinusoidali. Considerando, cioè, i vari termini dell'equazione differenziale come le proiezioni di diversi vettori aventi la lunghezza e l'orientazione determinate dalla superiore regola, se si vuole che la somma dei vari termini dell'equazione, col secondo membro ridotto a zero, sia nulla, occorre che i vettori rappresentanti i diversi termini formino una poligonale chiusa; con che si posson dedurre facilmente le relazioni che forniscono gli elementi sconosciuti. La poligonale ottenuta durante la rotazione va impiccolendosi, per la riduzione dei suoi lati, in misura proporzionale; e le loro proiezioni continueranno a rappresentare i valori istantanei dei vari termini.

Si voglia, per esempio, integrare l'equazione classica di Lord Kelvin relativa alla scarica oscillante di un condensatore:

$$ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt = 0.$$

Ammesso che la soluzione sia data da una sinusoidale smorzata.

1) Allo stesso risultato si perviene rappresentando i col metodo degli esponenziali immaginari, e in tutto quello che segue si sarebbe potuto, quindi, adottare un metodo di trattazione che potrebbe considerarsi l'analogo del metodo di Steinmetz per lo studio delle correnti sinusoidali.

$$i = I e^{-ht} \sin \omega t$$

si vogliono determinare h , ω e I .

Traduciamo graficamente l'equazione differenziale; rappresentando $r i$ con le proiezioni del vettore

$AB = r I$ (fig. 10), $L \frac{di}{dt}$ sarà rappresentato

da $BC = L a I$ in anticipo su AB di $\frac{\pi}{2} + \vartheta$

[a e ϑ son definiti dalle (10)]; e $\frac{1}{C} \int i dt$ dal

vettore $CA = \frac{1}{C a} I$ in ritardo su AB di $\frac{\pi}{2} + \vartheta$.

Si ottiene così il triangolo ABC , evidentemente isoscele.

Ne risulta immediatamente

$$\frac{1}{C a} = L a$$

cioè

$$a^2 = \frac{1}{L C} = h^2 + \omega^2$$

e quindi

$$(11) \quad \omega^2 = \frac{1}{L C} - h^2.$$

Si ha inoltre dalla figura

$$\frac{r I}{2} = L a I \sin \vartheta$$

cioè

$$a \sin \vartheta = \frac{r}{2 L}.$$

Ma dalla relazione fondamentale tra a , h , ω e ϑ (V. fig. 9) si ha

$$a \sin \vartheta = h$$

quindi

$$h = \frac{r}{2 L}$$

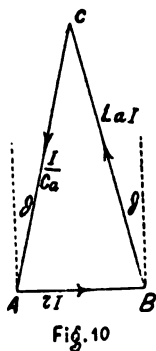


Fig. 10

e per la (11)

$$\omega^2 = \frac{1}{LC} - \frac{r^2}{4L^2}$$

si ottiene così molto semplicemente la soluzione nota.

Per avere il valore di I basta osservare che CA rappresenta la differenza di potenziale agli estremi del condensatore e questa sarà quindi, al tempo zero, la proiezione di CA sulla normale ad AB ; cioè detto V il potenziale di scarica e Q la quantità di elettricità

$$V = \frac{Q}{C} = \frac{1}{Ca} I \cos \vartheta$$

cioè

$$I = V C \frac{a^2}{\omega} = Q \frac{h^2 + \omega^2}{\omega}$$

21. Si voglia adesso integrare l'equazione

$$(12) \quad r i + L \frac{d i}{d t} = E e^{-h t} \sin \omega t$$

la quale si riferisce al caso di un circuito induttivo nel quale agisce una f. e. m. sinusoidale smorzata.

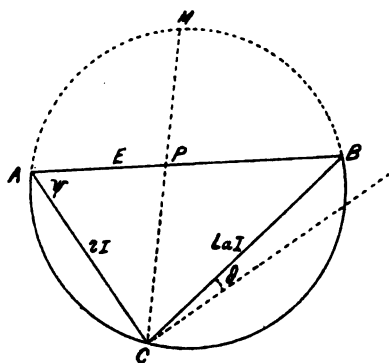


Fig. 11

Al secondo membro corrisponda il vettore rotante AB (fig. 11) di lunghezza E ; inoltre rappresenti AC , con le sue proiezioni, i valori di $r i$, e CB i valori di $L \frac{d i}{d t}$; deve es-

sere CB rotato in avanti, rispetto ad AC, di $\frac{\pi}{2} + \vartheta$, cioè l'angolo ACB deve essere eguale a $\frac{\pi}{2} - \vartheta$; adunque costruendo sulla corda AB un arco capace dell'angolo $\frac{\pi}{2} - \vartheta$, il punto C deve trovarsi su questo arco.

Inoltre completando il cerchio e unendo C col punto di mezzo M dell'arco AMB, CM risulta bisettrice dell'angolo in C; sia P il punto d'incontro di CM con AB; si avrà

$$\frac{AP}{PB} = \frac{CA}{CB} = \frac{r}{La}$$

cioè il punto P divide il segmento AB = E in parti proporzionali alla resistenza r e alla quantità La che per analogia può ancora chiamarsi *induttanza* del circuito.

Si deduce da ciò facilmente la regola per costruire la figura partendo dai dati del problema, ciò che si riduce alla determinazione del punto C; e ottenuto il triangolo ABC, il segmento AC rappresenterà in grandezza rI , e l'angolo $BAC = \psi$ il ritardo della corrente sulla forza e. m.

Si hanno poi le seguenti relazioni analitiche, di cui l'analogia con quelle relative alle correnti alternate è evidente:

$$(13) \quad \frac{La}{r} = \frac{\sin \psi}{\cos (\psi - \vartheta)}$$

$$R^2 = I^2 (r^2 + L^2 a^2 - 2 r L a \sin \vartheta)$$

e ponendo

$$(14) \quad \varrho = \sqrt{r^2 + L^2 a^2 - 2 r L a \sin \vartheta}$$

cui si può dare ancora il nome di *resistenza apparente* o *impedenza*, sarà

$$I = \frac{E}{\varrho}$$

e quindi

$$(15) \quad i = \frac{E}{\varrho} e^{-ht} \sin (\omega t - \psi)^{1)}$$

1) A un identico risultato si sarebbe pervenuti calcolando la *resistenza funzionale* del circuito col metodo generale esposto dal Giorgi nella sua *magistrale Memoria*: Il me-

Per avere l'integrale generale della (12) basterà aggiungere a questo integrale particolare l'integrale generale della stessa equazione priva del secondo membro, cioè

$$i = D e^{-\frac{r}{L}t}$$

si ottiene perciò infine,

$$i = D e^{-\frac{r}{L}t} + \frac{E}{\ell} e^{-ht} \sin(\omega t - \psi)$$

nella quale D si può fissare immediatamente quando sia conosciuto il valore di i per $t = 0$.

Come si vede anche con le correnti smorzate si ha uno spostamento di fase ψ della corrente sulla f. e. m.; e la resistenza apparente offerta dal circuito induttivo è rappresentata dal terzo lato di un triangolo avente, intorno all'angolo

$$\frac{\pi}{2} - \vartheta, \text{ i lati } r \text{ ed } L a.$$

Per $h = 0$, cioè $\vartheta = 0$, si ricade nelle note proprietà delle correnti sinusoidali.

22. Per l'integrazione delle equazioni (6) relative alla fase di rottura del rocchetto, si ponga.

$$(16) \begin{cases} i_1 = A_1 e^{\alpha t} + B_1 e^{-ht} \sin \omega t + C_1 e^{-ht} \cos \omega t \\ i_2 = A_2 e^{\alpha t} + B_2 e^{-ht} \sin(\omega t - \phi) + C_2 e^{-ht} \cos(\omega t - \phi) \end{cases}$$

nelle quali si tratta di determinare gli elementi α , h , ω , le costanti A_1 , B_1 , C_1 , A_2 , B_2 , C_2 , e l'angolo ϕ .

L'aver messo sotto questa forma l'equazione che dà i_2 presenta lo svantaggio apparente di richiedere il calcolo di una costante in più, l'angolo ϕ , che non comparisce nella soluzione data dalle (9). In realtà, però, sotto la nuova forma, ciascuna delle tre componenti della i_1 , associata alla corrispondente di i_2 , può costituire, per una scelta conveniente di ϕ e dei coef-

todo simbolico nello studio delle correnti variabili, Parte 2.a, Atti A. E. I., Vol. VIII, p. 82, 1904. Avendo noi però precisato l'espressione analitica, abbastanza semplice, di V, il metodo qui seguito è incomparabilmente più comodo, e offre inoltre tutti i vantaggi del metodo grafico su quello analitico.

ficienti, un integrale particolare del sistema dato, cosicchè il problema si scinde con grande profitto in tre molto più semplici, e l'integrale generale si otterrà dalla somma dei tre integrali particolari.

In altri termini posta la seconda delle (6) sotto la forma

$$r_1 \dot{t}_1 + L_1 \frac{d\dot{t}_1}{dt} = -M \frac{d\dot{t}_1}{dt}$$

ognuna delle componenti della \dot{t}_1 può essere considerata come prodotta dalla sola corrispondente della t_1 , il che non è possibile con la soluzione (9).

23. È necessario però cominciare dalla determinazione degli elementi fondamentali α , h e ω che si ottengono con la risoluzione dell'equazione di 3° grado (7), caratteristica dell'equazione eliminata del sistema dato:

$$(L_1 L_2 - M^2) \frac{d^3 t_1}{dt^3} + (L_1 r_2 + L_2 r_1) \frac{d^2 t_1}{dt^2} + \left(\frac{L_2}{C_1} + r_1 r_2 \right) \frac{d t_1}{dt} + \frac{r_1}{C_1} t_1 = 0.$$

Il metodo vettoriale consente di tradurre questa equazione in un problema geometrico; però interpretando questo analiticamente si è ricondotti a relazioni di 3° grado in h e ω , nè si riesce a trovare una soluzione grafica semplice.

Nel massimo numero dei casi si può, d'altra parte, far a meno di risolvere l'equazione di 3° grado e calcolare h e ω con sufficiente approssimazione nel modo seguente.

L'equazione (7) può mettersi, ponendo

$$(17) \quad I - \epsilon^2 = \eta$$

$$(18) \quad \frac{r_1}{L_1} = h_1, \quad \frac{r_2}{L_2} = h_2$$

$$(19) \quad \frac{1}{L_1 C_1 \eta} = \sigma$$

sotto la forma

$$(20) \quad x^3 + \frac{h_1 + h_2}{\eta} x^2 + \left(\sigma + \frac{h_1 h_2}{\eta} \right) x + h_1 \sigma = 0.$$

Or finchè le oscillazioni non sono molto smorzate, h può considerarsi come abbastanza piccolo di fronte a ω ; per esempio se dopo 10 oscillazioni l'ampiezza si è ridotta a non meno di $\frac{1}{10}$ del valore primitivo, ciò che rappresenta ancora uno smorzamento notevole, h non supera il 3 e mezzo per cento di ω .

Si ha intanto per le proprietà delle tre radici, α , β , γ :

$$(21) \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha + \beta + \gamma = -\frac{h_1 + h_2}{\eta} \\ \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \sigma + \frac{h_1 h_2}{\eta} \\ \alpha\beta\gamma = -h_2\sigma \end{array} \right.$$

si ha inoltre, in virtù delle (8)

$$(22) \quad \left\{ \begin{array}{l} \beta + \gamma = -2h \\ \beta\gamma = h^2 + \omega^2 = a^2 \end{array} \right.$$

se ne deduce perciò

$$(23) \quad \alpha = 2h - \frac{h_1 + h_2}{\eta}$$

$$(24) \quad \alpha(\beta + \gamma) + \beta\gamma = -2\alpha h + a^2 = \sigma + \frac{h_1 h_2}{\eta}$$

$$(25) \quad \alpha = -\frac{h_2\sigma}{a^2} = -\frac{h_2\sigma}{h^2 + \omega^2}.$$

Combinando la (23) e la (24) si ottiene

$$(26) \quad -4h^2 + \frac{2h}{\eta}(h_1 + h_2) + h^2 + \omega^2 = \sigma + \frac{h_1 h_2}{\eta}$$

e da questa essendo h piccolo di fronte a ω , e tutti i termini in h piccoli, di fronte a σ , si può ricavare un primo valore approssimato di ω :

$$(27) \quad \omega^2 = \sigma = \frac{1}{L_1 C \eta}$$

la (25) allora diviene, entro gli stessi limiti di approssimazione,

$$(28) \quad \alpha = -h_2$$

di $\frac{\pi}{2} + \vartheta$, e un segmento $BC = \frac{1}{Ca} B_1$ in ritardo su OA di $\frac{\pi}{2} + \vartheta$. Il segmento OC che chiude la spezzata rappresenterà in grandezza e fase $-M a B_1$, e determinerà quindi tanto la direzione di i_1 , rispetto alla quale $-M a B_1$ è in ritardo di $\frac{\pi}{2} - \vartheta$ (poichè $M a B_1$, che rappresenta $M \frac{di_1}{dt}$, è in anticipo su i_1 di $\frac{\pi}{2} + \vartheta$), quanto il valore del coefficiente B_1 .

A titolo di verifica si deve trovare soddisfatta anche la seconda delle (6); cioè OD , parallelo ad AB ed eguale a $-M a I_1$ rappresenterà $-M \frac{di_1}{dt}$, DE parallelo a OC ed eguale a $L_1 a B_1$ rappresenterà $L_1 \frac{di_1}{dt}$, e OE che chiude il triangolo (eguale a $r_1 B_1$) rappresenterà $r_1 i_1$. L'angolo AOE sarà eguale a ϕ e rappresenterà il ritardo della corrente secondaria sulla primaria; inoltre l'angolo OED deve risultare eguale a $\frac{\pi}{2} - \vartheta$. Si noti che, avendo supposto già determinati a parte i valori di h e di ω , cioè di ϑ e di a , tutti gli elementi del triangolo OED , e la sua posizione nel piano son noti a *priori* quando si è costruito il quadrangolo $OABC$; ma è utile egualmente il tracciarlo per avere nello stesso diagramma tutti gli elementi relativi al primario e al secondario.

25. L'analogia col diagramma del trasformatore è evidente.

Si osservi, tuttavia, che al variare delle costanti dei circuiti la figura 12 si deforma molto più di quel che avviene col diagramma del trasformatore; poichè in questo è ϑ costantemente eguale a zero, e a sempre eguale alla pulsazione data della corrente.

La stessa figura (12), riferita a un'origine delle fasi parallela anzichè normale ad OA , dà l'andamento della terza componente di i_1 e di i_2 :

$$i_1 = C_1 e^{-ht} \cos \omega t$$

$$i_2 = C_2 e^{-ht} \cos (\omega t - \phi)$$

Cosicchè tra C_2 e C_1 si otterrà la medesima relazione che vige tra B_2 e B_1 ;

$$\frac{B_2}{B_1} = \frac{C_2}{C_1}.$$

Inoltre il secondario, per ciascuna delle componenti oscillatorie, può considerarsi come un circuito induttivo nel quale agisce la f. e. m. — $M \frac{di_1}{dt}$ rappresenta da O D ; siamo quindi nel caso del n.º 21 e il triangolo O E D (fig. 12) è l'analogo del triangolo A B C (fig. 11) — Chiamando ϱ la *resistenza apparente* del secondario, cioè ponendo come sopra

$$(14) \quad \varrho^2 = r_2^2 + L_2^2 a^2 - 2 L_2 a r_2 \sin \vartheta$$

si avrà quindi

$$\frac{M a B_1}{\varrho} = B_2$$

cioè

$$(31) \quad \frac{B_2}{B_1} = \frac{C_2}{C_1} = \frac{M a}{\varrho}.$$

Per la determinazione di φ , si riconosce dalla fig. 12 che

$$\varphi = A O D + D O E = \frac{\pi}{2} - \vartheta + \psi$$

ove ψ , analogo all'angolo ψ del n.º 21, è definito dalla (13):

$$\frac{\sin \psi}{\cos (\psi - \vartheta)} = \frac{L_2 a}{r_2}$$

si ha quindi

$$(32) \quad \frac{\cos (\varphi + \vartheta)}{\sin \varphi} = \frac{L_2 a}{r_2}.$$

Infine una relazione tra i coefficienti A_1 e A_2 del termine in e^{at} si ottiene dalla seconda delle (6) qualora si ponga in essa

$$i_1 = A_1 e^{at} \quad \text{e} \quad i_2 = A_2 e^{at}$$

si ricava allora

$$(33) \quad A_2 (r_2 + L_2 a) = - M a A_1.$$

Le (31) e (33) ci permettono adunque di passare facilmente dai valori dei coefficienti di i_1 a quelli dei coefficienti di i_2 e viceversa.

26. Non resta che introdurre tre condizioni ai limiti perchè i sei coefficienti riescano interamente determinati; queste tre condizioni ai limiti riguardano precisamente i valori iniziali dell'energia elettromagnetica e dell'energia elettrostatica del sistema primario, e dell'energia elettromagnetica del secondario

Ora si ha all'istante $t = 0$

$$(34) \quad i_1 = I, \quad \int i_1 dt = 0, \quad i_2 = 0$$

delle quali la prima assegna l'intensità della corrente primaria all'inizio della fase *vera* di apertura, la seconda tien conto della circostanza che il condensatore al medesimo istante è sensibilmente scarico, e la terza esprime che la corrente secondaria non è ancora incominciata.

Sostituendo in queste ultime formole i valori di i_1 e i_2 dati dalle (16) si ottiene

$$(35) \quad \left\{ \begin{array}{l} A_1 + C_1 = I \\ \frac{A_1}{\alpha} - \frac{B_1}{a} \cos \vartheta - \frac{C_1}{a} \sin \vartheta = 0 \\ A_2 - B_2 \sin \phi + C_2 \cos \phi = 0 \end{array} \right.$$

Ricavando dalla prima A_1 e sostituendolo nella seconda, e poscia sostituendo nella terza ad A_2 , B_2 , C_2 i valori ricavati dalle (31) e (33), le precedenti divengono

$$(35 \text{ bis}) \quad \left\{ \begin{array}{l} A_1 = I - C_1 \\ \frac{I}{\alpha} = C_1 \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{\sin \vartheta}{a} \right) + \frac{B_1}{a} \cos \vartheta \\ \frac{\alpha I}{r_1 + L_1 \alpha} = C_1 \left[\frac{\alpha}{r_1 + L_1 \alpha} + \frac{a}{\ell} \cos \phi \right] - B_1 \frac{a}{\ell} \sin \phi \end{array} \right.$$

dalle quali si può immediatamente ricavare B_1 , C_1 e A_1 — .

Così si ha per B_1 , tenendo presente che $\frac{\sin \vartheta}{a}$ è molto piccolo di fronte a $\frac{1}{\alpha}$, poichè è $\sin \vartheta = \frac{h}{a}$ e α dell'ordine di h_1 ,

$$(36) \quad B_1 = \frac{-\frac{a \cos \phi}{\alpha \varrho}}{\frac{a \sin \phi}{\alpha \varrho} - \frac{\alpha \cos \vartheta}{a(r_2 + L_2 \alpha)} - \frac{\cos \vartheta}{\varrho \cos \phi}}$$

Nei casi ordinari in cui sono valide le formole approssimate (27), (28), (29), l'espressione $\frac{\alpha}{r_2 + L_2 \alpha}$ diviene infinita poichè è

$$\alpha = -h_2 = -\frac{r_2}{L_2}$$

invece il numeratore resta finito ed è anzi molto piccolo di fronte a uno — si avrà quindi

$$B_1 = 0$$

e allora le (35 bis) ci danno

$$C_1 = I, \quad A_1 = 0$$

mentre dalle (31) e (33) si deduce

$$B_2 = 0, \quad C_2 = \frac{M a}{\varrho} I$$

e dall'ultima delle (35)

$$A_2 = -\frac{M a}{\varrho} I \cos \phi$$

Cosicchè le i_1 e i_2 avranno la forma

$$(37) \quad \left\{ \begin{array}{l} i_1 = I e^{-ht} \cos \omega t \\ i_2 = \frac{M a}{\varrho} [e^{-ht} \cos (\omega t - \phi) - \cos \phi e^{\alpha t}] \end{array} \right.$$

Se poi nel secondario la resistenza è piccola di fronte alla induttanza (per esempio nel rocchetto da me adoperato, anche

con una resistenza esterna di 100,000 ohm è ancora r_2 inferiore al 4 per cento di $L_2 a$, si può porre, in virtù della (14),

$$e = L_2 a$$

e le (37) acquistano la forma

$$(38) \quad \begin{cases} i_1 = I e^{-ht} \cos \omega t \\ i_2 = \frac{M}{L_2} I [e^{-ht} \cos (\omega t - \phi) - \cos \phi e^{at}]. \end{cases}$$

In ogni caso le (35 bis) daranno una soluzione per poco diversa da quella rappresentata dalle (37) o dalle (38).

27. Sulla base delle ultime formole possiamo calcolare i valori del flusso primario Φ_1 e del secondario Φ_2 che ci saranno utilissimi in seguito.

Si ha, ricordando che

$$M^2 = \epsilon^2 L_1 L_2,$$

$$(39) \quad \begin{cases} \Phi_1 = L_1 i_1 + M i_2 = \\ = L_1 I \{e^{-ht} [\cos \omega t + \epsilon^2 \cos (\omega t - \phi)] + \epsilon^2 \cos \phi e^{at}\}. \end{cases}$$

L'espressione in parentesi quadra può porsi sotto la forma

$$D_1 \cos (\omega t - \lambda)$$

nella quale è

$$(40) \quad \begin{cases} D_1^2 = 1 + \epsilon^2 + 2 \epsilon^2 \cos \phi \\ \text{tang } \lambda = \frac{\epsilon^2 \sin \phi}{1 + \epsilon^2 \cos \phi} \end{cases}$$

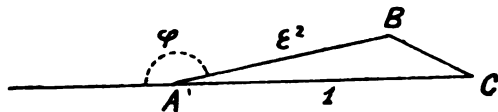


Fig. 13

cioè D_1 può considerarsi (fig. 13) come il terzo lato BC di un triangolo avente intorno all'angolo in A , supplementare di ϕ , i lati 1 ed ϵ^2 . E siccome ϕ è molto prossimo a 180° , come ri-

sulta dalla (32) e dalle ultime ipotesi fatte, è chiaro che D_1 sarà molto prossimo a $1 - \epsilon^2$.

Intanto la (39) diviene

$$\Phi_1 = L_1 I [e^{-ht} D_1 \cos(\omega t - \lambda_1) + \epsilon^2 \cos \tau e^{at}]$$

cioè il flusso primario risulta di una parte decrescente aperiodicamente e di una parte decrescente per via di oscillazioni, la quale ha però un valore iniziale notevolmente più piccolo (nel mio caso circa $\frac{1}{4}$) del valore $L_1 I$ che avrebbe a secondario aperto; in altri termini le oscillazioni del flusso a secondario chiuso avranno un'ampiezza circa quattro volte più piccola e la riduzione sarebbe ancora più forte se fosse migliore l'allacciamento magnetico.

E poichè il flusso primario si identifica, a meno di una costante, col flusso attraverso al ferro, questo risentirà meno l'effetto delle ampie oscillazioni della corrente primaria, che viene in parte compensata dalla corrente secondaria in fase prossima all'opposizione; prevale invece la componente aperiodica molto più lenta, cui corrisponde un decrescimento aperiodico della magnetizzazione con perdite molto piccole nel nucleo.

È chiaro intanto che per questa riduzione nell'ampiezza delle oscillazioni saranno meno sensibili le perdite di energia per isteresi e per correnti di Foucault nel nucleo, e ne sarà quindi attenuato l'effetto smorzatore.

Stabilito, inoltre, che ϕ è molto prossimo a 180° , risulta dalla (40) e dalla fig. 13 che D_1 diventerà molto piccolo quando ϵ^2 si avvicina all'unità, quando cioè son minori le fughe magnetiche. E siccome al valore di D_1 sono legate le perdite nel nucleo, è evidente l'utilità di migliorare l'allacciamento magnetico dei due circuiti.

È quindi da ritenere che nel dispositivo da me recentemente proposto ¹⁾, (e che consentirebbe l'impiego di un circuito magnetico chiuso), malgrado si abbiano perdite in due

1) O. M. Corbino. Sul rocchetto di induzione. Nuovo Cimento aprile 1907. Atti A. E. I., Vol. X., fasc. 3-4, p. 42, 1906.

nuclei di ferro anzichè in uno, queste perdite acquistino una molto piccola importanza poichè nell'uno sono *assolutamente nulle* le fughe, e nell'altro possono evitarsi più facilmente che nei rocchetti a nucleo aperto.

Si noti infine una differenza col funzionamento dei trasformatori. Questi lavorano ordinariamente a tensione costante e quindi il ferro lavora a induzione sensibilmente costante, qualunque siano la corrente secondaria e la primaria che le dà origine; a misura perciò che la corrente secondaria aumenta, aumenta anche la primaria in modo che l'effetto magnetizzante di entrambe resti costante. Invece nel rocchetto è costante l'*intensità* iniziale della corrente induttrice e non la sua tensione; cosicchè al crescere della corrente secondaria e a misura che il suo ritardo di fase si avvicina a π le oscillazioni del flusso totale si van facendo più piccole e si attenuano le perdite nel ferro.

28. Il flusso secondario è dato da

$$(42) \quad \left\{ \begin{aligned} \Phi_2 &= L_2 i_2 + M i_1 = \\ &= M I \{e^{-ht} [\cos(\omega t - \phi) + \cos \omega t] - \cos \phi e^{at}\} = \\ &= M I \{e^{-ht} D_2 \cos(\omega t - \mu) - \cos \phi e^{at}\} \end{aligned} \right.$$

nella quale si è posto

$$(43) \quad D_2 = \cos \frac{1}{2} \phi, \quad \tan \mu = \frac{\sin \phi}{1 + \cos \phi}.$$

Si deduce che il flusso secondario è composto, come il primario, della somma di due parti; una molto prossima al valore iniziale $M I$, decresce aperiodicamente con decremento α , l'altra si annulla dopo alquante oscillazioni smorzate, ma l'ampiezza iniziale di queste è una frazione piccolissima del flusso totale iniziale cosicchè in realtà il flusso decresce aperiodicamente con lievissime sinuosità della curva di discesa che presto diventeranno impercettibili.

29. *Influenza della scintilla e del ritardo da essa prodotto nello stabilirsi della corrente secondaria.*

Se nel circuito del secondario è interposta una scintilla, le formole di sopra, ottenute con la ipotesi di coefficienti costanti,

non son più valide. Noi abbiamo visto, però, che alla chiusura l'effetto della scintilla si traduce praticamente nel trasformare l'esponenziale propria del circuito secondario in una retta. La stessa cosa si otterrebbe all'apertura se esistesse la sola esponenziale e^{at} ; si può quindi prevedere che le oscillazioni che ad essa si sovrappongono si svilupperanno sopra una retta anzichè sopra una esponenziale.

Lo smorzamento h delle oscillazioni è dovuto insieme ai coefficienti h_1 e h_2 del primario e del secondario; solo nel caso di n molto vicino a 1, cioè di dispersioni magnetiche molto grandi, h dipenderebbe solo da h_1 e non si risentirebbe perciò nel decremento della parte oscillatoria la presenza della scintilla. Supporre ciò, d'altra parte, equivarrebbe a tornare alla teoria di Colley che trascura appunto la reazione del secondario sul primario.

A conclusioni analoghe si perviene se si tenta l'integrazione del sistema generale (6) completando l'equazione relativa al secondario con l'aggiunta della parte $a + \frac{b}{t}$, esprimente la perdita di tensione attraverso alla scintilla. Trascurando $\frac{b}{t}$, si giunge al risultato che la equazione esprimente i_2 conserva la medesima forma, ma vi si aggiunge un termine costante $\frac{a}{r_2}$, il che equivale a uno spostamento dell'asse delle ascisse verso il vertice dell'esponenziale in e^{at} ; inoltre il valore iniziale di questa, sempre positivo, viene accresciuto di $\frac{a}{r_2}$. L'aumento del valore iniziale della corrente aperiodica, insieme con lo spostamento in alto dell'asse delle ascisse, corrisponde abbastanza bene alla sua trasformazione in una curva ad andamento quasi rettilineo, tanto più se si tien conto, anche in modo approssimativo, dello effetto dovuto al termine $\frac{b}{t}$ consistente in massima nell'attenuazione della piccola convessità rispetto all'asse dell'ascisse, che la prima parte dell'esponenziale (la sola che viene utilizzata) conserverebbe tuttora.

La parte oscillatoria, che si sovrappone alla precedente, rimane invariata, fino a che essa si sviluppa abbastanza al di

sopra del nuovo asse delle ascisse, in modo che il termine $\frac{b}{t}$ non abbia una grande importanza.

Per grandi valori di a e di b , quali si hanno con scintille molto lunghe, non è più possibile far previsioni, e ci dovremo rimettere ai risultati dell'esperienza.

20 bis. Possiamo però fin da ora stabilire che le scintille lunghe devono determinare un altro fenomeno, di apparenza paradossale.

In virtù della interruzione al secondario, appena iniziatosi il processo oscillatorio della corrente primaria la scintilla non scocca se non quando agli elettrodi si è raggiunta una certa differenza di potenziale, e mentre alla chiusura la f. e. m. indotta è massima al *principio* di essa, cosicchè la scintilla o scocca in quell'istante o non scocca affatto se la distanza degli elettrodi è troppo grande, all'apertura la f. e. m. indotta è zero al momento in cui la corrente primaria inizia la fase cosinusoidale, e cresce in seguito fino a raggiungere il suo valore massimo dopo un quarto di periodo.

Ne consegue che, soprattutto se la scintilla è molto lunga, il secondario resterà aperto durante il primo decrescimento della corrente primaria, che si compirà come se il secondario non esistesse, secondo la legge espressa sensibilmente da

$$i_1 = I e^{-\frac{h_1}{2} t} \cos \sqrt{\frac{1}{C L_1}} t$$

Supponiamo che dopo un certo tempo τ , dipendente dalla distanza tra gli elettrodi, scocchi la scintilla secondaria; solo da quel momento saranno applicabili i risultati precedentemente dedotti, con le restrizioni già fatte per la presenza della scintilla medesima.

La soluzione generale conserverà la forma (16), ma saranno diverse le condizioni ai limiti, poichè all'istante τ che corrisponde al tempo zero della teoria precedente si avrà una intensità primaria I' minore di I e una certa quantità di elettricità Q sarà già accumulata nel condensatore primario.

Contando i tempi dall'istante τ , trascurando durante il brevissimo tempo τ , gli effetti dello smorzamento $e^{-\frac{h_1}{2}\tau}$ nell'ultima formola, e ponendo

$$\frac{1}{\sqrt{L_1 C}} \tau = \delta$$

le (34) diverranno

$$i_1 = I' = I \cos \delta$$

$$\int_0^{\tau} i_1 dt = Q = I \sin \delta \sqrt{L_1 C}$$

$$i_2 = 0$$

e le (35):

$$A_1 + C_1 = I' = \cos \delta$$

$$\frac{A_1}{a} - \frac{B_1}{a} \cos \delta - \frac{C_1}{a} \sin \delta = I \sqrt{L_1 C} \sin \delta$$

$$A_2 - B_1 \sin \phi + C_1 \cos \phi = 0$$

e procedendo adesso con gli stessi criteri allora seguiti, è facile pervenire ai seguenti valori di A_1 , B_1 e C_1 :

$$A_1 = 0$$

$$B_1 = -\frac{I}{\sqrt{\eta}} \sin \delta$$

$$C_1 = I \cos \delta = I'$$

cioè B_1 non è più eguale a zero, mentre C_1 è ancora eguale al valore dell'intensità primaria al tempo zero.

La i_1 sarà dunque espressa da

$$i_1 = I e^{-kt} \left[-\frac{\sin \delta}{\sqrt{\eta}} \sin \omega t + \cos \delta \cos \omega t \right]$$

$$(45) \quad = I e^{-kt} p \cos (\omega t - \nu)$$

ove si è posto

$$(46) \quad \left\{ \begin{aligned} p^2 &= \frac{\sin^2 \delta}{\eta} + \cos^2 \delta = \frac{1 - \varepsilon^2 \cos^2 \delta}{1 - \varepsilon^2} \\ \text{e} \quad \tan \nu &= -\frac{1}{\sqrt{\eta}} \tan \delta \end{aligned} \right.$$

La nuova forma di i_1 ci apprende che all'istante in cui il secondario vien chiuso la cosinusoidale smorzata che rappresentava la corrente primaria si trasforma bruscamente in un'altra avente periodo, ampiezza e fase diverse, tali da far coincidere il valore finale I' dell'una con quello iniziale dell'altra.

E siccome e^{δ} ed η sono frazioni sempre minori dell'unità, finchè δ ha un valore diverso da zero sarà sempre pI maggiore di I cosicchè *la nuova ampiezza della cosinusoidale sarà maggiore della prima, e la corrente primaria nelle successive oscillazioni potrà oltrepassare perfino il valore I_0 che aveva prima della rottura, specialmente se δ ha un valore prossimo a $\frac{\pi}{2}$, come ha luogo disponendo gli elettrodi alla massima distanza cui può scoccare la scintilla.*

Questo rimarchevole risultato sarà ritrovato nella parte sperimentale.

Non meno interessante riesce la ricerca di ciò che avverrà di i_1 nell'ipotesi che il secondario si chiuda dopo un certo tempo da che si è iniziata la fase oscillatoria del primario.

Se ammettiamo in principio che, dopo la chiusura tardiva il secondario si comporti come una resistenza metallica, che non intervengano cioè le proprietà specifiche della scintilla, sarà per le (31):

$$B_2 = \frac{M a}{\ell} B_1 = - \frac{M a}{\rho} \frac{I}{\sqrt{\eta}} \sin \delta$$

$$C_2 = \frac{M a}{\ell} C_1 = \frac{M a}{\ell} I \cos \delta$$

e quindi, per la terza delle (35)

$$A_2 = - \frac{M a}{\ell} I \left[\frac{\sin \delta}{\sqrt{\eta}} \sin \phi + \cos \delta \cos \phi \right]$$

e per ϕ molto prossimo a 180° ,

$$A_2 = - \frac{M}{L_2} I \cos \delta$$

cioè al crescere di δ diminuisce l'ampiezza dell'esponentiale in e^{δ} , fino ad annullarsi per $\delta = \frac{\pi}{2}$. In quest'ultimo caso re-

sterà per i_1 una sinusoide smorzata che si svolgerà bilateralmente intorno all'asse zero anzichè intorno all'esponenziale in e^{at} .

Si può interpretare meglio questo risultato notevole deducendolo per altra via.

La quantità totale di elettricità trasportata nel secondario durante l'intera fase di apertura, cioè $\int_0^{\infty} i_1 dt$, deve essere

eguale alla totale variazione del flusso MI' divisa per la resistenza r_1 ; e quindi se il secondario è chiuso fin dall'inizio della fase oscillatoria deve essere eguale a $\frac{MI}{r_1}$. D'altra parte

se si sviluppa $\int_0^{\infty} i_1 dt$ e si considerano separatamente le parti

dovute alla esponenziale in e^{at} e ai termini oscillatori, si riconosce agevolmente che questi ultimi intervengono in una misura insignificante, mentre la prima rappresenta la quasi totalità della quantità di elettricità che traversa il secondario, eguale a $\frac{MI}{r_1}$. Se adesso supponiamo che il secondario venga

chiuso in ritardo, quando cioè la corrente primaria, e quindi il flusso secondario, ha acquistato un valore più piccolo, deve

ridursi in corrispondenza la quantità di elettricità — $\frac{A_1}{a}$ — tra-

sportata dall'esponenziale $A_1 e^{at}$, e quindi deve diminuire A_1 .

Come caso limite se il circuito secondario vien chiuso quando la corrente primaria, dopo un quarto di periodo, passa per il valore zero ($\delta = \frac{\pi}{2}$), la variazione totale del flusso attraverso

al secondario dall'istante in cui è chiuso diviene eguale a zero, e con essa si annullerà la quantità totale di elettricità che traversa il secondario, mentre la corrente secondaria si ridurrà alla sola parte oscillatoria svolgentesi bilateralmente rispetto all'asse delle ascisse per l'annullamento della parte in e^{at} .

Se poi la chiusura tardiva del secondario si produce, anzichè con un conduttore metallico, con una scintilla di lun-

ghezza crescente, finchè questa non è eccessiva i fenomeni si svolgeranno in modo analogo e la retta inclinata lungo cui si sviluppa la parte oscillatoria si andrà spostando in basso, verso l'asse delle ascisse, a misura che aumenta la distanza degli elettrodi e perciò il ritardo δ — le oscillazioni tenderanno così a divenire bilaterali.

Per grandi distanze esplosive la previsione teorica non può più esserci guida sicura; e bisognerà esaminare l'andamento dei fenomeni con l'aiuto dell'esperienza.

b) *Parte sperimentale.*

30. Come si è fatto per la fase di chiusura, ci possiamo attenere, per la verifica dei risultati della teoria, alle formole approssimate che è utile riassumere:

$$(28) \quad x = -h_1$$

$$(29) \quad h = \frac{1}{2} \left(\frac{h_1 + h_2}{\eta} - h_2 \right)$$

$$(27) \quad \omega^2 = \frac{1}{L_1 C \eta}$$

$$(33) \quad \frac{\cos(\phi + \vartheta)}{\sin \phi} = \frac{L_1 \omega}{r_1}$$

$$(37) \quad i_1 = I e^{-ht} \cos \omega t$$

$$(38) \quad i_2 = \frac{M}{L_2} I [e^{-ht} \cos(\omega t - \phi) - \cos \phi e^{at}]$$

$$(41) \quad \Phi_1 = L_1 I [e^{-ht} D_1 \cos(\omega t - \lambda) + e^{\mu t} \cos \phi e^{at}]$$

$$(42) \quad \Phi_2 = M I [e^{-ht} D_2 \cos(\omega t - \mu) - \cos \phi e^{at}]$$

$$(40) \quad \left\{ \begin{array}{l} D_1^2 = 1 + e^2 + 2e^2 \cos \phi \\ \tan \lambda = \frac{e^2 \sin \phi}{1 + e^2 \cos \phi} \end{array} \right.$$

$$(43) \quad \left\{ \begin{array}{l} D_2 = \cos \frac{1}{2} \phi \\ \tan \mu = \frac{\sin \phi}{1 + \cos \phi} \end{array} \right.$$

Quando il secondario è chiuso attraverso a una scintilla si ha il doppio effetto della trasformazione dell'esponentiale e^{at} in una retta decrescente, e della produzione di un ritardo δ tra l'inizio delle oscillazioni primarie e la chiusura del secondario; valgono allora per la t_1 le (45) e (46) e per t_2 , Φ_1 e Φ_2 le altre che si possono immediatamente dedurre sulla base di quanto fu osservato al n. 29 bis.

Le esperienze furono condotte come nel caso della chiusura, con l'osservazione cioè degli spostamenti del cerchietto al tubo di Braun dovuti alla presenza di tutto il Ruhmkorff (flusso secondario) o del Ruhmkorff compensato (correnti secondarie) o di un rocchetto direttamente percorso dalle correnti secondarie o primarie. Anche in questo caso si ricorse allo specchio girante, per gli spostamenti lineari, o alla sovrapposizione in due direzioni ortogonali di due spostamenti dovuti a elementi diversi, con che si ottengono diagrammi fissi sullo schermo fluorescente. Funzionava da interruttore un Foucault non molto lento — e ai suoi estremi era inserito un condensatore di capacità variabile.

31. *Curve della corrente primaria.*

Si ritrovano le oscillazioni osservate per primo da Walter e che hanno la forma voluta dalla teoria. A secondario del tutto aperto si ha un periodo più lungo ed uno smorzamento minore che a secondario chiuso, come è richiesto dai nuovi valori di h e di ω .

Le oscillazioni sono in generale più ampie quando il condensatore è di maggior capacità. Questo prova che il valore iniziale I della cosinusoidale è tanto più prossimo al valore I_0 che ha la corrente primaria prima della rottura quanto più elevata è la capacità del condensatore, cioè che col crescere della capacità viene più rapidamente annullata la corrente nel ramo dell'interruttore e si inizia la vera fase oscillatoria.

Contemporaneamente, come è noto, la distanza esplosiva si va facendo sempre più piccola e le scariche più vigorose.

Con capacità molto piccole non si hanno oscillazioni: aumentando progressivamente la capacità, a un certo punto si osservano le oscillazioni bilaterali soltanto a circuito secondario chiuso da una scintilla o da una resistenza metallica; mentre

a circuito secondario del tutto aperto si un semplice decrescimento della corrente con lievi ondulazioni — proprio intorno a questo limite si trova il valore della capacità *optimum* nei riguardi della distanza esplosiva; e da quel punto in poi, crescendo ulteriormente la capacità, mentre la distanza esplosiva va diminuendo, le oscillazioni si van facendo sempre più lente, più ampie e più regolari.

Solo con grandi capacità la cosinusoide ha per valore iniziale il valore costante I_0 che la corrente possiede prima della rottura — e da quel valore, se il secondario è aperto, i massimi consecutivi decrescono con legge sensibilmente esponenziale. Se si avvicinano gli estremi del secondario in modo che tra loro scocchino scintille si ottiene il risultato paradossale previsto al n. 29^{ma}, cioè l'ampiezza negativa della seconda oscillazione oltrepassa perfino il valore I_0 .

Così in un caso mentre a secondario aperto il valore costante I_0 era rappresentato da 10 e le successive ampiezze da 10; — 6, 4; 4; — 2, 4 ecc., scoccando la scintilla al secondario si ottenevano i numeri 10; — 14; ecc. Col diminuire della distanza esplosiva, con che diminuisce il ritardo δ della formola (45), il fenomeno si andava attenuando, fino a sparire per scintille molto corte.

Evidentemente il fenomeno avrà luogo anche con capacità più piccole e prossime alla *optimum*, ma non riesce visibile, poichè, come si è detto, in tal caso la prima ampiezza I della cosinusoide è molto al disotto del valore iniziale I_0 della corrente; cioè questa si è già di molto diminuita, attraverso all'arco voltaico dell'interruttore, prima che si inizi la vera fase oscillatoria. Cosicchè si può dire che l'ampiezza delle oscillazioni ottenute in tal caso è molto più grande dell'ampiezza che avrebbe la cosinusoide primaria qualora la scintilla secondaria non scoccasse con un certo ritardo.

32. Curve della corrente secondaria.

Anche queste furono osservate allo specchio girante. Con secondario chiuso su una resistenza metallica si trova la forma voluta dalla (38). Con l'interposizione di una scintilla si ottengono le curve rappresentate dalle figure 14, 15, 16, che corrispondono a lunghezze di scintille crescenti.

Si riconosce la parte oscillatoria che si sovrappone all'esponenziale trasformata in rettilinea. Con l'aumentare della di-

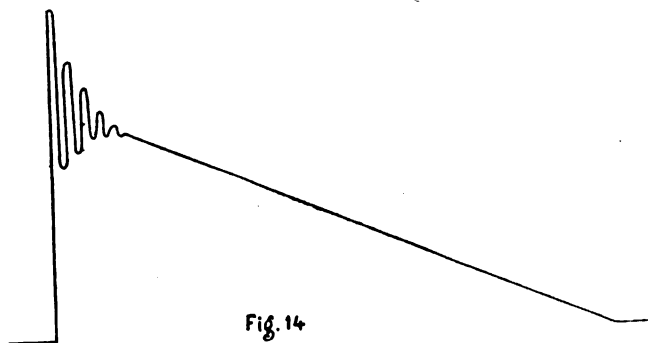


Fig. 14

stanza esplosiva diminuisce l'ordinata iniziale della retta lungo cui si svolge l'oscillazione, e inoltre la retta si fa più ripida,



Fig. 15

cosicchè le oscillazioni poco a poco la invadono tutta, fino all'incontro dell'asse delle ascisse.

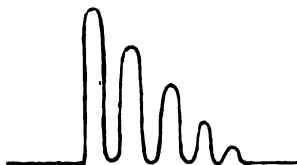


Fig. 16

Una delle curve limiti è rappresentata nella fig. 16 che si riferisce alla capacità *optimum*, ed alla massima distanza esplosiva. Si spiega con quest'ultima il risultato ottenuto dal Klin-

gelfuss, che cioè la scarica risulti da un certo numero di scariche parziali tutte nello stesso senso.

Il carattere generale di tutte le correnti secondarie ottenute è la loro unilateralità. Finchè le scintille son corte, le oscillazioni si svolgono in una regione che è molto al disopra dell'asse delle ascisse; e quando, per l'aumentata lunghezza della scintilla, quella regione si avvicina all'asse medesimo, conformemente alla previsione fatta in fine del n. 29 bis, e invade tutta la retta lungo la quale le oscillazioni si svolgono, quell'asse si comporta come una barriera che non viene mai oltrepassata dal moto del cerchietto.

Con l'aumentare della capacità aumenta in generale l'ampiezza delle oscillazioni della corrente secondaria, insieme con il loro periodo; mentre l'inclinazione della retta lungo la quale esse si svolgono dipende solo della lunghezza della scintilla. L'andamento generale dei fenomeni resta quello già descritto; e solo con capacità molto grandi (al disopra di $5 \mu F$, mentre la capacità *optimum* è $0,3 \mu F$) e con la massima lunghezza di scintilla si vede il vertice in basso della *prima* oscillazione oltrepassare di poco l'asse delle ascisse; ma le successive si svolgono tutte al disopra dell'asse medesimo.

Questi risultati sono in contradizione con quanto si può osservare nelle curve pubblicate da Schnell ¹⁾, dalle quali sembra invece che le oscillazioni anche con piccole capacità siano unilaterali solo per le scintille molto corte, mentre all'aumentare della loro lunghezza presto divengono bilaterali.

Però, le curve di Schnell non rappresentano la vera corrente secondaria, ma la corrente che questa induce in un altro circuito; e si può dimostrare teoricamente che in tali condizioni non viene rispettato che il solo periodo delle correnti primitive, mentre le ampiezze consecutive e la curva lungo cui le oscillazioni si svolgono vengono modificate per l'aggiunta di una corrente esponenziale determinata dal nuovo circuito — ne risulta una deformazione delle curve che dà loro un aspetto ben diverso dal vero.

1) Schnell, l. c. p. 5.

33. Per controllare questa previsione e riprodurre le condizioni sfavorevoli delle esperienze di Schnell, mi servii anch'io di un piccolo rocchetto di Ruhmkorff nel secondario del quale inviavo le correnti da esaminare, mentre il primario, attraverso a una resistenza variabile da 0 a 20 ohm, era rilegato con una bobina a filo grosso che agiva sul tubo Braun. Chiamerò, per brevità, corrente di Schnell la corrente così ottenuta nella bobina, e che fu da me confrontata con la vera corrente secondaria. Per scintille molto corte, e quando la resistenza inserita è nulla, la corrente di Schnell, pur essendo unilaterale, si svolge in una regione *molto più vicina* all'asse delle ascisse che non la corrente vera. Inoltre essa è seguita da una corrente esponenziale molto lenta, che si svolge sotto l'asse delle ascisse e che ha la funzione (come era facile prevedere) di trasportare una quantità d'elettricità in senso inverso di quella passata nella prima fase, di modo che la quantità totale di elettricità passata a ogni scarica sia nulla.

Di questa corrente non si vede traccia nelle figure di Schnell e ciò apparisce in verità incomprensibile.

Appena poi si aumenta la resistenza nel circuito di Schnell le oscillazioni si abbassano sempre più, fino a che, con una resistenza di 20 ohm, esse si svolgono quasi simmetricamente intorno all'asse delle ascisse, mentre quelle della vera corrente sono sempre molto al disopra dell'asse medesimo.

Con scintille lunghe, con le quali la vera corrente secondaria si svolge più in basso, la corrente di Schnell comincia anche con resistenza zero a svolgersi in buona parte del quadrante negativo, e con una resistenza di pochi ohm essa diviene interamente simmetrica intorno all'asse zero. Risulta con ciò provato che la bilateralità osservata da Schnell, e da me ritrovata nelle sue condizioni, è dovuta al dispositivo da lui adottato per lo studio delle correnti secondarie.

E utile ancora il notare che le curve vere ottenute al tubo di Braun con lo specchio girante sono di una regolarità e nettezza sorprendente e da questo punto di vista l'osservazione delle fotografie di Schnell, che pure ha avuto un gran merito nell'ottenerle in condizioni così difficili, potrebbe ingenerare peggiori equivoci. Così i diagrammi di Schnell relativi alle grandi

distanze esplosive danno l'idea di una grande irregolarità che non è per nulla propria delle curve vere, pur essendo ogni curva relativa a una scarica diversa da quella relativa alla scarica successiva, per le sempre modificantisi condizioni del tratto d'aria attraversato dalla scintilla.

Cosicchè occorre osservare ogni scarica isolatamente e rinunciare alla loro riproduzione fotografica che richiede la sovrapposizione tanto nociva.

34. Curve del flusso secondario.

Si fa agire sul tubo tutto il Ruhmkorff senza compensazione nel modo esposto al n.° 7.

A secondario aperto si ottengono, come è naturale, le curve della corrente primaria.

Con secondario chiuso metallicamente il flusso decresce secondo un esponenziale del valore MI a zero, ma nel primo tratto, e per un piccolissimo intervallo si notano delle lievissime sinuosità, corrispondenti al termine $e^{-\mu t} D_1 \cos (\omega t - \mu)$ delle formule (42) e (43).

Interponendo una brevissima scintilla, anche di pochi decimi di millimetro, si ha la brusca trasformazione dell'esponenziale e^{at} in una retta AB (fig. 17) di cui il punto di partenza A , corrispondente alla rottura, presenta delle lievissime sinuo-

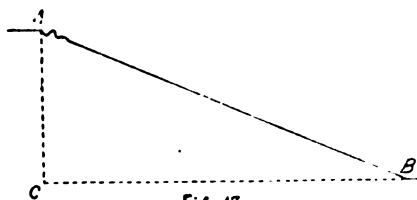


Fig. 17

sità. Risulta adunque provato che malgrado nel primario e nel secondario si abbiano energiche oscillazioni (così nel primario esse hanno in principio l'ampiezza AC) la loro sovrapposizione, a parte le lievi sinuosità intorno ad A , determina un decremento progressivo, e piuttosto lento del flusso, compientesi con legge lineare.

Aumentando la lunghezza della scintilla la curva del flusso secondario subisce due importanti modificazioni constatate nella

figura 18. La discesa AB si compie in due tratti di cui il primo AC è quasi verticale, il secondo CB , inclinato, ha una maggiore pendenza della retta AB della precedente figura.

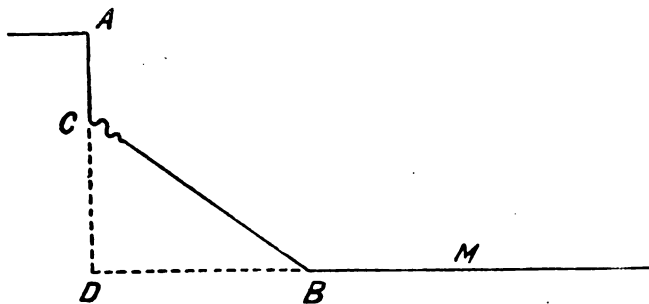


Fig. 18

Inoltre il gruppetto di oscillazioni si manifesta all'incontro dei due tratti rettilinei AC e CB ; e quanto maggiore è la lunghezza della scintilla tanto più aumenta la lunghezza del tratto AC e la ripidità del tratto CB fino a che, quando il punto C è disceso oltre la metà di AD , si è raggiunto il massimo di distanza esplosiva corrispondente alla capacità impiegata e le scintille non scoccano più, nel qual caso il tratto AC si prolunga al di là dell'asse delle ascisse e forma la prima delle oscillazioni della corrente primaria, con cui si identifica il flusso.

Quest'esperienza prova che, per l'interposizione della scintilla nel circuito secondario, questo rimane inattivo per una buona parte della discesa della corrente primaria e quindi del flusso secondario, fino a quando cioè si è raggiunta la differenza di potenziale necessaria perchè scocchi la scintilla. La lunghezza del tratto AC misura adunque il ritardo tra l'interruzione della corrente primaria e lo stabilirsi della secondaria, ritardo che è tanto più lungo quanto maggiore è la lunghezza della scintilla. La posizione del gruppetto di oscillazioni e del punto C , che rappresentano l'inizio della corrente secondaria, dipende, oltre che dalla lunghezza della scintilla, dal valore della capacità primaria, nel senso che al diminuire di questa si accorcia il tratto AC , cosicchè per riportarlo alla lunghezza di prima occorre aumentare la distanza degli elettrodi.

Questo fatto si spiega facilmente osservando che col diminuire della capacità le oscillazioni si fanno più rapide e quindi aumenta il valore di $M \frac{di_1}{dt}$ cioè della differenza del potenziale agli estremi del secondario, il che determina un minore ritardo nello scoccare della scintilla oltre che l'aumento della massima distanza cui si possono portare gli elettrodi. Appunto con le grandi distanze esplosive, per la maggiore ripidità che allora acquista il tratto CB, può avvenire che la corrente secondaria cessi quando la primaria non ha esaurito le sue oscillazioni. In tal caso al tratto CB rettilineo segue in BM una nuova serie di oscillazioni smorzate di piccola ampiezza che rappresentano le ultime oscillazioni della corrente primaria. Questa esperienza mette bene in luce che la mancanza delle oscillazioni, nel decrescimento del flusso secondario, si manifesta e perdura solo fino a quando il secondario è chiuso.

35. *Composizione ortogonale della corrente primaria e della secondaria.*

Sul tubo di Braun agiscono insieme:

1.° Il Ruhmkorff con la bobina compensatrice del primario, che dà spostamenti verticali del cerchietto, proporzionali alla corrente secondaria.

2.° Una bobina percorsa dalla corrente primaria che dà spostamenti orizzontali proporzionali alla corrente primaria.

Il secondario è chiuso attraverso una scintilla di lunghezza variabile; si ottiene stabilmente sul disco il diagramma rappresentato dalla fig. 19. AB corrisponde alla chiusura del circuito primario (la distanza degli elettrodi non consente il passaggio della corrente secondaria di chiusura). Alla rottura il cerchietto torna da B ad A attraverso al cammino sinuoso BB₁MC A del quale il tratto BB₁ corrisponde ai primi istanti che seguono la rottura, quando cioè il secondario è ancora inattivo.

L'interpretazione di questo diagramma è semplice tenendo presenti i risultati della teoria. Si è visto che la corrente primaria risulta da una cosinusoide smorzata, e la primaria risulta da una cosinusoide con eguale smorzamento e periodo e in ritardo sulla prima di circa 180° (se la resistenza secondaria è piccola di fronte alla sua reattanza) oltre a una corrente

aperiodica, che è linearmente decrescente se il secondario è chiuso attraverso a una scintilla. La sovrapposizione ortogonale dei due spostamenti proporzionali a $e^{-ht} \cos \omega t$ e a $e^{-ht} \cos (\omega t - \phi) = -e^{-ht} \cos \omega t$ darà un'oscillazione morzata di uguale decremento e periodo che si compirà lungo una retta

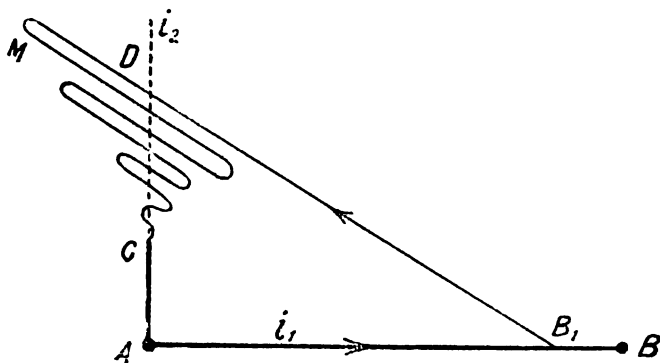


Fig. 19

inclinata sugli assi; se poi si tien conto dell'altra componente della i_1 , che è rappresentata da un moto verticale del cerchietto sensibilmente uniforme, risulta evidente che si deve appunto ottenere il diagramma della fig. 19 nel quale, per dir così, quest'ultimo moto uniforme e rapidissimo nel senso verticale compie l'ufficio dello specchio girante.

D'altra parte, come abbiamo visto al numero 32, nel caso di scintille corte le oscillazioni occupano solo un brevissimo tratto della discesa della corrente secondaria; in relazione a ciò la discesa della corrente secondaria si compie da C in A (fig. 19) rettilineamente e a corrente primaria finita.

Ed effettivamente aumentando la lunghezza della scintilla il punto C che limita la fase oscillatoria si porta verso A, venendo a mancare il tratto rettilineo CA che finisce con l'essere tutto invaso dal campo sinuoso.

Ciò prova che ancora fino a questo punto il valore di ϕ è prossimo a 180° e le due correnti oscillanti sono quasi in opposizione di fase, senza di che la risultante dei due moti oscillatorii non sarebbe più un moto rettilineo, ma un moto a

spirale, iscritta in una ellissi che verrebbe trascinata verticalmente verso il basso dalla componente lineare di t_2 , risultandone la sparizione delle oscillazioni o per lo meno un intorbidamento della figura. A dire il vero le figure ottenute, soprattutto con scintille lunghe, son ben lungi dal possedere la nettezza di quelle osservate allo specchio girante. Ma che ϕ sia prossimo a 180° risulta anche dal grande indebolimento delle oscillazioni nel flusso secondario (fig. 17). L'orientazione delle oscillazioni da M in C nel piano, per invariabili posizioni delle bobine agenti sul Braun, dipende dall'ampiezza relativa dei moti oscillatori componenti, così che il fatto che quell'orientazione resta sensibilmente costante da M in C proverebbe che le due cosinusoidi primaria e secondaria hanno sensibilmente lo stesso smorzamento. Infine è da osservare che per scintille molto corte la parte oscillatoria si addensa subito al disotto di B M riuscendo invisibile, e il tratto rettilineo AC diviene molto lungo, quasi uguale ad AD.

Ciò è dovuto al fatto che con scintille corte la componente lineare della t_2 diviene più lenta e quindi è piccola la velocità del moto verticale in basso che dà luogo al manifestarsi delle oscillazioni. Queste adunque si fanno più fitte o addirittura si confondono in unica retta come avverrebbe, con l'osservazione allo specchio girante, se questo fosse rotato molto lentamente.

Infine la forma della figura, situata tutta al disopra dell'asse delle ascisse, prova che la corrente secondaria è sempre positiva e quindi unilaterale, come avevamo già osservato.

36. Composizione ortogonale della corrente primaria e del flusso secondario.

Si ottengono, nel modo indicato, spostamenti orizzontali corrispondenti alla corrente primaria, e spostamenti verticali corrispondenti al flusso secondario.

Il secondario è chiuso con una scintilla di lunghezza variabile.

Il diagramma (fig. 20) è facilmente interpretabile. AB si riferisce alla fase di chiusura durante la quale per la non piccola distanza tra gli elettrodi il circuito secondario resta aperto.

Alla rottura per un breve tratto manca la corrente secondaria; a un certo punto, prossimo a B se la scintilla è corta, il secondario vien chiuso e allora il flusso secondario decresce rettilineamente, con brevissime oscillazioni, mentre nel primario si proseguono le oscillazioni molto ampie.

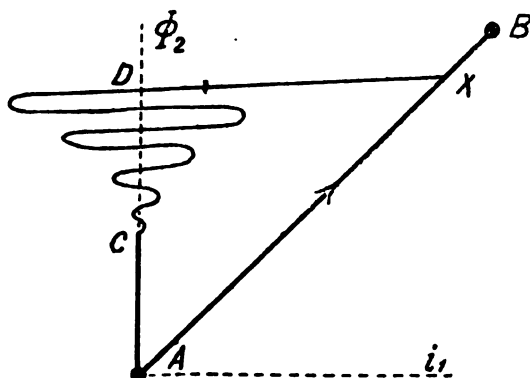


Fig. 20

Ancora adesso il decrescimento del flusso secondo una retta fa l'effetto di una traslazione verticale uniforme verso il basso del cerchietto oscillante e quindi si disegna stabilmente nel disco l'oscillazione smorzata della corrente primaria.

La lievissima inclinazione della sinusoide smorzata sull'asse delle ascisse è una riprova del risultato già ottenuto che il flusso decresce quasi aperiodicamente, pur essendo sottoposto a delle piccole oscillazioni di ampiezza $D_s = \cos \frac{1}{2} \phi$ molto piccola di fronte a quella della corrente primaria.

Aumentando la distanza degli elettrodi tutta la parte oscillatoria si sposta verso il basso, si allarga e invade il tratto CA.

Questi particolari ed altri che mi dispenso dal riferire, per esempio i diagrammi relativi alla sovrapposizione, della corrente secondaria e del flusso secondario, rientrano nella spiegazione già data.

Concludendo questa parte, si può affermare che le apparenze osservate costituiscono una conferma del tutto soddisfacente della teoria.

CAPITOLO III.

Curve e diagrammi ottenuti con l'interruttore di Wehnelt.

37. Il funzionamento del rocchetto con l'interruttore di Wehnelt è caratterizzato dalla grandissima frequenza delle interruzioni e dalla mancanza delle oscillazioni alla rottura. Le curve della corrente primaria disegnate dallo stesso Wehnelt con l'osservazione al tubo di Braun rivelano inoltre che la corrente decresce alla rottura secondo una retta tanto più ripida quanto minore è il coefficiente di a. i. vera od apparente del circuito ed aumenta alla chiusura, che ha luogo subito dopo, secondo un'esponenziale anch'essa molto rapida quando il coefficiente di a. i. è piccolo.

Quanto alla corrente secondaria la sua forma non è stata mai osservata. Noi cominceremo col prevederne l'andamento, e sottoporremo poi la previsione teorica all'esperienza.

Se il secondario è chiuso metallicamente, data la grande rapidità con cui si svolgono i processi di chiusura e di apertura potremo, nel secondario medesimo, trascurare le perdite ohmiche di tensione di fronte alle forze elettromotrici induttive. La equazione relativa al secondario diviene con ciò, tanto alla chiusura che all'apertura,

$$L_2 \frac{d i_2}{d t} + M \frac{d i_1}{d t} = 0$$

ovvero

$$(47) \quad i_2 = - \frac{M}{L_2} i_1 + \text{costante}^1)$$

e

$$(48) \quad \Phi_2 = L_2 i_2 + M i_1 = \text{costante}.$$

Questa previsione risulta verificata dall'esperienza. Infatti componendo ortogonalmente, nel modo sopra indicato, la corrente primaria e la secondaria, si ottiene sul disco fluore-

1) La costante è determinabile tenendo presente la condizione che la quantità totale d'elettricità trasportata da i_2 in un periodo deve essere nulla.

scente una retta AB (fig. 21) di cui la posizione sul disco si modifica, pur conservandosi la forma rettilinea e l'angolo formato con gli assi, al variare degli elementi del circuito primario. La figura riprodotta si riferisce a una esperienza nella quale l'interruttore era costituito da un filo di platino di $\frac{1}{2}$ mm.

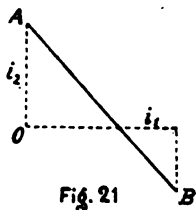


Fig. 21

di diametro e 6 millimetri di lunghezza, saldato in un tubo di vetro, e immerso in acqua acidulata con acido solforico. Nel circuito primario agiva la tensione di 150 volt, ed esso era costituito dal primario del rocchetto, da una a. i. supplementare senza ferro del valore di 5 millihenry e da una resistenza di circa 6 Ohm.

Si verificò inoltre una immediata conseguenza dell'esperienza precedente e della formola (47), che cioè la forma della corrente secondaria, a parte uno spostamento costante (per cui la corrente medesima è bilaterale) e il cambiamento di segno, è identica a quella della primaria la quale aveva appunto la forma data nei diagrammi di Wehnelt. Quanto al flusso secondario, osservabile con l'azione dell'intero rocchetto sul tubo di Braun, esso come richiede la (48) risultò effettivamente costante, cosicchè rappresentando insieme il flusso secondario e la corrente primaria si ottenne una retta parallela all'asse delle ascisse.

38. Interponendo un tratto d'aria di lunghezza variabile nel circuito secondario, che si chiude così attraverso al noto fiocco di scintille, si modificano i diagrammi precedenti in modo notevole.

Finchè la lunghezza delle scintille è molto piccola, le correnti secondarie continuano a essere bilaterali ma la retta AB della fig. 21 si trasforma nel triangolo ABC (fig. 22), di cui il lato BA viene percorso alla rottura, e i lati AC , CB alla chiusura.

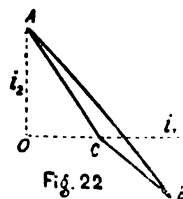


Fig. 22

Aumentando la lunghezza delle scintille presto le correnti secondarie divengono unilaterali e la figura precedente si trasforma nella 23 e poi nella 24 e nella 25, che si riferiscono

rispettivamente alle lunghezze mm. 2, mm. 5, mm. 23 della scintilla; a distanze maggiori la scintilla non scocca più, per l'elevato valore dell'induttanza supplementare.

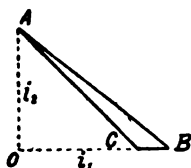


Fig. 23

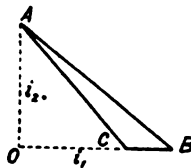


Fig. 24

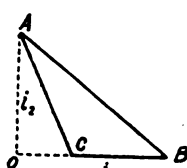


Fig. 25

Come si vede si ottiene sempre un triangolo, con un lato sull'asse della ascisse, e un lato AB fisso, mentre il vertice C si sposta lungo BO allontanandosi sempre da B a misura che aumenta la lunghezza della scintilla.

Diminuendo l'induttanza supplementare nel circuito primario il punto C si avvicina sempre più a B, cosicchè per un buon intervallo nella distanza degli elettrodi, il triangolo ABC si riduce sensibilmente al lato AB. Per distanze maggiori tra gli elettrodi, le scintille continuano a passare, e si ritrova la successione dei triangoli BAC delle figure precedenti.

Quest'esperienza è di notevole significato. Essa prova che pur essendo le correnti secondarie unilaterali, e nel senso delle correnti di apertura, non possono chiamarsi *vere correnti di apertura*, poichè sebbene il tratto BA, nel quale la corrente secondaria passa da zero ad OA, corrisponda effettivamente alla rottura, durante la quale la corrente primaria passa dal valore OB a zero, il tratto AC che si svolge durante una buona parte della fase di chiusura prova che la corrente secondaria accompagna, decrescendo, la crescente corrente primaria; e può seguirla quasi durante tutto il suo accrescimento.

39. L'osservazione diretta della corrente secondaria allo specchio girante (fig. 26) mostra che essa raggiunge quasi verticalmente il valore massimo OA (il cerchietto fluorescente riesce quasi invisibile nella rapida salita da O in A) e poi decresce rettilineamente durante una buona frazione dell'intero periodo.

La ripidità del tratto AC dipende sempre dalla lunghezza della scintilla, ma inoltre viene diminuita col diminuire dell'autoinduzione supplementare primaria.

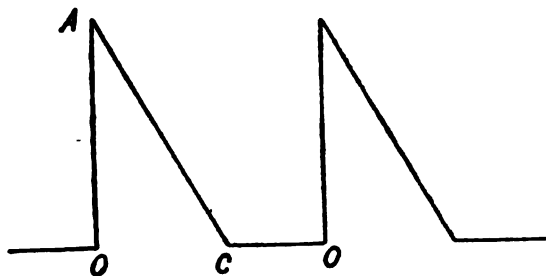


Fig. 26

Data la forma rettilinea della corrente secondaria, e la forma rettilinea del lato AC nelle figure 23, 24, 25, dobbiamo concludere che anche la corrente primaria nel suo accrescimento da O in C aumenta linearmente. Essa quindi in questo intervallo indurrà nel secondario una f. e. m. $M \frac{di_1}{dt}$ sensibilmente costante.

Alla stessa conclusione si perviene notando che nell'equazione

$$(49) \quad r_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + a + \frac{b}{i_1} = -M \frac{di_1}{dt}$$

che regge la corrente del circuito secondario quando in questo è compresa una scintilla, entro i limiti che corrispondono alle correnti secondarie praticamente osservate la parte $r_1 i_1 + \frac{b}{i_1}$ ha un valore le cui massime *variazioni* son certo molto piccole di fronte alle migliaia di volt corrispondenti ai termini $L_1 \frac{di_1}{dt}$ e $M \frac{di_1}{dt}$.

Sostituendo quindi alla somma $r_1 i_1 + \frac{b}{i_1}$ la quantità α che può essere riguardata come sensibilmente costante, avremo

$$(50) \quad L_1 \frac{di_1}{dt} + a + \alpha = -M \frac{di_1}{dt}$$

da cui si ricava intanto

$$\Phi_2 = L_2 i_2 + M i_1 = A + B t$$

cioè il flusso secondario è una funzione lineare del tempo.

Inoltre l'equazione precedente ci fornisce :

$$\frac{d i_2}{d t} = - \frac{a + \alpha}{L_2} - \frac{M}{L_2} \frac{d i_1}{d t}$$

e sostituendo questo valore nella equazione relativa al primario ed alla fase di chiusura

$$r_1 i_1 + L_1 \frac{d i_1}{d t} + M \frac{d i_2}{d t} = E$$

si ottiene, ricordando che $M^2 = \epsilon^2 L_1 L_2$, ed $1 - \epsilon^2 = \eta$,

$$r_1 i_1 + \eta L_1 \frac{d i_1}{d t} = E + \frac{M}{L_1} (a + \alpha)$$

cioè la corrente primaria cresce come se la autoinduzione primaria fosse divenuta ηL_1 (con $\eta < 1$) ed intervenisse una f. e. m. supplementare positiva $\frac{M}{L_1} (a + \alpha)$ e perciò *la corrente primaria crescerà più rapidamente di quel che avverrebbe a secondario aperto, malgrado le correnti secondarie appariscano come sole correnti di apertura per la loro unilateralità*. Inoltre nei primi istanti della chiusura, quando cioè il termine $r_1 i_1$ ha una piccola importanza $\frac{d i_1}{d t}$ sarà sensibilmente costante, cioè r_1 sarà una funzione lineare del tempo

$$i_1 = A_1 + B_1 t$$

e quindi per la (50) lo stesso avverrà della i_2 , cosicchè si potrà porre :

$$i_2 = A_2 + B_2 t.$$

Le ultime due formule giustificano l'andamento rettilineo della corrente secondaria, e la forma rettilinea del tratto AC nelle figure da 23 a 25.

40. Quanto alla variazione del flusso secondario (con secondario chiuso attraverso una scintilla) si trovò con l'esperienza che, mentre esso resta costante durante la rottura, alla chiusura che segue subito dopo si ha prima un decrescimento rettilineo e poi una risalita che ha luogo quando la corrente secondaria è finita. Ne risulta per la sovrapposizione ortogonale con la i_1 , la fig. 27. In essa il tratto BA, parallelo all'asse delle ascisse corrisponde alla rottura e al tratto BA delle fig. 24 e 25; durante AC il flusso decresce, per il fatto che la corrente secondaria (fig. 24) non prosegue secondo AB ma secondo AC; in C la corrente secondaria viene a cessare, ma il flusso torna a crescere per il semplice accrescimento di i_1 , cui si mantiene proporzionale; corrisponde a questa fase il lato CB anche esso rettilineo dell'ultima figura.

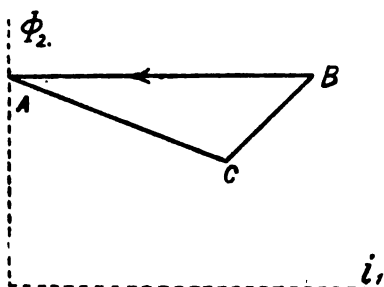


Fig. 27.

Concludendo, nella prima parte della fase di chiusura la corrente secondaria, creata dalla rottura antecedente, prosegue malgrado la f. e. m. di chiusura $M \frac{di_1}{dt}$, per la energica f. e. m. di auto induzione $L \frac{di_1}{dt}$. Ne risulta solo un decrescimento di i_1 più rapido di quello che si avrebbe se la chiusura non intervenisse.

D'altra parte giungendo al punto C la f. e. m. di chiusura $M \frac{di_1}{dt}$ si è già alquanto indebolita, e non è sufficiente a capovolgere il senso della corrente secondaria, poichè vi si

oppone il valore elevato che acquista, passando per zero, il termine $\frac{b}{t}$, oltre il cambiamento di segno del termine a . In conseguenza, pur essendosi avuto un vero processo induttivo di chiusura, le correnti secondarie sono soltanto unilaterali, e corrispondono al senso di quelle di rottura. Si spiega con ciò il risultato paradossale che, pur essendo le correnti unilaterali si fa risentire la reazione del secondario sul primario anche alla chiusura, e si ha perciò una salita rapida della corrente primaria e un numero elevato d' interruzioni, mentre se il primario fosse abbandonato a sè nella chiusura, come ha luogo a secondario del tutto aperto, gli effetti sarebbero ben diversi.

Si giustificano ancora molti dei risultati da me ottenuti altra volta con un trasformatore e l'interruttore di Wehnelt, per la spiegazione dei quali mi adoperai allora senza successo, discutendo due interpretazioni che adesso son da riconoscere entrambe insussistenti.

41. La parte sperimentale di questo lavoro fu eseguita nell'Istituto Fisico della R. Università di Palermo diretto dal chiar. Prof. D. Macaluso, il quale pose a mia disposizione con la consueta larghezza e cortesia tutti i mezzi occorrenti. Con l'esprimergli adesso i miei ringraziamenti compio un dovere intensamente gradito.

Messina - Istituto Fisico della R. Università, Maggio 1907.

LETTERATURA FISICA

A. Fisica generale.

1. Generalità.

- Légrády E. Ueber die sogenannten Moserstrahlen. *Zeit. f. wiss. Phot.* 6, p. 60, 1907.
- Harries C. Ueber einige Vorlesungsexperimente mit Ozon. *Chem. Ber.* 41, p. 42, 1908.
- Loeb M. The Hypothesis of Radiant Matter. *Amer. Chem. Soc.* 6 Dic. 1907.
- Langevin P. Sur la théorie du mouvement brownien. *Compt. Rend.* 146, p. 530, 1908.
- Cemstock D. F. The relation of Mass to Energy. *Phil. Mag.* (6), 15, p. 1, 1908.
- Jessup A. E. The evolution and devolution of the Elements. *Phil. Mag.* (6), 15, p. 21, 1908.
- Mendenhall C. E. and Ingersoll L. B. On certain Phenomena exhibited by small Particles on a Nernst Glower. *Phil. Mag.* (6), 15, p. 205, 1908.
- Stephenson A. On Induced Stability. *Phil. Mag.* (6), 15, p. 233, 1908.
- Richardson L. F. A freehand graphic way of determining stream lines and equipotential's. *Phil. Mag.* (6), 15, p. 237, 1908.
- Orr W. M. F. The mixing of Gases. *Phil. Mag.* (6), 15, p. 297, 1908.
- Galilet A. Mesure électrique des petites longueurs. *Compt. Rend.* 146, p. 465, 1908.
- Fabre L. L'enseignement de l'électricité en Allemagne. *Rev. scient.* (5). 9, p. 367, 1908.

2. Densità.

3. Meccanica dei solidi. Elasticità. Potenziale.

- Stephenson A. A new type of dynamical stability. *Manchester Phil. Soc.* 28 Gen. 1908.
- v. Kármán T. Die Knickfestigkeit gerader Stäbe. *Phys. Zeit.* 9, p. 136, 1908.
- Pearson K. The stresses in Masonry Dams. *Nature.* 77, p. 366, 1908.
- Ziwet A. Sulla composizione delle rotazioni finite intorno ad assi paralleli. *Bull. Amer. Math. Soc.* 14, N. 5, 1908.
- Griffin F. L. Su certe orbite periodiche di k corpi finiti giranti attorno ad una massa centrale relativamente grande. *Trans. Amer. Math. Soc.* 9, N. 1, 1908.
- Darwin G. H. Nuova nota sullo sferoide di Maclaurin. *Trans. Amer. Math. Soc.* 9, N. 1, 1908.
- Lamb H. On kinetic Stability. *Roy. Soc. London.* 12 Dic. 1907.
- Schur F. Ueber die Bewegung eines starren Körpers durch Abschreiten. *Zeit. f. Math. u. Phys.* 55, p. 408, 1908.
- Leon A. and Basch A. Ueber die Temperaturspannungen in einer Hohlkugel bei stationärer Wärmerströmung. *Zeit. öster. Ing. u. Arch. Ver.* N. 41, 1907.
- Rasch E. Die kritischen Spannungen in festen Körpern. *Ak. d. Wiss. Berlin.* 20 Febr. 1908.

- Kolossoff G. Sur les problèmes d'élasticité à deux dimensions. *Compt. Rend.* **146**, p. 522, 1908.
- Mallik D. N. A potential problem. *Phil. Mag.* (6), **15**, p. 63, 1908.
- Williams Ellis W. On the rupture of materials under combined Stress. *Phil. Mag.* (6), **15**, p. 81, 1908.
- Hancock E. L. Effect of combined Stresses on the Elastic Properties of Steel. *Phil. Mag.* (6), **15**, p. 214, 1908.
- Kern A. Solution générale du problème d'équilibre dans la théorie de l'élasticité, dans le cas où les efforts sont donnés à la surface. *Compt. Rend.* **146**, p. 578, 1908.
- Rogers L. J. Note on a soluble dynamical problem. *Math. Soc. London.* 12 Marzo 1908.

4. Meccanica dei Liquidi. Capillarità.

- Durand W. F. Experiments on screw propellers. *Nature.* **77**, p. 416, 1908.
- Darwin. H. G. Further Consideration of the Stability of the Pear-Shaped Figure of a rotating Mass of Liquid. *Roy. Soc. London.* 12 Dic. 1907.
- Honda K. Terada T. and Isitani D. On the secondary Undulations of Oceanic Tides. *Phil. Mag.* (6), **15**, p. 83, 1908.
- Schmidt W. Stehende Schwingungen in der Grenzschicht zweier Flüssigkeiten. *Abh. der Wiss. Wien.* 6 Feb. 1908.

5. Meccanica degli aeriformi.

- Riabouchinsky D. Note sur l'autorotation de plaques symétriques dans un courant aérien ou un courant d'eau. *Boll. Soc. Aer. Ital.* p. 29, 1908.
- Fritzsche. Untersuchungen über den Strömungswiderstand der Gase in geraden zylindrischen Rohrleitungen. *Zeit. d. Ver. d. Ing.* **52**, p. 81, 1908.
- v. Gleih G. Beitrag zur Theorie der sogenannten konischen Pendelung der Geschosse. *Zeit. f. Math. u. Phys.* **55**, p. 363, 1908.

6. Apparecchi.

- Zwaardemaker H. Ueber einen Geschwindigkeitsmesser für strömende Luft. *Zeit. f. Instrkunde.* **28**, p. 17, 1908.

B. Fisica chimica.

1. Generalità. Teoria. Pressione osmotica. Attrito interno.

- Buchner E. H. La question des faux équilibres. *Zeit. f. Elektrochemie.* **14**, N. 5, 1908.
- Delage Y. Solutions isotoniques et solutions isosmotiques. *Compt. Rend.* **146**, p. 319, 1908.
- Bose E. und Conrat F. Ueber die Viscositätsanomalien beim Klärungspunkte sogenannter kristallinischer Flüssigkeiten. *Phys. Zeit.* **9**, p. 169, 1908.
- Cohen E. und Strengers T. Physikalisch-chemische Studien an den explosiven Platinmetallen. *Zeit. f. Phys. Chem.* **61**, p. 694, 1908.
- Nernst W. Le développement de la Chimie générale et de la Chimie physique. *Rev. gén. des Sciences.* **19**, p. 180, 1908.

2. Affinità. Solubilità. Assorbimento. Diffusione.

- Ohmann O.** Verbesserter Diffusionsapparat für Gase. *Zeit. f. Phys. u. Chem. Unt.* **21**, p. 34, 1908.
- Lewis W. C. M.** An experimental examination of Gibbs's theory of surface concentration regarded as the basis of adsorption and its application to the Theory of dyeing. *Phys. Soc. London.* 28 Feb. 1908.

3. Elettrochimica. Elettrolisi.

- Boizard G.** Sur la conductibilité électrique dans les mélanges d'acide (ou de base) et d'eau. *Journ. d. Phys.* (4), **7**, p. 119, 1908. *Ann. de Chim. et Phys.* (8), **13**, p. 283, 1908.
- Katayama M.** Ueber Amalgamkonzentrationsketten, chemische Ketten und Daniellketten mit festen Elektrolyten. *Zeit. f. Phys. Chem.* **61**, p. 566, 1908.
- Cruner L.** Ueber die elektrische Leitfähigkeit des in Nitrobenzol gelösten Br und J. *Krok. Anz.* p. 731, 1907.
- Campbell N. P. Hartley H. and Poole R. H.** The preparation of conductivity water. *Chem. Soc. London.* 20 Feb. 1908.
- v. Hasslinger.** Ueber das Wesen metallischen und elektrolytischer Leitung. *Monatsh. f. Chem.* **28**, p. 173, 1907.
- Jones H. C. and Veazey W. R.** Die Leitfähigkeit und innere Reibung von Lösungen gewisser Salze in Wasser, Methylalkohol, Aethylalkohol, Aceton und binären Gemischen dieser Lösungsmittel. VII. *Zeit. f. Phys. Chem.* **61**, p. 641, 1908.
- Gran A. und Russ F.** Experimentaluntersuchungen über die Luftverbrennung im elektrischen Flammenbogen. *Ak. d. Wiss. Wien.* 6 Febr. 1908.
- Smith S. W. J. and Moss H.** The contact potential differences determined by means of null solutions. *Phys. Soc. London.* 28 Feb. 1908.

4. Fotochimica.

- Luther R. und Plotnikow J.** Ueber scheinbar umkehrbare photochemische Vorgänge und photochemische Uebertragungskatalyse. *Zeit. f. Phys. Chem.* **61**, p. 513, 1908.
- Dubois R.** Influence de la lumière solaire sur le dégagement et sur l'orientation des molécules gazeuse en dissolution dans l'eau de mer. *Compt. Rend.* **146**, p. 392, 1908.
- Byk A.** Zur Berechnung photochemischer Reaktionen. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **6**, p. 67, 1908.
- Ciamician G. e Silber P.** Azioni chimiche della luce. *Rend. Acc. Lincei.* (5), **17**, p. 179, I sem. 1908.

5. Termochimica.

- De Forcrand M.** Chaleur de formation des oxydes anhydres de Sr et de Ba. *Compt. Rend.* **146**, p. 217, 1908.
- Rosenhain M.** Observations on recalescence curves. *Phys. Soc. London.* 24 Genn. 1908.
- Lemoult P.** Thermochimie et formules de constitution. *Ber. Gen. des Sciences.* **19**, p. 137, 1908.

6. Struttura. Cristallografia.

- Voigt W.** On the permissible orders of the axes of symmetry in crystallography. *Proc. Amsterdam.* **10**, p. 408, 1907.

C. Acustica.**1. Acustica fisica.**

- Thiesen M. Eine Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in Luft von 0°. *Ann. d. Phys.* (4), **25**, p. 506, 1908.
- Fierentino A. Esperienze scondistiche per mostrare l'assorbimento dell'energia per parte dei corpi risonanti. *Rend. Ist. Lomb.* (2), **40**, p. 1168, 1907.
- Stücker N. Ueber die Lage der Knotenpunkte in einseitig geschlossenen Röhren. *Wien. Ber.* **116**, p. 1231, 1907.
- Schaefer K. L. Tabellen der Schallgeschwindigkeit and Tonwellenlängen in Luft bei verschiedenen Temperaturen. *Beit. z. Anat. Physiol. Pat. des Ohres.* **1**, p. 76.
- Athanasiadis G. Flammies sonores renforçant plusieurs sons. *Compt. Rend.* **146**, p. 538, 1908.
- Barton E. H. On spherical Radiation and Vibrations in conical Pipes. *Phil. Mag.* (6), **15**, p. 69, 1908.

2. Acustica fisiologica.**3. Acustica musicale.**

- Schulze F. A. Die obere Hörgrenze und ihre exakte Bestimmung. *Beit. z. Anat. Phys. Pathol. d. Ohres.* **1**, p. 134, 1908.
- Bowler T. J. On the Factors serving to determine the Direction of Sound. *Phil. Mag.* (6), **15**, p. 318, 1908.

4. Apparecchi.**D. Calore.****1. Teoria meccanica del calore.**

- Reiche F. Gesetze der Kompression einer Hohlraumstrahlung durch eine semipermeable Platte. *Ann. d. Phys.* (4), **25**, p. 521, 1908.
- Innes-Rose J. On the practical attainment of the Thermodynamic Scale of Temperature. *Phil. Mag.* (6), **15**, p. 801, 1908.
- Amagat E. H. Sur l'extension du théorème de Clausius. *Compt. Rend.* **146**, p. 555, 1908.
- Hasenöhrl F. Zur Thermodynamik bewegter Systeme. *Ak. d. Wiss. Wien.* 6 Febbraio 1908.

2. Teoria cinetica della materia.**3. Dilatazione e termometria.****4. Calorimetria.**

- Oberhoffer P. Ueber die spezifische Wärme des Eisens. *Stah. u. Eisen.* **27**, p. 1764, 1907.
- Lecher E. Bestimmung spezifischer Wärmen von Leitern bei verschiedenen Temperaturen. *Ak. der Wiss. Wien.* 6 Feb. 1908.

5. Cambiamenti di stato. Proprietà dei vapori e dei gas.

- v. Hagen D. Ein Apparat zur Demonstration der Beziehungen zwischen Volumen, Druck und Temperatur der Gase. *Zeit. f. Phys. u. Chem. Unt.* **21**, p. 29, 1908.
- Dieterici C. Ueber die innere Verdampfungswärme. *Ann. d. Phys.* (1), **25**, p. 569, 1908.

Webster G. Spannungscurve und Zustandsgleichung des Ammoniaks. *Zeit. f. Komp. u. Phys. Gase*. 11, p. 5, 1908.

Hamilton J. D. On the Joule-Kelvin Inversion Temperature, and Olszewski's Experiment. *Phil. Mag.* (6), 15, p. 126, 1908.

6. Sorgenti di calore.

7. Conducibilità termica.

Lees C. H. The Effects of Temperature and Pressure on the Thermal Conductivities of solids. *Roy. Soc. London*. 12 Dic. 1907.

8. Calore raggiante.

9. Apparecchi ed applicazioni termiche.

E. Ottica.

1. Teoria. Generalità.

Schott G. A. A fundamental Contradiction between the Electrical Theory of Dispersion and the Phenomena of Spectrum-series. *Nature*. 77, p. 413, 1908.

Mie G. Beiträge zur Optik trüber Medien, speziell kolloidaler Metallösungen. *Ann. d. Phys.* (4), 25, p. 377, 1908.

Erlie H. Optische Eigenschaften und Elektronentheorie. *Zeit. f. Wiss. Phot.* 6, p. 100, 1908.

2. Propagazione della luce, riflessione, rifrazione, dispersione, assorbimento, emissione.

Foix M. Théorie du rayonnement des manchons à incandescence. *Journ. d. Phys.* (4), 7, p. 135, 1908.

Kalandek S. Ueber die Lichtabsorption in Anilinfarbelösungen vom Gesichtspunkte der optischen Resonanz. *Phys. Zeit.* 9, p. 128, 1908.

Siegl K. Ueber das Emissionsvermögen von Gesteinen, Wasser, und Eis. *Wien. Ber.* 116, p. 1208, 1907.

Rubens. Das Reflexionsvermögen des Wassers. *Ak. d. Wiss. Berlin* 20 Febr. 1908.

Schmidt W. Ueber die Reflexion der Sonnenstrahlung an Wasserflächen. *Ak. d. Wiss. Wien*. 23 Gen. 1903.

Tomkins J. A. Note on the Focometry of a concave Lens. *Phil. Mag.* (6), 15, p. 198, 1908.

3. Spettroscopia.

Dvorák V. Ueber die Darstellung eines reines Spektrums durch Newton. *Zeit. f. Phys. u. Chem. Unt.* 21, p. 23, 1908.

Boquerel H. Sur les spectres de composés non dissociés. *Compt. Rend.* 146, p. 257, 1908.

v. Wesendonk K. Ueber das Swansche Spektrum. *Phys. Zeit.* 9, p. 151, 1908.

Hartley W. N. The Absorption Spectra of the Vapour of Benzene at different Temperatures and Pressure, and likewise of solutions of Benzene. *Roy. Soc. London*. 12 Dic. 1907.

Brookes E. E. The spectrum of Mg and of the so-called Mg-Hydride as obtained by Spark Discharges under reduced Pressure. *Roy. Soc. London*. 12 Dic. 1907.

Nichols E. F. Ueber das Fehlen sehr grosser Wellenlängen im Sonnenspektrum. *Met. Zeit.* **25**, p. 49, 1908.

Bakewell A. Das Bogenspektrum des Cer. *Zeit. f. Wiss. Phot.* **6**, p. 78, 1908.

Erle H. Zur anomalen Dispersion der Metallämpfe. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **6**, p. 85, 1908.

La Rosa M. Sullo spettro della luce emessa dall'arco elettrico cantante. *Rend. Acc. Lincei.* (5), **17**, p. 200, I sem. 1908.

4. Sorgenti luminose. Fotometria.

Chassin A. S. Sur une intégrale apparaissant en photométrie. *Bull. Amer. Math. Soc.* **14**, N. 5, 1908.

Thomert J. Sur un dispositif spectrophotométrique. *Compt. Rend.* **146**, p. 584, 1908.

5. Luminescenza.

Stephenson A. On mechanical Phosphorescence. *Phil. Mag.* (6), **15**, p. 352, 1908.

Becquerel H. Sur quelques spectres de phosphorescence. *Compt. Rend.* **146**, p. 440, 1908.

6. Fotografia.

Brothers A. The production of photographs in the colours of nature. *Manchester Phil. Soc.* **14** Genn. 1908.

Constat E. La Photographie appliquée à l'Astronomie. *Rev. Scient.* (5), **9**, p. 295, 1908.

Lippmann G. Epreuves réversibles. Photographies intégrales. *Compt. Rend.* **146**, p. 444, 1908.

7. Interferenza. Diffrazione.

Frühlich J. Rappresentazione sperimentale delle leggi dell'interferenza della luce polarizzata. *Math. u. Naturw. Ber. aus Ungarn.* **21**, 1907.

v. Weimarn P. Ueber die Möglichkeit der Erweiterung der ultramikroskopischen Sichtbarkeitsgrenze. *Chem. Centralbl.* **1**, p. 199, 1908.

Rayleigh Lord. Effect of a Prism on Newton's Rings. *Phil. Mag.* (6), **15**, p. 345, 1908.

8. Ottica dei cristalli, birifrangenza, polarizzazione.

Halle B. Ueber Polarisationsprismen. *Deut. Mech. Zeit.* p. 6, 1908.

9. Rotazione del piano di polarizzazione.

10. Ottica fisiologica.

Nagel W. und Boltunow A. Sehschärfe in farbigem Lichte. *Arch. f. Physiol.* p. 552, 1907.

v. Rohr M. Ein eigentümlicher stereoskopischer Effekt. *Phys. Zeit.* **9**, p. 201, 1908.

11. Apparecchi.

Ovcrák V. Bemerkungen und Versuche zur Schlierenmethode. *Zeit. f. Phys. u. Chem. Unt.* **21**, p. 17, 1908.

Houston R. A. Ein neues Spektralphotometer von Hüfner-Typus. *Phys. Zeit.* **9**, p. 127, 1908. *Phil. Mag.* (6), **15**, p. 282, 1908.

Estenave E. Images à aspect changeant par l'écran de projection à roseaux lignés. *Compt. Rend.* **146**, p. 891, 1908.

F. Magnetismo.**1. Generalità. Teoria.**

Thullie Z. Sul fenomeno del diamagnetismo e la teoria degli elettroni. *Bull. inter. Ac. Sciences Gracovie*. 3 Luglio 1907.

Schott G. A. The electron Theory of Matter and the Explanation of magnetic Properties. *Phil. Mag.* (6), 15, p. 172, 1908.

2. Misure. Apparecchi.

Burrows C. W. On the Best Method of Demagnetising Iron in Magnetic Testing. *Bull. Bur. Stand.* 4, p. 205, 1908.

Schild K. Die magnetischen Eigenschaften elektrolytischer Eisenniederschläge. *Ann. d. Phys.* (4), 25, p. 623, 1908.

Malik D. N. Experimental Determination of magnetic induction in an elongated spheroid. *Phil. Mag.* (6), 15, p. 65, 1908.

Russell J. The effect of load and vibrations upon magnetism in Ni. *Boy. Soc. Edinburgh*. 2 Marzo 1908.

G. Elettricità.**1. Teoria.**

Wilson E. B. La théorie de l'électricité. *Bull. Amer. Math. Soc.* 14, N. 5, 1908.

Mirimanoff D. Sur la théorie des électrons à propos des recherches de M. De la Rive. *Arch. de Genève*. (4), 25, p. 172, 1908.

Stürmer C. Cas de réduction des équations différentielles de la trajectoire d'un corpuscule électrisé dans un champ magnétique. *Compt. Rend.* 146, p. 526, 1908.

Bucherer A. H. On the principle of relativity and on the Electromagnetic mass of the electron. *Phil. Mag.* (6), 15, p. 316, 1908.

Stürmer C. Cas de réduction des équations différentielles de la trajectoire d'un corpuscule électrisé dans un champ magnétique. *Compt. Rend.* 146, p. 462, 1908.

2. Elettrostatica. Macchine Elettriche.

von Herr M. Sur les phénomènes résiduels dans les corps diélectriques. *Math. u. Naturw. Ber. aus Ungarn*. 21, 1907.

3. Scariche elettriche attraverso conduttori e dielettrici.**4. Sorgenti di elettricità. Polarizzazione.**

Ries C. Lichtempfindlichkeit des Solens. *Phys. Zeit.* 9, p. 164, 1908.

5. Conducibilità. Resistenza.

Rasch E. und Hinrichsen F. W. Rapporto fra conducibilità elettrica e temperatura. *Zeit. f. Elektrochemie*. 14, N. 5, 1908.

Smith F. E. On the Comparison of resistances. *Electrician*. 60, p. 469, 1907.

Rudolfi E. Ueber die elektrische Leitfähigkeit der Legierungen und ihrer Temperaturkoeffizienten. *Phys. Zeit.* 9, p. 18, 1908.

6. Fenomeni termici.

Pécheux H. Mesure des températures élevées à l'aide des couples thermoelectriques. *Lum. Electr.* (2) 1 p. 49, 1908.

Cantone M. Contributo allo studio delle correnti termoelettriche. *Rend. Acc. Lincei.* (5), 17, p. 187, II sem. 1908.

7. Fenomeni luminosi.

Kayser H. Zur Hypothese der geschichteten Struktur der Bogenflamme. *Zeit. f. Wiss. Phot.* 6, p. 68, 1908.

Minet A. Sur l'arc voltaïque jaillissant dans une enceinte limitée par une paroi épaisse. *Compt. Rend.* 146, p. 467, 1908.

8. Elettromagnetismo, para e diamagnetismo.

9. Elettrodinamica e induzione.

Rosa E. B. The self and mutual Inductance of Linear Conductors *Bull. Bur. of Stand.* 4, p. 301, 1908.

Fubini G. Sull'influenza di uno stato dielettrico in un campo elettromagnetico. *Rend. Acc. Lincei.* (5), 17, p. 195, II sem. 1908.

Campbell A. On the Use of variable mutual Inductances. *Phil. Mag.* (6), 15, p. 155, 1908.

Mailk D. N. Mutual Induction. *Phil. Mag.* (6), 15, p. 364, 1908.

Orlich E. Ueber die Induktionswirkungen paralleler gestreckter Leiter. *Elekt. Zeit.* 29, p. 310, 1908.

10. Oscillazioni elettriche.

Grimschl E. Demonstrations-apparate für elektrische Schwingungen. *Zeit. f. Phys. u. Chem. Unt.* 21, p. 3, 1908.

Rendahl R. H. Ueber die Verwendung Kontinuierlicher elektromagnetischer Schwingungen bei Dämpfungsmessungen. *Phys. Zeit.* 9, p. 135, 1908.

Cerlino G. M. Un dispositivo elettromeccanico per la trasformazione diretta di correnti continue in oscillazioni persistenti di frequenza elevata. *Elettrecista.* (2), 7, p. 33, 1908.

Battelli A. Sulla resistenza elettrica dei solenoidi per correnti di alta frequenza. *Rend. Acc. Lincei.* (6), 17, p. 61, I sem. 1908. *Phys. Zeit.* 9, p. 155, 1908.

Battelli A. u. Magri L. Die Entladung in Spulen mit Eisenkern. *Phys. Zeit.* 9, p. 156, 1908.

Glatzel B. Die Quecksilberfunkenstrecke und ihre Verwendung zur Erzeugung schwach gedämpfter elektrischer Wellen. *Verh. der Deut. Phys. Ges.* 6, p. 54, 1908.

Rendahl H. R. Ueber Erzeugung schwachgedämpfter elektrischer Schwingungen. *Phys. Zeit.* 9, p. 208, 1908.

11. Magneto-ed elettro-ottica.

Dufour A. Modifications anormales, dans le champ magnétique, des spectres de bandes des divers composés. *Compt. Rend.* 146, p. 229, 1908.

Voigt W. Bemerkungen zu neueren magneto-optischen Beobachtungen. *Phys. Zeit.* 9, p. 120, 1908.

Wood R. W. Ueber das Vorhandensein positiver Elektronen im Na-Licht. *Phys. Zeit.* 9, p. 124, 1908. *Phil. Mag.* (6), 15, p. 274, 1908.

Lehmann W. Beiträge zur Kenntnis des Zeemanphänomens. *Zeit. f. Wiss. Phot.* 6, p. 41, 1908.

- Lehmann W. Der Zeeman-Effekt der He-Röhren. *Phys. Zeit.* 9, p. 145, 1908.
 Weid R. W. Anomale magnetische Rotationsdispersion des Neodyms. *Phys. Zeit.* 9, p. 148, 1908. *Phil. Mag.* (6), 15, p. 270, 1908.
 Becquerel J. Recherches sur les phénomènes magnéto-optiques dans les cristaux et les solutions solidifiées, à la température de l'air liquide. *Radium.* p. 5, 1908.

12. Raggi Catodici, Röntgen, ecc.

- Righi A. Sulla probabile esistenza di una nuova specie di raggi (raggi magnetici) durante la scarica in un campo magnetico. *Rend. Acc. Lincei.* (5), 17, p. 87, I semestre 1908.
 Barkla C. G. and Sadler C. A. Classification of Secondary X-Radiators. *Nature.* 77, p. 343, 1908.
 Ikle M. Anodenstrahlen. *Weltall.* 8, 1908.
 Riecke E. Ueber den Spannungsabfall in der positiven Lichtsäule. *Gött. Nachr.* 1907.
 Barkla C. G. Note on X-Rays and Scattered X-Rays. *Phil. Mag.* (6), 15, p. 288, 1908.
 Goldstein E. On the Canal-Ray Group. *Phil. Mag.* (6), 15, p. 372, 1908.

13. Radioattività e ionizzazione.

- Cathiard A. Emploi des flammes comme soupape des courants alternatifs à haute tension. *Compt. Rend.* 146, p. 229, 1908.
 Bianco G. A. Sulla presenza di torio nel suolo a Roma. *Rend. Acc. Lincei.* (5), 17, p. 101, I sem. 1908.
 Trabacchi G. C. La dispersione elettrica in un luogo sotterraneo chiuso. *Rend. Acc. Lincei.* (5), 17, p. 106, I sem. 1908.
 Strong W. W. The penetrating Radiation. *Nature.* 77, p. 343, 1908. *Phys. Zeit.* 9, p. 117, 1908.
 Crowther J. A. On the scattering of the β Rays from Uranium by Matter. *Roy. Soc. London.* 12 Dic. 1907.
 Schmidt H. W. Ueber den Zerfall von Radium B und C bei hohen Temperaturen. *Phys. Zeit.* 9, p. 118, 1908.
 Wilson H. A. Radium and the Earth's Heat. *Nature.* 77, p. 365, 1908.
 Wherry E. T. I minerali radioattivi della Pensilvania e loro effetti sulla lastra fotografica. *Journ. Franklin Institute.* 165, gennaio 1908.
 Dame J. Sur les courbes de radioactivité induite obtenues par M. M. Sarasin et Tommasina. *Compt. Rend.* 146, p. 394, 1908.
 Ramsay W. Lithium in radioactive Minerals. *Nature.* 77, p. 412, 1908.
 Rutherford E. Recent advances in Radioactivity. *Nature.* 77, p. 422, 1908.
 Szilard B. Étude sur le radioplomb. *Radium.* 5, p. 1908.
 Bloch L. Jonisation par barbotage. *Radium* 5, p. 18, 1908.
 Regener E. Ueber Zählung der α -Teilchen durch die Szintillation und die Grösse der elektrischen Elementarquantums. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* 6, p. 78, 1908.
 Riecke E. Ueber einige Eigenschaften des Radiumatoms. *Gött. Nachr.* 1907.
 Markwald W. und Keetman B. Notiz über das Jonium. *Chem. Ber.* 41, p. 49, 1908.
 Schmidt W. H. Ueber die Activierung der zentralen Elektrode eines zylindrischen Gefasses in Radiumemanation. *Phys. Zeit.* 9, p. 184, 1908.

- Dember H. Ueber die Empfindlichkeitsänderung lichtelektrischer Zellen. *Phys. Zeit.* **9**, p. 188, 1908.
- Wilde H. On the atomic weight of Radium. *Phil. Mag.* (6), **15**, p. 280, 1908.
- Joly J. The Radioactivity of Sea-Water. *Phil. Mag.* (6), **15**, p. 385, 1908.
- Ramsay W. et Cameron A. Le Lithium dans les minerais actifs. *Compt. Rend.* **146**, p. 456, 1908.
- Diaz de Rada F. Contributo della radioattività all'analisi chimica. *An. de la Soc. Espan. de Física y Química*. Dicembre 1907.
- Moureu C. Les dégazements gazeux des Sources Thermales. Radioactivité et « gaz rares ». *Rev. Scient.* (1), **9**, p. 353, 1908.

14. Elettrotecnica. Telefonia e Telegrafia.

- Bargert K. Ein Modellstation für Wellentelegraphie. *Zeit. f. Phys. u. Chem. Unt.* **21**, p. 32, 1908.
- Sachs J. E. Detektoren für elektrische Wellen. *Jahrb. d. drahtl. Telegr.* **1**, p. 130, 279, 1907.
- Rüdenberg R. Der Empfang elektrischer Wellen in der drahtlosen Telegraphie. *Ann. d. Phys.* (4), **25**, p. 446, 1908.

15. Unità.

16. Misura. Apparecchi.

- Clerc L. et Minet A. Sur un nouveau four électrique à arc, applicable aux recherches de laboratoire. *Compt. Rend.* **146**, p. 227, 1908.
- Blondel A. Sur le réglage des transformateurs à la résonance pour la production des décharges disruptives. *Journ. d. Phys.* (4), **7**, p. 89, 1908.
- Lüdike H. Ein Farbenzuvanoskop. *Zeit. f. Phys. u. Chem. Unt.* **21**, p. 10, 1908.
- Dieselhorst H. Termokraftfreier Kompensationsapparat mit fünf Decaden und konstantem kleinen Widerstand. *Zeit. f. Instrkunde.* **28**, p. 1, 1908.
- Brooks H. B. A Deflection Potentiometer for Voltmeter Testing. *Bull. Bur. of Stand.* **4**, p. 275, 1908.
- Abraham M. Fonctionnement du détecteur électrolytique; influence de la température. *Compt. Rend.* **146**, p. 897, 1908.
- Ludwig P. Ueber die sogenannten elektrolytischen Stromunterbrecher. *Ann. d. Physik.* (4), **25**, p. 487, 1908.
- Brarley E. Accroissements de sensibilité des révélateurs électrolytiques sous diverses influences. *Compt. Rend.* **146**, p. 527, 1908.
- Dieselhorst H. Kompensationswiderstand für das Cd-normallement. *Zeit. f. Instrkunde.* **28**, p. 38, 1908.
- Lignani G. Metodo per misurare il coefficiente di selfinduzione. *Rend. Ac. Torino.* p. 180, 1907.
- Cheiré M. E. Apparecchio destinato ad accoppiare gli accumulatori. *An. de la Soc. Espan. de Física y Química*. Dicembre 1907.

H. Fisica terrestre e Meteorologia.

1. Generalità. Teoria.

- Vielle J. Sur les engins gréillifuges. *Compt. Rend.* **146**, p. 451, 1908.

2. Geodesia. Misure geodetiche e di gravità.

Rudzki P. La gravità a Gracovia, a S. Francisco e a Dehra-Dun, ridotta con un nuovo metodo. *Bull. intern. Ac. Sciences. Gracovie*. **8**, Luglio 1907.

3. Magnetismo terrestre. Correnti telluriche. Luce polare.**4. Studio dell'alta atmosfera.**

Schmauss A. Sur la température et la hauteur de l'inversion supérieure. *Rev. néphol.* Gennaio 1908.

Nadler. Feststellung und Untersuchung der oberen Inversion durch Pilotballons. *Met. Zeit.* **25**, p. 40, 1908.

Dines W. H. The isothermal Layer of the Atmosphere. *Nature*. **77**, p. 390, 462, 1908.

Sandström J. W. Ueber die Temperaturverteilung in den allerhöchsten Luftschichten. *Arkiv. för Mathem.* **8**, p. 394, 1907.

D'Oultremont H. Observations en ballon. *An. Soc. Mété. de France*. **55**, p. 209, 1907.

5. Meccanica e termodinamica dell'atmosfera. Venti.

E. G. The Winds of Northern India. *Nature*. **77**, p. 358, 1908.

Trabert W. Der tägliche Luftdruckgang in unserer Atmosphäre. *Met. Zeit.* **25**, p. 39, 1908.

Burton C. V. On the Thermally excited Vibrations of an Atmosphere. *Phil. Mag.* (6), **15**, p. 147, 1908.

6. Ottica dell'atmosfera.

Richarz F. Ueber Beobachtung des künstlichen Brockengespenstes. *Met. Zeit.* **25**, p. 19, 1908.

7. Elettricità Atmosferica.

Chree C. Atmospheric Electricity and Fog. *Nature*. **77**, p. 343, 1908.

Gockel A. Ueber den Ionengehalt der Atmosphäre. *Met. Zeit.* **25**, p. 9, 1908.

Rieske E. Beiträge zu der Lehre von der Luftelektrizität. *Gött. Nachr.* 1907.

Kurz K. Eine quantitative Bestimmung des Gehaltes der Atmosphäre an radioaktiven Substanzen. *Phys. Zeit.* **9**, 177, 1908.

Bay I. Observation de foudre en boule. *Compt. Rend.* **146**, p. 554, 1908.

8. Temperatura del suolo.

Cholnoky J. Sur les variations diurnes de température du sable a Deliblat. *Math. u. Naturw. Ber. aus Ungarn*. **21**, 1907.

9. Terremoti e Vulcani.

Rizzo G. B. Sulla propagazione dei terremoti. *Rend. Ac. Torino*. p. 621, 632, 1907.

10. Climatologia.**11. Calore solare e irraggiamento.**

Féry C. et Millochau G. Contribution à l'étude du rayonnement calorifique solaire. *Compt. Rend.* **146**, p. 252, 1908.

Angström K. Méthode nouvelle pour l'étude de la radiation solaire. 19 p. Upsala, 1907.

Kalecsinszky A. Sur l'accumulation de la chaleur solaire dans les divers liquides. *Math. u. Naturw. Ber. aus Ungarn*. **21**, 1907.

12. Apparecchi.

- Kohlshütter E., L'hyposomètre comme baromètre de voyage. *Bull. Soc. Belg. d'Astron.* N. 9, 1907.
- Vallant P. Sur la vitesse d'évaporation et sur un procédé de détermination de l'état hygrométrique. *Compt. Rend.* **146**, p. 582, 1908.
- Gallenkamp W. Ueber die Sprungsche Vereinfachung meines Regen-Auffangapparates und über einen neuen Regenautographen. *Zeit. f. Instr. Kunde.* **28**, p. 83, 1908.
- Rykatschew M. Neuer Druchanemograph von Rohrdanz. *Zeit. f. Instr. Kunde.* **28**, p. 41, 1908.

L. Storia della fisica.

- Neister K. Ptolomäus oder Kopernikus? Leipzig. A. Barth. 1907.
- De Fenivelle W. Histoire de la Navigation aérienne. Paris. Hachette, 1907.

M. Trattati.

- Darwin G. H. Scientific Papers. I. Cambridge. Univ. Press. 1907.
- Boruttau H. Lehrbuch der medizinischen Physik. VIII+282 p. Leipzig. J. A. Barth, 1908.
- Clark A. The polarity of matter. p. 142. Gall & Inglis, 1908.
- Endecott F. C. A School Course in Physics. London. Blackie, 1908.
- Buehholz H. Das mechanische Potential. XVI+470 p. Leipzig. A. Barth, 1908.
- Schaum K. Photochemie und Photographie. VIII+228 p. Leipzig. A. Barth, 1908.
- Adams J. H. Harper's Electricity Book for Boys. 422 p. Harper, 1908.
- Lanchester F. W. Aerodynamics. Constable, 1908.
- Weber. Einführung in die Krystalloptik. München. J. Lindaner, 1908.
- Whittaker E. T. The Theory of optical Instruments. Cambr. Univ. Press. 1908.

A. POCHETTINO.

NOTIZIARIO

— Il 4 febbraio è morto il direttore del Servizio meteorologico Belga Prof. Lancaster.

— È morto Sir J. Eliot direttore del Servizio meteorologico Indiano.

— In onore dell'Ammiraglio Mc Clintock verrà apposta nell'Abbazia di Westminster una lapide.

— Nel prossimo agosto l'Università di Jena festeggerà il suo 350^{mo} anniversario.

— Il Prof. V. v. Lang dell'Università di Vienna ha festeggiato il 50^{mo} anniversario di dottorato e il 70^{mo} anno di vita.

— Il Prof. A. Michelson e J. D. van der Waals sono stati nominati membri onorari della Royal Irish Academy.

— Il 18 Febbraio il celebre Prof. E. Mach ha festeggiato il suo 70^{mo} anniversario.

— Il Prof. H. Poincaré è stato nominato membro dell'Académie française al posto di Sully-Prudhomme.

— Il IV congresso internazionale di elettrologia e di radiologia avrà luogo ad Amsterdam nella prima settimana di Settembre.

— Il Prof. Spring è stato nominato membro della Royal Institution.

— Il Dott. Rothé è stato nominato Professore di fisica all'Università di Nancy.

— Il Dott. T. Liebisch è stato nominato professore di mineralogia all'Università di Berlino.

— La Società francese di fisica ha eletto a Presidente il Prof. Deslandres e a vice-Presidente il Prof. Brillouin.

— Il Dott. Klupathy è stato nominato professore di fisica all'Università di Budapest.

— Il Prof. W. Kauffmann di Bonn è stato chiamato all'Università di Königsberg.

— Il Prof. R. Luther è stato chiamato a coprire la cattedra di fotografia al Politecnico di Dresda.

— Il Dott. H. Mache è stato nominato professore di fisica al Politecnico di Vienna.

— È stata aperta una sottoscrizione per fondare un'Università al Cairo. Il Khédive accorda una sovvenzione annua di L. 125.000.

— Un antico studente della Yale University di New Haven ha regalato 50.000 dollari a quell'Università.

— Il Principe R. Bonaparte ha posto a disposizione dell'Académie des Sciences la somma di 100.000 franchi per aiutare ricerche scientifiche.

— Il signor. J. Rylands ha donato 50.000 sterline all'Università di Manchester.

— All'Università Ann Arbor di Michigan sono stati dati 250.000 dollari per la costruzione dell'Istituto Chimico.

— Il Maharaja de Darbhanga ha donato all'Università di Calcutta 17.000 sterline.

— La signora Grangier ha lasciato 100.000 franchi all'Università di Digione.

— Marconi riesce a produrre delle oscillazioni elettriche continue ad alta frequenza, ponendo fra le sfere dell'eccitatore un disco metallico isolato girante con una velocità tangenziale di almeno 90 metri al secondo. L'eccitatore è collegato con una sorgente a corrente continua; l'arco che si forma fra le sfere e il disco produce le oscillazioni.

— Il signor Berndt propone per misurare il vuoto nei tubi Crookes ecc. di determinare il riscaldamento di un filo nell'interno di un tubo posto in comunicazione coll'apparecchio da vuotare.

— Ecco la produzione mineraria in tonnellate dell'Italia nel 1906: Solfo: 471.000; Piombo: 21.768; Argento: 20,3; Rame: 15.462; Mercurio: 416,6; Ferri e Acciai: 569.870.

— Togliamo dalla Revue Scientifique la seguente tabella sulla volatilità di alcuni metalli alla pressione ordinaria: Zn. 930°; Mg. 1025°; Pb. 1250°; Ag. 1850°; Cu. 2100°; In. 2170; Mn. 2200°;

Ni. 2450°; Cr. 2500; Fe. 2600°; Pt. 2650°; Ti. 2700°; Au. 2800°; Ir. 2850°; U. 3100°; Mb. 3350°.

— Il signor Jouve è riuscito ad ottenere delle leghe metalliche inattaccabili dagli acidi. Sono leghe di ferro o manganese e silicio ad alto tenore in silicio; esse resistono agli acidi e a caldo e a freddo meglio delle ghise meno attaccabili.

— Mediante la cristallizzazione frazionata dell' Ossalato di Itterbio nell' ossalato d'ammonio il signor Auer von Welsbach è arrivato a separare due elementi nuovi il *Casstopetum* (174.54) e l' *Aldebaranium* (172.9) caratterizzati da spettri a scintille affatto diversi.

— Il Prof. Dörr calcola il costo dei diversi processi d'illuminazione, per ora e per 10 candele alle seguenti cifre in centesimi:

Petrolio sotto pressione 0,12 (Costo Petrolio L. 0,27 al Kg.).

Arco a fiamma 0,20 (Costo energia L. 0,62 al Kw-ora).

Incandescenza a gas 0,31 (Costo gas L. 0,20 al m³).

Lampada Osram 0,62.

Petrolio 0,87.

Arco alternante 1.

Acetilene 1,5.

Lampade elettriche a incandescenza 2.

Becchi a gas a ventaglio 3,12.

Candele 13,70 (Costo candele L. 1,85 al Kg.).

— Il Prof. A. Job propose di usare come metodo pirometrico quello già suggerito dal Barus nel 1889 fondato sulla variazione di viscosità di un gas colla temperatura. Il produttore di gas a produzione costante è un voltmetro a soluzione di soda, il gas usato è l'ossigeno, il tubo capillare lungo 70 mm. e del diametro di 0,3 mm. è in platino; liquido manometrico è il petrolio.

— Recentemente è stato proposto di dare ai fari la proiezione zenitale con che si spera di raggiungere una visibilità maggiore anche con cielo coperto.

— La Compagnia Marconi sta per erigere una nuova stazione transatlantica nelle vicinanze di N. York. La potenzialità della Stazione sperimentale di Glace-Bay è di 5000-6000

parole al giorno. La stessa Compagnia aprirà fra breve il servizio fra Montreal e Londra al prezzo di 75 centesimi alla parola.

— A Tolone è stato sperimentato un sottomarino per la pesca delle spugne fino a una profondità di 100 metri.

— All'Esposizione internazionale automobilistica di Berlino (Dicembre 1907) era esposto un motore (costruttori i signori Dufaux di Ginevra) della forza di 120 H. P. a 20 cilindri del peso di soli 85 Kg!

— Un piroscapo munito di apparecchi Poulsen ha potuto mantenersi in reciproca comunicazione radiotelegrafica fino a 2200 Km. di distanza!

— Col sistema Poulsen si è giunti a telefonare senza fili fino alla distanza di 270 Km.

— Secondo C. Flammarion il primo (280 av. Cr.) ad affermare il moto di rivoluzione annuale della terra intorno al sole immobile è stato Aristarco di Samo, contemporaneo di Archimede.

— Börnstein rivendica a Linneo l'aver rovesciata la scala di Celsius nella quale lo 0° corrispondeva alla temperatura di ebollizione dell'acqua e il 100° alla fusione del ghiaccio.

— Nel prossimo congresso internazionale di scienze storiche che si terrà a Berlino una sezione è stata riservata alla Storia delle scienze.

— Nell'aprile del 1907 si è costituita in Francia una Associazione dei professori di fisica delle scuole secondarie per fornire ai soci tutte quelle notizie che interessano l'insegnamento della fisica.

L'Associazione pubblica un bollettino mensile per far conoscere le più interessanti esperienze da scuola. Sede dell'Associazione è Parigi, Rue Gay-Lussac, N. 41. Quota annuale L. 3.

— Il direttore dell'osservatorio di Lick Prof. Perrine ha terminato lo studio delle fotografie dell'eclisse solare del 1905 da lui fatte fare nelle stazioni al Labrador, in Spagna e in Egitto per scoprire se esista un pianeta intramercuriale; sembra che se questo esiste deve essere inferiore all'8^a grandezza. Secondo le ricerche di Seeliger le perturbazioni di Mercurio

e di Venere si potrebbero spiegare ammettendo l'esistenza in vicinanza del Sole di una enorme quantità di corpuscoli, che illuminati dal Sole darebbero la luce zodiacale.

— Nordmann tenta di vedere se vi ha dispersione della luce negli spazi interplanetari; il metodo di ricerca consiste nel produrre una serie d'immagini monocromatiche di una stella variabile a corto periodo e di determinare fotometricamente le curve d'intensità rispettive per mettere in evidenza se vi ha spostamento fra esse. I risultati preliminari delle sue ricerche sulla β Perseo e λ Toro porterebbero alla conclusione che si ha veramente uno spostamento accennante ad una dispersione il cui senso è lo stesso dei mezzi rifrangenti ordinari.

Responsabile: Prof. A. POCHETTINO.

GIUSEPPE PICCIATI

(Piombino, 30 Novembre 1868 — Venezia, 11 Marzo 1908)

Cenno necrologico di T. LEVI-CIVITA.

Quando seppi che spettava a me il mesto incarico di commemorare il caro Estinto dinanzi ai colleghi della Società di Fisica, chiesi alle Sue desolate sorelle se fosse da riferire qualche speciale episodio della intimità familiare.

« La Sua esistenza fu tutta un episodio di amor filiale e fraterno, mi risposero commosse. Perdemmo il padre diciassette anni or sono, e Giuseppe, che stava appunto allora per abbandonare la scuola, ed iniziare la lotta per la vita, votò alla famiglia tutto se stesso. Colla Sua serena fermezza, fu conforto e sostegno della madre adorata e divenne per noi un secondo padre ».

Basta questa notizia a lumeggiare interamente la figura morale del Nostro, e le difficoltà, attraverso cui si svolse la Sua produzione scientifica.

Laureatosi in fisica all'Università di Pisa nel 1890, ottenne, in seguito a concorso, un posto di perfezionamento, quindi fu per due anni assistente di Statica grafica e di Meccanica razionale, sempre nell'Università di Pisa. Titolare di meccanica era allora il Volterra, di cui Picciati fu scolare prediletto. Incoraggiato da lui alla ricerca originale, compose in questo periodo di tempo i primi lavori.

Particolarmente notevole è la dissertazione *« Sull'equilibrio e sul moto infinitesimo delle superficie flessibili ed*

inestendibili », presentata alla Facoltà di Scienze di Pisa per ottenere la laurea in fisica. In questa dissertazione sono ritrovati ed estesi i risultati di Beltrami, in base al principio di solidificazione, ed è poi fatta una bella applicazione alle piccole oscillazioni di un velo fluido, inizialmente sferico.

Le ricordate circostanze di famiglia consigliavano il Picciatti ad entrare in carriera al più presto. Prese perciò parte nell'estate 1893 ad un concorso per professore di fisica nella Scuola dei Macchinisti di Venezia. Vinse il concorso, accettò la nomina, e si trasferì coi suoi a Venezia, facendosi subito apprezzare dagli allievi per la sobria limpidezza dell'insegnamento.

Le nuove occupazioni scolastiche appena Gli consentirono di completare uno studio già iniziato a Pisa, sulla trasformazione delle equazioni dinamiche, in alcuni casi particolari. L'argomento era allora di piena attualità, essendovi stata richiamata, colla posizione di un problema generale, l'attenzione dei matematici. Il contributo, recatovi dal Nostro, si raccomanda per spontaneità di pensiero e per semplicità di metodo.

Nel 1895 prese anche la laurea in matematica.

Volgevano però anni poco propizi a meditazioni astratte.

La fama delle Sue eminenti attitudini didattiche si era sparsa in Venezia, e giovani studenti d'ogni grado si rivolgevano a lui per lezioni private. L'esiguità dello stipendio non Gli consentiva di rinunciare a tale lucro, e così per molto tempo fu tratto a sacrificare alle esigenze economiche gran parte della Sua energia.

È già cosa mirabile che quel lungo e affannoso tirocinio non abbia in Lui sopraffatto ogni amore allo studio: il buon seme resisteva, pronto a nuovi e più robusti germogli in condizioni favorevoli. A prepararle porse occasione un concorso generale per le Scuole Normali, bandito nel 1896. In seguito a tale concorso, Egli fu nominato professore a Padova, pur conservando il posto alla Scuola dei Macchinisti. Per un anno ancora rimase assorbito dal duplice insegnamento in residenze diverse, ma, col Suo trasferimento alla Scuola Normale di Venezia, si iniziò un periodo di discreta tranquillità e di fecondo raccoglimento, nel quale seppe far posto agli studi per-

sonali, senza mai attenuare lo scrupoloso adempimento dei Suoi due uffici.

« Lavoro per divertirmi, da semplice dilettante », dicevami celiando. Ben si intende però come col Suo ingegno e colla Sua cultura, il dilettantismo non presentasse alcun inconveniente; poteva soltanto significare, e significò infatti che nessuna preoccupazione di carriera Lo indusse mai a produrre o ad affrettare il compimento di intraprese ricerche.

Come autore riapparve al pubblico matematico nel 1901, con due note eleganti, inserite negli atti dell'Istituto Veneto.

La Facoltà di Scienze di Padova, altamente apprezzando i Suoi titoli e la rara forza di volontà, attestata dalla felice e promettente ripresa, propose ed ottenne che Gli fosse conferita la libera docenza in Meccanica razionale.

Frattanto la Sua attenzione andava fissandosi sulle teorie dell'elettrodinamica e dell'elettromagnetismo.

Ne sorse un gruppo di ricerche organiche e cospicue, raccolte in nove memorie, tutte interessanti, alcune fondamentali per importanza e novità di risultati. Vi si compie tra altro la rigorosa determinazione del campo elettromagnetico, dovuto ad una corrente elicoidale costante: argomento, cui il nome di Lui resta ormai saldamente connesso,

L'importanza pratica degli avvolgimenti a spirale aveva imposto da tempo la considerazione di tali campi, ma non si era mai oltrepassato il risultato approssimativo, che figura in tutti i trattati elementari e che si ottiene trascurando il passo dell'elica. Gli studi del Picciati somministrano termini correttivi abbastanza semplici, che possono ben presto essere richiesti dai bisogni di una tecnica più evoluta o da più affinate esperienze di laboratorio.

Appartiene ancora a questo ordine di ricerche il lavoro sulla resistenza dei solenoidi per correnti variabili. L'A. sperava dapprima di potersi riattaccare ai Suoi precedenti risultati, ma la schematizzazione matematica della complessa realtà richiese nuove risorse. Tratte dalle premesse tutte le conseguenze legittimamente consentite, Egli trova che, nelle conclusioni finali da mettere a raffronto coll'esperienza rimane

una grande arbitrarietà, che solo nuovi fatti o nuove ipotesi possono eliminare.

Il complemento fu poco dopo raggiunto dal sig. Sommerfeld, che ha cordialmente riconosciuto tutta l'importanza delle idee e delle indagini del Nostro.

Picciati mi raccontò — mi si consenta una reminiscenza personale — che già aveva saggiata la via, percorsa poi magistralmente dal Sommerfeld; in particolare aveva effettuata quella certa rappresentazione conforme, su cui poggiano le verificazioni numeriche per il caso di alte frequenze.

Ma alla catena logica mancava la plausibile sanzione (avvertita e formulata dal Sommerfeld), ed Egli, con lodevole riserbo, si era astenuto dal far conoscere un tentativo, non ancor giunto a maturità.

Altro campo di studi, in cui, in breve volger di tempo, il Picciati segnò orma duratura, è l'idrodinamica razionale.

La teoria delle caratteristiche ed altri sussidi di alta analisi Gli permisero di veder chiaro in quei problemi di moto entro un fluido viscoso, che solo il genio di Stokes aveva osato affrontare con mezzi inadeguati, giungendo per virtù di intuizione a conclusioni brillanti ed esatte.

Le ricerche del Picciati sono altrettanto geniali, quanto profonde.

Tutto è sistematicamente ricondotto — l'averlo riconosciuto non è piccolo merito — all'integrazione della equazione di propagazione del calore per speciali condizioni ai limiti.

Dato nitido assetto alla teoria generale, Egli si è rivolto ad un attraente problema concreto: la caduta di una sfera pesante in un liquido viscoso. Lo ha risolto, stabilendo in modo ingegnoso la convergenza del procedimento ¹⁾ e le espressioni asintotiche, previste da Stokes, su cui la teoria degli elettroni ha oggi nuovamente richiamata la attenzione dei fisici.

Così per naturale impulso di fervido ingegno e per ordinata, incessante attività, il Picciati si trovò, quasi a Sua insaputa, egregiamente preparato ad un concorso universitario.

1) Il prof. Boggio fu indotto dal lavoro di Picciati ad una nuova e più semplice trattazione del problema, e riesci addirittura a integrare, mediante sole quadrature, l'equazione funzionale, che lo caratterizza.

Vi partecipò nell'autunno 1907, quando venne bandito per la cattedra di Meccanica razionale nell'Università di Bologna.

Prescelto su valorosi competitori, assunse l'insegnamento nel gennaio di quest'anno, avendo già preparata e redatta per iscritto buona parte del corso. Nella scelta degli argomenti, nei limiti e nelle modalità della trattazione, spicca — ben lo posso affermare, dacchè dei Suoi fogli sono ora geloso custode — il fine senso di opportunità, che accompagnò ogni atto della Sua vita, e l'agile precisione, che è frutto di larga esperienza didattica.

Egli attendeva ansioso la presente primavera, nella quale la famiglia, rimasta provvisoriamente a Venezia, avrebbe dovuto ricongiungersi a Lui, prendendo stabile domicilio in Bologna. In quell'agognata tranquillità, Gli arridevano nuove ricerche e Gli si schiudevano sicure soddisfazioni e men sudati trionfi.

Improvviso assalto di morbo insanabile, che nulla lasciava sospettare Lo rapì crudelmente in tre giorni.

La Sua morte, avvenuta in Venezia l'11 marzo 1908 a soli 39 anni di età, destò generale e profonda impressione. Da tutti fu dolorosamente sentita la scomparsa di uno scienziato eminente nel pieno vigore di una vita operosa, fu sentita la pietà del Suo caso; ma in quanti Lo conobbero si definì in mille guise e si affermò possente un più intimo lutto, chè l'uomo sovrastava allo scienziato per elevatezza morale e per squisito sentire.

Col perfetto equilibrio del Suo temperamento, coll'onesta franchezza, coll'assennato ottimismo, che mai non si smenti, aveva cementato salde amicizie; sempre e dovunque diffusa intorno a sè schietta simpatia.

Sia pari al rimpianto l'efficacia dell'esempio, offerto dalla Sua vita purissima!



Elenco delle pubblicazioni di Giuseppe Picciati.

1. « Sull'equilibrio e sul moto infinitesimo delle superficie flessibili ed inestendibili », *Giornale di matematiche*, vol. XXX, 1892; pag. 1-80.

2. « Sull'integrazione grafica delle equazioni differenziali e sue applicazioni », *Il Politecnico*, vol. XLI, 1893; pag. 3-22.
 3. « Sul problema di Appell della trasformazione delle equazioni della dinamica », *Nuovo Cimento*, ser. III, vol. XXXIII, giugno 1893, pag. 241-249.
 4. « Sulla trasformazione delle equazioni della dinamica in alcuni casi particolari », *Atti dell'Istituto Veneto*, T. LIV, 1896, pag. 176-189.
 5. « La funzione di Weierstrass nella cinematica del quadrilatero articolato », *ibidem*, T. LX, 1901, pag. 301-309.
 6. « Sui moti stazionari di sistemi olonomi soggetti a forze conservative in casi particolari », T. LXI, 1902, pag. 405-417.
 7. « La teoria di Hertz applicata alla determinazione del campo elettromagnetico generato dalla traslazione uniforme d'una carica elettrica parallelamente ad un piano conduttore indefinito », *Rendiconti della R. Accademia dei Lincei*, ser. V, vol. XI, 2.^o semestre, 1902, pag. 221-229.
 8. « Campo elettromagnetico generato da una carica elettrica in moto circolare uniforme », *ibidem*, vol. XII, 1.^o semestre, 1903, pag. 41-47.
 9. « Campo elettromagnetico generato dal moto circolare uniforme di una carica elettrica parallelamente ad un piano conduttore indefinito », *ibidem*, pag. 159-165 e 185-184.
 10. « Sull'influenza dei dielettrici solidi sul campo magnetico generato dalla convezione elettrica », *ibidem*, vol. XIII, 1.^o semestre, 1904, pag. 181-185 e 226-232.
 11. « Flusso di energia e radiazione nel campo elettromagnetico generato dalla convezione elettrica », *ibidem*, pag. 384-392.
 12. « Sulle funzioni potenziali elicoidali », *ibidem*, 2.^o semestre, pag. 595-603.
 13. « Campo elettromagnetico dovuto ad una corrente costante, elicoidale » *ibidem*, vol. XIV, 1.^o semestre, 1905, pag. 323-331.
 14. « Sulla teoria del solenoide elettrodinamico », *ibidem*, pag. 443-450.
 15. « Sulla resistenza dei solenoidi per correnti variabili », *Nuovo Cimento*, ser. V., vol. XI, maggio-giugno 1906, pag. 351-374.
 16. « Sull'equazione della propagazione del calore in un filo », *Rendiconti della R. Accademia dei Lincei*, ser. V., vol. XVI, 1.^o semestre, 1907, pag. 750-753.
 17. « Sul moto di una sfera in un liquido viscoso », *ibidem*, pag. 943-951.
 18. « Integrazione dell'equazione funzionale che regge la caduta di una sfera in un liquido viscoso », *ibidem*, 2.^o semestre, pag. 45-50.
 19. « Sul moto di un cilindro indefinito in un liquido viscoso », *ibidem*, pag. 174-184.
-

**SUI CAMPI ELETTROMAGNETICI PURI,
di LEONELLA CAFFARATTI.**

INTRODUZIONE.

Il professor Levi-Civita in una sua nota ¹⁾ mostra con un esempio la possibilità di un movimento spontaneo di elettricità, che si effettua cioè senza l'intervento di massa materiale, nè di legami tra le cariche elettriche, nè di qualsiasi azione esterna. Le equazioni caratteristiche di un campo elettromagnetico mantenuto da tale movimento o, com'egli dice, di un campo elettromagnetico puro sono:

$$(P) \left\{ \begin{array}{ll} (I) & A \frac{dE}{dt} = -\operatorname{rot} H - 4\pi A \rho v, \\ (II) & A \frac{dH}{dt} = \operatorname{rot} E, \\ (III) & \operatorname{div} E = 4\pi \rho, \\ (IV) & \operatorname{div} H = 0, \\ (V) & E + A [H, v] = 0; \end{array} \right.$$

dove E, H, v rappresentano i vettori forza elettrica, forza magnetica e velocità delle particelle elettrizzate, ρ la densità elettrica, $[H, v]$ il prodotto vettoriale della forza magnetica e della velocità ed A l'inversa della velocità della luce; il triedro di riferimento Ω, ξ, ζ è poi supposto sinistrorso.

Osserviamo che tali equazioni sono in numero di 10 [la IV potendosi ritenere soddisfatta a meno di una costante, qualora si siano soddisfatte le II], precisamente tante quante sono le incognite cioè le nove componenti della forza elettrica, della forza magnetica e della velocità e la densità elettrica ρ .

1) " Sur le mouvement de l'électricité sans liaisons in forces extérieures „. *Comptes Rendus*, 19 août 1907.

Come conseguenza immediata delle V e III, qualora vi si ponga $v=0$, si ricava $\rho=0$. Alla medesima conclusione si arriva se si cerca di soddisfare al sistema I-V con funzioni lineari delle variabili indipendenti. Da tali osservazioni parrebbe impossibile un effettivo trasporto di elettricità senza legami nè forze esterne.

Questa obiezione cade di fronte agli esempi considerati nella nota suaccennata del Levi-Civita e alle nuove soluzioni che verremo determinando, per le quali ρ ha un valore non nullo.

Riesciremo ad assegnare queste nuove soluzioni provandoci a supporre che il moto dell'elettricità sia particolarmente semplice. Supporremo precisamente che il moto avvenga come se le varie cariche [esenti, beninteso, da legami cinematici] fossero tra loro rigidamente collegate; con che, riferendoci ad un sistema di assi mobili colle cariche, la funzione ρ non potrà dipendere dal tempo [ma soltanto dal posto].

Il vettore v poi, qualora si ricordi l'espressione della velocità dei punti di un sistema rigido, involge sei funzioni [a priori arbitrarie] che dipendono esclusivamente dal tempo: le componenti della velocità di traslazione e della velocità di rotazione. Risguardando come assegnati questi 6 elementi; rimane ridotto di 3 il numero delle incognite. Di più, se introduciamo l'ipotesi che si tratti di un moto rigido stazionario e che per conseguenza gli elementi determinativi del fenomeno siano tutti costanti rispetto agli assi invariabilmente connessi con le cariche, le nostre 7 incognite saranno in definitiva a ritenersi funzioni solo del posto.

La convenienza di tali ipotesi restrittive apparirà confortata dai risultati ottenuti, che sono i seguenti:

Considerando un generico moto rigido stazionario, possono a priori presentarsi due casi:

1.° la velocità angolare ω è nulla, si tratta cioè di un moto puramente traslatorio.

2.° la velocità angolare è diversa da 0.

Giova cominciare dalla discussione del primo caso sia in ragione dello speciale interesse che della sua particolare semplicità. A tale studio è dedicato il § 1. L'espressione definitiva

di tutti gli elementi del campo si può allora raggiungere con mezzi elementari. Si è anzitutto condotti alla notevole conclusione che la velocità di traslazione deve essere proprio quella della luce; e la più generale soluzione del problema si ottiene, facendo muovere con tale velocità una distribuzione di cariche arbitrariamente prefissata. A titolo di esempio si troveranno esplicitate le formule per il campo generato da un'elissoide rettonda lungo il proprio asse. Si osservi che per la velocità della luce il campo si presenta esente da quelle singolarità che si sarebbe tratti a presumere in base alle ordinarie considerazioni sul moto degli elettroni.

Venendo poi al caso generale cioè ad un qualsiasi moto elicoidale [$\omega \geq 0$] si mostra [§ 2] che, come già nel caso precedente, tre delle equazioni (P) riescono identicamente soddisfatte e che le rimanenti costituiscono un sistema illimitatamente integrabile, l'effettiva integrazione dipendendo da tre equazioni differenziali di I ordine con altrettante incognite.

Fra le soluzioni sono notevolmente semplici quelle che dipendono soltanto dalla distanza dall'asse di moto. Se si suppone che la velocità di traslazione sia superiore a quella della luce, la considerazione di tale caso porta ad un movimento regolare di elettricità, che va dileguandosi con l'allontanarsi dall'asse.

Formalmente analoghe soluzioni esistono anche se la velocità di traslazione è inferiore a quella della luce, ma per queste soluzioni si riscontrano singolarità in quei punti [esistono sempre, perchè, essendo per ipotesi $\omega \geq 0$, si ha una componente rotatoria, che cresce indefinitamente allontanandosi dall'asse] del campo, in cui la velocità complessiva eguaglia quella della luce.

Ho esaminato con speciale attenzione il caso di una pura rotazione [§ 3]. Disgraziatamente non sembra possibile in tal caso generare campi privi di singolarità, mediante il moto di cariche occupanti una porzione finita di spazio.

§ 1.

MOTO TRASLATORIO.

1. *Riduzione delle equazioni del campo.* — Si muovano le cariche nella direzione dell'asse ξ del sistema di riferimento $O\xi\eta\zeta$ con velocità costante v ; possiamo assumere la terna di assi mobili $Oxyz$ in modo che le formule di trasformazione tra i due sistemi dopo un certo tempo t siano:

$$\xi = x + vt,$$

$$\eta = y,$$

$$\zeta = z.$$

Nel caso di fenomeno stazionario rispetto agli assi mobili un generico parametro determinativo del fenomeno deve dipendere da xyz e non da t , quindi [in quanto si risguardino come variabili indipendenti ξ, η, ζ, t] dipende da t soltanto pel tramite del binomio $\xi - vt$. Ne viene che, data la stazionarietà, il simbolo $\frac{d}{dt}$ può essere sostituito con $-v \frac{d}{dx}$.

Espliciteremo le (P) dell'introduzione cominciando dalle (V). Esse diventano:

$$(V) \quad X = 0, \quad Y = -AvN, \quad Z = AvM.$$

Sostituendo tali valori per X, Y, Z , le nostre equazioni si presentano sotto la forma:

$$(I) \quad \left\{ \begin{array}{l} 0 = \frac{dM}{dz} - \frac{dN}{dy} - 4\pi A\rho v, \\ A^2 v^2 \frac{dN}{dx} = \frac{dN}{dx} - \frac{dL}{dz}, \\ -A^2 v^2 \frac{dM}{dx} = \frac{dL}{dy} - \frac{dM}{dx}; \end{array} \right.$$

$$(II) \quad \left\{ \begin{array}{l} Av \frac{dL}{dx} = Av \frac{dM}{dy} + Av \frac{dN}{dz}, \\ -Av \frac{dM}{dx} = -Av \frac{dM}{dx}, \\ -Av \frac{dN}{dx} = -Av \frac{dN}{dx}, \end{array} \right.$$

$$(III) \quad A v \left\{ \frac{dM}{dz} - \frac{dN}{dy} \right\} = 4 \pi \rho,$$

$$(IV) \quad \frac{dL}{dx} + \frac{dM}{dy} + \frac{dN}{dz} = 0,$$

delle quali le (II), qualora si tenga conto della (IV) sono senz'altro identità.

2. *Interpretazione delle equazioni ridotte.* — Ora ponendo nella prima delle (I) il valore $4 \pi \rho$ dato dalla (III) [valore che dobbiamo considerare diverso da 0 perchè vi sia un vero trasporto di elettricità] abbiamo:

$$\frac{dM}{dz} - \frac{dN}{dy} = A^2 v^2 \left\{ \frac{dM}{dz} - \frac{dN}{dy} \right\},$$

donde

$$v = \frac{1}{A}.$$

Nel caso [che si potrebbe chiamare cilindrico] in cui il fenomeno non dipende da ξ il sistema si integra immediatamente. Infatti ho le equazioni

$$(I'') \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{dM}{dz} - \frac{dN}{dy} = 4 \pi \rho, \\ \frac{dL}{dz} = 0, \\ \frac{dL}{dy} = 0; \end{array} \right.$$

$$(IV') \quad \frac{dM}{dy} + \frac{dN}{dz} = 0,$$

delle quali, la seconda e la terza con la prima delle (V) dicono che il campo è trasversale a meno di una forza magnetica longitudinale costante; la prima dà il valore di ρ ; e la (IV), tenendo conto delle (V), diventa

$$\frac{dZ}{dy} = \frac{dY}{dz},$$

soddisfatta nel modo più generale da

$$Y = \frac{\partial \phi}{\partial y}, \quad Z = \frac{d\phi}{dz};$$

dove ϕ è funzione di y e z .

Essendo poi [v. (V)]

$$M = Z, \quad N = Y,$$

si conclude che la forza elettrica e la forza magnetica sono perpendicolari fra di loro; ed entrambe giacciono sopra un piano normale alla direzione del movimento. Di più ρ , che, in base alla prima delle (I'), risulta eguale al parametro differenziale di II ordine della ϕ , ha proprio un valore determinato non nullo, ogniquale volta la ϕ non è armonica.

Si può assegnare l'integrale generale del sistema I-V nel caso in cui le forze dipendano da tutte tre le variabili; allora devo risolvere la equazione

$$\frac{dM}{dy} + \frac{dN}{dz} = \xi(x)$$

che, posto:

$$-M_1 = M + \xi(x) \cdot y,$$

diventa

$$-\frac{dM_1}{dy} + \frac{dN}{dz} = 0,$$

cui si soddisfa nel modo più generale ponendo M ed N eguali alle derivate (rapporto a z ed a y) di una medesima funzione $\phi(x, y, z)$.

3. Campo generato dalla traslazione di una carica prefissata.

Caso cilindrico. — Consideriamo un generico piano normale alla direzione della traslazione ed indichiamo con σ il contorno della porzione interna allo spazio occupato dalle cariche, e sia ρ la densità della corrispondente distribuzione, che si presenta così come funzione assegnata dei punti di S . Data la supposta indipendenza da ξ basta manifestamente occuparci dell'andamento del fenomeno nei punti di tale piano.

Le equazioni da risolversi sono in tale caso:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dM}{dz} - \frac{dN}{dy} = \begin{cases} 4\pi\rho & \text{dentro } \sigma \\ 0 & \text{fuori } \sigma \end{cases} \\ \frac{dM}{dy} - \frac{dN}{dz} = 0, \\ Y = -N, \quad Z = M, \end{array} \right.$$

che, introducendo una funzione ausiliaria ϕ , equivalgono alle:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta\phi = \begin{cases} 4\pi\rho; \\ 0 \end{cases} \\ Y = \frac{d\phi}{dy}, \quad Z = \frac{d\phi}{dz}; \\ M = Z, \quad N = -Y. \end{array} \right.$$

Tenendo conto delle condizioni di Hertz attraverso la superficie limite σ (continuità delle componenti tangenziali delle forze elettriche e magnetiche), qualora si prendano gli assi di riferimento diretti l'uno secondo la tangente a σ , l'altro secondo la normale, le equazioni precedenti dicono che devono essere continue le derivate di ϕ rispetto ad y ed a z e quindi la ϕ stessa. A tutte le condizioni imposte alla ϕ si soddisfa, come è ben noto dalla teoria del potenziale logaritmico, ponendo:

$$\phi = 2 \int_S \rho \log r \, dS,$$

dove con r si rappresenta la distanza di un punto Q del campo S da un punto potenziato fisso di fronte alla integrazione; gli elementi determinativi del fenomeno si ottengono assai facilmente a norma delle precedenti equazioni.

Si arriva così alla conclusione che il campo si può mantenere automaticamente per la traslazione, con la velocità della luce, di un cilindro avente l'asse parallelo alla direzione del movimento e la densità della distribuzione costante lungo ciascuna generatrice, pur variando comunque da generatrice a generatrice.

Caso generale. — Nel caso generale dovrò risolvere le equazioni

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dM_1}{dz} - \frac{dN}{dy} = \begin{cases} 4\pi\rho & \text{nello spazio occupato dalle cariche,} \\ 0 & \text{fuori;} \end{cases} \\ -\frac{dM_1}{dy} + \frac{dN}{dz} = 0, \\ N = -Y \quad M = Z, \end{array} \right.$$

che, introducendo anche qui una funzione ausiliaria ϕ , si possono sostituire con

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2\phi}{dy^2} + \frac{d^2\phi}{dz^2} = \begin{cases} 4\pi\rho & \text{nello spazio occupato dalle cariche,} \\ 0 & \text{fuori;} \end{cases} \\ N = \frac{d\phi}{dy}, \quad M_1 = \frac{d\phi}{dz}; \\ M = Z, \quad N = -Y. \end{array} \right.$$

Considerando un piano $x = \bar{x}$ ed indicando con σ il contorno della porzione interna allo spazio occupato dalle cariche, potrò ripetere un ragionamento analogo a quello del caso precedente, colla sola differenza che ρ e così il campo di integrazione S dipendono dal parametro \bar{x} . L'espressione di ϕ sarà ancora:

$$\phi = 2 \int_S \rho \log r \, dS.$$

Come si vede il campo è atto a mantenersi per la traslazione di un insieme di cariche di forma e distribuzione qualsiasi.

Per es. potrà essere mantenuto per la traslazione di un'elissoide di rotazione omogeneo ($\rho = \text{cost}$), che si muove lungo il suo asse con la velocità della luce. Determiniamo la funzione ϕ per una generica sezione dell'elissoide con un piano $x = \bar{x}$. Basta all'uopo osservare che ϕ differisce soltanto per il fattore 2 dal potenziale logaritmico di un cerchio omogeneo. Si potrà quindi applicare a ϕ le considerazioni che servono notoriamente a caratterizzare un tale potenziale logaritmico.

Riferendoci alle coordinate semipolari e ricordando l'espressione del ds^2 in tali coordinate

$$ds^2 = dr^2 + r^2 d\vartheta^2,$$

il simbolo Δ , ove si avverta che il potenziale in questione è manifestamente indipendente da ϑ , indica l'operazione $\frac{1}{r} \frac{d}{dr} r \frac{d}{dr}$, per cui si tratterà di determinare la funzione $\phi(r)$ finita e continua assieme alle derivate prime in modo che soddisfi alle equazioni

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d}{dr} \phi \right) = 4\pi\rho \quad \text{per } r < R, \\ \frac{d}{dr} \left(r \frac{d}{dr} \phi \right) = 0 \quad \text{per } r > R, \end{array} \right.$$

dove con R indichiamo il raggio del cerchio e con r la distanza di un punto generico dal polo (centro del cerchio). Integrando le precedenti equazioni abbiamo in un punto interno al cerchio

$$r \frac{d\phi}{dr} = 2\pi\rho r^2 + c_1,$$

$$\phi = \pi\rho r^2 + c_1 \log r + c_2,$$

nelle quali eguaglianze, dovendo ϕ essere finita nell'interno del cerchio, va posto senz'altro $c_1 = 0$; e per un punto esterno abbiamo:

$$r \frac{d\phi}{dr} = c_3,$$

$$\phi = c_3 \log r + c_4.$$

Tenendo conto delle condizioni di raccordo dei valori della ϕ e delle loro derivate prime sulla superficie σ determiniamo le costanti c_3 e c_4 :

$$c_3 = \pi\rho R^2 (2 \log R - 1),$$

$$c_4 = 2\pi\rho R^2;$$

e quindi

$$(1) \quad \phi = \begin{cases} \pi \rho r^2 + \pi \rho R^2 (2 \log R - 1) + c, & \text{entro al cerchio,} \\ 2 \pi \rho R^2 \log r + c, & \text{fuori del cerchio.} \end{cases}$$

La determinazione della costante (inessenziale) c , si ha considerando il valore ϕ_0 di ϕ nel centro del cerchio

$$\phi_0 = 2 \rho \int_0^{2\pi} \int_0^R r \, dr \, d\theta \log r = 4 \pi \rho \left\{ \frac{R^2}{2} \log R - \frac{R^2}{4} \right\}$$

il quale confrontato col valore ϕ_0 dato dalla (1) implica $c = 0$.

Avremo l'espressione del potenziale ϕ cercato ponendo per

R il valore $b \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}$ dove a, b sono i semiassi dell'elissoide.

§ 2.

MOTO ROTOTRASLATORIO.

1. *Preliminari cinematici.* — Consideriamo un movimento rototraslatorio rigido e stazionario, cioè dotato di caratteristiche costanti (rispetto agli assi invariabilmente connessi colle cariche). Prenderemo gli assi mobili $x y z$ al principio del movimento coincidenti cogli assi fissi e per di più l'asse z coincidente con l'asse di moto. Dopo un certo tempo t , se ogni carica ruota con velocità angolare ω intorno all'asse di moto e si sposta lungo questo con velocità v , i coseni direttori di una terna rispetto all'altra sono:

	x	y	z
ξ	$\cos \omega t$	$\sin \omega t$	0
η	$\sin \omega t$	$\cos \omega t$	1
ζ	0	0	1

e le formule di trasformazione

$$(1) \quad \begin{cases} x = \xi \cos \omega t + \eta \sin \omega t, \\ y = -\xi \sin \omega t + \eta \cos \omega t, \\ z = \zeta - v_0 t. \end{cases}$$

Qualora poi si introducano delle coordinate curvilinee (elicoidali) x_1, x_2, x_3 , cioè si ponga

$$(2) \quad \begin{cases} \xi = x_1 \cos x_2, \\ \eta = x_1 \sin x_2, \\ \zeta = x_1 + m x_3 = x_1 + \frac{v_0}{\omega} x_3, \end{cases}$$

abbiamo:

$$(3) \quad \begin{cases} x = x_1 \cos (x_2 - \omega t), \\ y = x_1 \sin (x_2 - \omega t), \\ z = x_1 + \frac{v_0}{\omega} (x_3 - \omega t). \end{cases}$$

Nel caso di un fenomeno stazionario rispetto agli assi mobili un generico parametro determinativo del fenomeno deve dipendere da x, y, z , ma non dal tempo, quindi tale parametro, espresso in variabili x_1, x_2, x_3, t , mediante le precedenti formule di trasformazione, dipende da t soltanto pel tramite del binomio $x_3 - \omega t$; cosicchè, data la stazionarietà, il simbolo $\frac{d}{dt}$ può essere sostituito con $-\omega \frac{d}{dx_3}$.

Per un punto che si muove rigidamente collegato agli assi x, y, z , dalle (3) abbiamo come si vede subito,

$$x_1 = \text{cost} \quad x_2 = \text{cost} \quad x_3 - \omega t = \text{cost}$$

che sono le equazioni di un elica.

Le componenti della velocità si possono ricavare dalle (2) derivando rispetto ad x_1 e moltiplicando per ω . In particolare i coseni di direzione di v [o ciò che è lo stesso della tangente all'elica] sono

$$-x_2 \frac{\omega}{v} \sin x_2, \quad x_2 \frac{\omega}{v} \cos x_2, \quad m \frac{\omega}{v}.$$

2. *Relazione in termini finiti tra la forza elettrica e la magnetica.* — Cominciamo col procurarci dalle (V) delle P le espressioni delle proiezioni ortogonali secondo le nuove linee coordinate x_1, x_2, x_3 della forza elettrica, le quali sostituite nelle rimanenti equazioni ridurranno il nostro sistema ad un sistema di 5 equazioni con le 4 incognite: componenti della forza magnetica e densità elettrica. Dalle (V) si ha:

$$E = -A [H \cdot v],$$

dove, nel caso di moto rototraslatorio, $v = v_0 + [\omega \cdot OP]$ indicandosi con OP la distanza dell'origine O degli assi mobili dalla generica posizione del punto P nel quale consideriamo le forze elettromagnetiche. Dalla precedente equazione, indicando con Λ, M, N , le componenti della forza magnetica, con Ξ, H, Z , le componenti della forza elettrica secondo gli assi fissi abbiamo

$$\Xi = -A \omega (M m - N x_3 \cos x_2),$$

$$H = -A \omega (\Lambda m - N x_3 \sin x_2),$$

$$Z = -A \omega (\Lambda x_3 \cos x_2 + M x_3 \sin x_2).$$

Ora i coseni degli angoli che le linee x_1, x_2, x_3 formano con ξ, η, ζ sono rispettivamente 0, 0, 1; $\cos x_3, \sin x_3, 0$; $x_1 \frac{\omega}{v} \sin x_3, x_2 \frac{\omega}{v} \cos x_3, m \frac{\omega}{v}$. D'altra parte, se indichiamo con L, M, N le proiezioni ortogonali secondo x_1, x_2, x_3 , si ha:

$$L = N,$$

$$M = \Lambda \cos x_2 + M \sin x_2,$$

$$N = x_3 \frac{\omega}{v} (-\Lambda \sin x_2 + M \cos x_2) + N m \frac{\omega}{v}.$$

Risultano così per le proiezioni della forza elettrica secondo x_1, x_2, x_3 le espressioni

$$(V) \quad \left\{ \begin{array}{l} E_1 = -A \omega x_3 M, \\ E_2 = -A v_0 (M \cos x_2 - \Lambda \sin x_2) - A \omega x_3 N = \\ \quad = \frac{A v_0 v}{x_3 \omega} N - \frac{A v^2}{\omega x_3} L, \\ E_3 = 0. \end{array} \right.$$

3. *Richiamo di alcune nozioni sulle coordinate curvilinee e sul calcolo differenziale assoluto.* — Siano x_1, x_2, x_3 coordinate curvilinee qualunque dello spazio ordinario, e sia

$$ds^2 = \sum_{r,s} a_{rs} dx_r dx_s$$

la espressione del quadrato dell'elemento lineare riferito a tali coordinate. Designeremo al solito con a il determinante delle a_{rs} e con $a^{(rs)}$ gli elementi del determinante reciproco [complementi algebrici divisi per a]. Diciamo che un sistema semplice X_r è covariante se, per la sostituzione di nuove variabili y alle primitive x , i suoi elementi sono sostituiti dagli elementi

$$Y_r = \sum_s X_s \frac{dx_s}{dy_r} \quad (r = 1, 2, 3);$$

diciamo invece che è contravariante se per tale sostituzione i suoi elementi [che in tal caso indicheremo con $X^{(r)}$] sono sostituiti dagli elementi

$$Y^{(r)} = \sum_s X^{(s)} \frac{dy_r}{dx_s} \quad (r = 1, 2, 3).$$

Ed ancora diciamo che due sistemi semplici, i cui elementi sono legati dalle relazioni

$$(4) \quad X^{(r)} = \sum_s a^{(rs)} X_s \quad (r = 1, 2, 3)$$

ovvero dalle equivalenti

$$(4') \quad X_r = \sum_s a_{rs} X^{(s)} \quad (r = 1, 2, 3)$$

e tali quindi che se l'uno di essi è covariante, l'altro è contravariante e viceversa, sono reciproci rispetto alla forma fondamentale

$$\phi = \sum_{r,s} a_{rs} dx_r dx_s.$$

Sia data una distribuzione vettoriale, funzione dei punti dello spazio e si designi con V il vettore che corrisponde ad un punto generico (x_1, x_2, x_3) . Ad ogni distribuzione siffatta si possono far corrispondere due sistemi semplici [coavariante il primo; contravariante il secondo] $X_r, X^{(r)}$ tali che le espressioni

$$\frac{X_r}{\sqrt{a_{rr}}}, \quad X^{(r)} \cdot \sqrt{a_{rr}}$$

[valutate per il punto generico x_1, x_2, x_3] forniscono rispettivamente le proiezioni ortogonali e le componenti di V secondo le tre linee coordinate ¹⁾. È appena necessario rilevare che, a norma delle relazioni (4), (4'), coincidono $\frac{X_r}{\sqrt{a_{rr}}}$ ed $X^{(r)} \sqrt{a_{rr}}$ cioè proiezioni e componenti, ogni qualvolta si tratta di un sistema triplo ortogonale; nel caso poi delle coordinate cartesiane coincidono X_r ed $X^{(r)}$.

Analoghe considerazioni valgono naturalmente per la distribuzione vettoriale rot. V . Designando con $R^{(r)}$ ($r = 1, 2, 3$) il corrispondente sistema controvariante, sussistono [con ovvia convenzione relativa agli indici] le relazioni semplicissime ²⁾

$$(5) \quad R^{(r)} = \frac{1}{\sqrt{a}} \left\{ \frac{d X_{r+2}}{d x_{r+1}} - \frac{d X_{r+1}}{d x_{r+2}} \right\} (r = 1, 2, 3),$$

che si riducono alle ordinarie formule di definizione delle componenti del rotore, quando x_1, x_2, x_3 designano coordinate cartesiane. ³⁾

1) V. Ricci e Levi-Civita "Méthodes de calcul différentiel absolu" *Mathematische Annalen*, B. LIV, 1900; pag. 137.

2) V. Ricci e Levi-Civita loco cit. pag. 165.

3) Va notato che le formule (5) si deducono per trasformazione continua da quelle relative a coordinate cartesiane. Il triedro costituito dalle linee coordinate x_1, x_2, x_3 deve però conservare sempre lo stesso senso (dritto o sinistrorso) della terna cartesiana, che ha servito per originario riferimento. Nel presente lavoro è stato adottato fin dal principio un sistema di riferimento sinistrorso, seguendo Hertz.

Ricordiamo ancora l'espressione ben nota della divergenza in coordinate curvilinee ¹⁾:

$$(6) \quad \text{div. } V = \frac{1}{\sqrt{a}} \sum_1^3 \frac{d}{dx_r} (\sqrt{a} X^{(r)}) .$$

Supponiamo in particolare che si tratti di coordinate eliocoidali. Dalle formule

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi = x_2 \cos x_1, \\ \eta = x_2 \sin x_1, \\ \zeta = x_1 + m x_2, \end{array} \right.$$

si ha differenziando

$$d\xi = dx_2 \cos x_1 - x_2 \sin x_1 dx_1,$$

$$d\eta = dx_2 \sin x_1 + x_2 \cos x_1 dx_1,$$

$$d\zeta = dx_1 + m dx_2,$$

donde quadrando e sommando:

$$(7) \quad ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + (m + x_2)^2 dx_1^2 + 2m dx_1 dx_2.$$

Gioverà far apparire nei secondi membri delle (5) e (6) le proiezioni ortogonali V_r [sulle linee coordinate] del vettore V , anzichè gli elementi X_r del suo sistema coordinato coavariante. Avendosi in generale

$$X_r = V_r \sqrt{a_{rr}}$$

sarà, in virtù della (7),

$$\left\{ \begin{array}{l} X_1 = V_1, \\ X_2 = V_2, \\ X_3 = \frac{v}{\omega} V_3, \end{array} \right.$$

1) V. Ricci e Levi-Civita, loco cit., pag. 164.

da cui

$$(5') \quad \left\{ \begin{aligned} R^{(1)} &= \frac{1}{x_1} \left\{ \frac{v}{\omega} \frac{dV_2}{dx_2} - \frac{dV_2}{dx_2} \right\}, \\ R^{(2)} &= \frac{1}{x_2} \left\{ \frac{dV_1}{dx_1} - \frac{v}{\omega} \frac{dV_1}{dx_1} \right\}, \\ R^{(3)} &= \frac{1}{x_3} \left\{ \frac{dV_3}{dx_3} - \frac{dV_3}{dx_3} \right\}. \end{aligned} \right.$$

D'altra parte la (4) ci dà

$$X^{(r)} = \sum_i a^{(rs)} X_s = \sum_i a^{(rs)} \sqrt{a_{ss}} V_s.$$

Sostituendovi per le $a^{(rs)}$ le loro espressioni e portando nella (6), si ha in definitiva:

$$(6') \quad \operatorname{div} V = \frac{1}{x_1} \left\{ \frac{d}{dx_1} \frac{v^2}{\omega^2 x_2^2} V_1 + \frac{dV_2}{dx_2} + \frac{d \left(-\frac{v_2}{\omega x_2^2} V_1 + \frac{v}{\omega x_2^2} V_2 \right)}{dx_3} \right\}.$$

4. *Trasformazione delle equazioni differenziali del problema.* — Per semplicità di calcolo prenderemo le equazioni (I) e (II) del nostro sistema fondamentale (P) sotto la forma contravariante

$$\left\{ \begin{aligned} A \omega \frac{dE^{(1)}}{dx_1} &= h^{(1)}, \\ A \omega \frac{dE^{(2)}}{dx_2} &= h^{(2)}, \\ A \omega \frac{dE^{(3)}}{dx_3} &= h^{(3)} + 4\pi A \rho \omega; \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} -A \omega \frac{dH^{(1)}}{dx_1} &= e^{(1)}, \\ -A \omega \frac{dH^{(2)}}{dx_2} &= e^{(2)}, \\ -A \omega \frac{dH^{(3)}}{dx_3} &= e^{(3)}; \end{aligned} \right.$$

dove con $e^{(1)}, e^{(2)}, e^{(3)}$; $h^{(1)}, h^{(2)}, h^{(3)}$, si indicano le componenti del rotor della forza elettrica e magnetica in coordinale eli-

coidali. — Associando ad esse le equazioni (III), (IV) del sistema (P) e badando alle (V), (5') (6') il sistema complessivo diventa :

$$\begin{aligned}
 \text{(I)} \quad & \left\{ \begin{aligned} -\frac{A^2 v^2}{x_1} \frac{dM}{dx_1} &= \frac{1}{x_1} \left\{ \frac{v}{\omega} \frac{dN}{dx_1} + \frac{\omega x_1}{v} N - \frac{dM}{dx_1} \right\}, \\ -\frac{A^2 v_0 v}{x_1} \frac{dN}{dx_1} + \frac{A^2 v^2}{x_1} \frac{dL}{dx_1} &= \frac{1}{x_1} \left\{ \frac{dL}{dx_1} - \frac{v}{\omega} \frac{dN}{dx_1} \right\}, \\ \frac{A^2 \omega v_0}{x_1} \frac{dM}{dx_1} &= \frac{1}{x_1} \left\{ \frac{dM}{dx_1} - \frac{dL}{dx_1} \right\} + 4\pi A \rho \omega; \end{aligned} \right. \\
 \text{(II)} \quad & \left\{ \begin{aligned} -\frac{A^2 v^2}{\omega x_1^2} \frac{dL}{dx_1} + \frac{A v_0 v}{\omega x_1^2} \frac{dN}{dx_1} &= \frac{1}{x_1} \left\{ \frac{A v_0 v}{\omega x_1} \frac{dN}{dx_1} - \frac{A v^2}{\omega x_1} \frac{dL}{dx_1} \right\}, \\ -A \omega \frac{dM}{dx_1} &= -A \omega \frac{dM}{dx_1}, \\ \frac{A v_0}{x_1^2} \frac{dL}{dx_1} - \frac{A v}{x_1^2} \frac{dN}{dx_1} &= \frac{1}{x_1} \left\{ -\frac{A v_0 v}{x_1 \omega} \frac{dN}{dx_1} + \frac{A v^2}{\omega x_1} \frac{dL}{dx_1} + \right. \\ &\quad \left. + A \omega M + A \omega x_1 \frac{dM}{dx_1} \right\}; \end{aligned} \right. \\
 \text{(III)} \quad 4\pi \rho &= -\frac{A v^2}{\omega x_1} \frac{dM}{dx_1} - \frac{A v_0 v}{\omega x_1} \frac{dN}{dx_1} - \frac{A v_0 \omega}{v} N + \frac{A v^2}{\omega x_1} \frac{dL}{dx_1} + \\ &\quad + 2A \omega L + \frac{A v_0}{x_1} \frac{dM}{dx_1}; \\
 \text{(IV)} \quad & \frac{1}{x_1} \left\{ \frac{v^2}{\omega^2 x_1} \frac{dL}{dx_1} - \frac{v v_0}{\omega^2 x_1} \frac{dN}{dx_1} + x_1 \frac{dM}{dx_1} + M - \frac{v_0}{\omega x_1} \frac{dL}{dx_1} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{v}{\omega x_1} \frac{dN}{dx_1} \right\} = 0
 \end{aligned}$$

delle quali equazioni le (II), qualora si tenga conto della (IV) sono identità; e la (III), giovandosi della 1.^a e 3.^a delle (I) si cambia nella

$$4\pi \rho = 4\pi A^2 \rho v^2 + 2A \omega L$$

che mi dà ρ in funzione di L sotto la forma:

$$\text{(III bis)} \quad \rho = \frac{A \omega L}{2\pi(1 - A^2 v^2)}.$$

5. *Discussione delle condizioni di integrabilità. Riduzione ad un sistema illimitatamente integrabile.* — Dobbiamo dunque cercare di soddisfare al sistema (I), (III), (IV), o ciò che è lo stesso, al sistema (I), (III bis), (IV).

Indicato ordinatamente con I_a, I_b, I_c le equazioni del gruppo (1), cercheremo di soddisfare dapprima al sistema I_a, I_b , (III bis), (IV) e poi sceglieremo delle soluzioni particolari che rendano soddisfatta anche la I_c , il cui primo membro indicheremo con G . Nel sistema che dobbiamo dapprima studiare, la (III bis) costituisce, si può dire, la definizione di ρ ; le rimanenti tre equazioni, qualora per ρ poniamo il suo valore, si presentano risolte rispetto alle derivate prime delle funzioni incognite L, M, N rapporto alla medesima variabile x_1 e le esprimono in funzione delle incognite stesse e delle altre derivate, ossia si presenta sotto la forma contemplata da Cauchy. Possiamo quindi applicare il teorema classico di esistenza e prendere l'integrale generale del sistema in modo che per $x_1 = x_1^0$, L, M, N si riducano a tre funzioni arbitrarie prefissate

$$L_0(x_1, x_2), \quad M_0(x_1, x_2), \quad N_0(x_1, x_2),$$

Per soddisfare alla rimanente equazione $G = 0$ è necessario e basta in virtù della $\frac{dG}{dx_1} = 0$ [la quale si verifica essere conseguenza delle equazioni I_a, I_b , (III)] che G si annulli per $x_1 = x_1^0$ ossia che L_0, M_0, N_0 soddisfacciano all'equazione:

$$\frac{A^2 v v_0}{1 - A^2 v^2} \frac{dN_0}{dx_1} - \frac{A^2 \omega^2 v_0 x_2}{(1 - A^2 v^2) v} N_0 = \frac{dM_0}{dx_1} - \frac{dL_0}{dx_1} + \frac{2A^2 \omega^2 L_0 x_2}{1 - A^2 v^2}.$$

6. *Casi particolari.* — Messa così in chiaro la questione dell'integrabilità del sistema nel caso più generale, studiamo alcuni casi di facile integrazione e di maggior interesse:

Nel caso in cui le forze non dipendano da x_1 , le nostre equazioni, eliminando ρ per mezzo del suo valore [III bis] diventano:

$$(I') \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{v}{\omega} \frac{dN}{dx_2} + \frac{\omega x_2}{v} N = 0, \\ \frac{v}{\omega} \frac{dN}{dx_1} = 0, \\ \frac{dM}{dx_1} - \frac{dL}{dx_2} + \frac{2A^2 \omega^2 x_2}{1 - A^2 v^2} L; \end{array} \right.$$

$$(IV') \quad \frac{v^2}{\omega^2 x_2} \frac{dL}{dx_1} - x_2 \frac{dM}{dx_2} + M = 0,$$

delle quali le prime dicono che N varia solo col raggio e più propriamente che $N = \frac{c}{v}$, designando c una costante arbitraria; le altre due servono a determinare L e M . Infatti costruendo le condizioni di integrabilità veniamo ad eliminare per es. M , ottenendo un'equazione di II ordine in L :

$$\begin{aligned} \frac{v_0}{\omega^2 x_2} \frac{dL}{dx_1} - x_2 \frac{d^2 L}{dx_2^2} + \frac{dL}{dx_2} \left(\frac{-1 + A^2 v_0^2 + 3A^2 \omega^2 x_2^2}{1 - A^2 v^2} \right) + \\ + \frac{2A^2 \omega^2 x_2}{(1 - A^2 v^2)^2} L (2 - A^2 v_0^2) = 0; \end{aligned}$$

ad ogni valore di L soluzione di tale equazione corrisponde per M un valore determinato a meno di due costanti arbitrarie.

Conclusioni più concrete si possono dedurre dallo studio di campi simmetrici rispetto all'asse [indipendenza da x_1, x_2]. Dall'espressione delle soluzioni risulta che il campo presenta singolarità in quei punti in cui la velocità complessiva eguaglia quella della luce; tale singolarità vien tolta assumendo la velocità di traslazione superiore a quella della luce. Allora la considerazione di tale caso porta ad un movimento regolare di elettricità: la densità della distribuzione tende a 0 con l'allontanarsi dall'asse.

Infatti il sistema

$$(I'') \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{v}{\omega} \frac{dN}{dx_2} + \frac{\omega x_2}{v} N = 0, \\ -\frac{1}{x_2} \frac{dL}{dx_2} + \frac{2A^2 \omega^2 L}{1 - A^2 v^2} = 0, \end{array} \right.$$

$$(IV^*) \quad x_1 \frac{dM}{dx_1} + M = 0,$$

mi dà per le componenti della forza magnetica i valori

$$N = \frac{a}{v}, \quad L = \frac{b}{1 - A^2 v^2}, \quad M = \frac{c}{x_2}$$

dove con a, b, c si indicano le costanti di integrazione; e per ρ l'espressione

$$\rho = \frac{A \omega b}{2\pi (1 - A^2 v^2)^2},$$

che si mantiene finita, qualora prendiamo $v_0 > \frac{1}{A}$, ed anzi tende a 0 al crescere di x_1 . E dalle (V) abbiamo per la forza elettrica

$$E_1 = -A \omega c, \quad E_2 = \frac{A v_0}{x_2 \omega} a - \frac{A v^2}{(1 - A^2 v^2) \omega x_2} b, \quad E_3 = 0.$$

§ 3.

MOTO ROTATORIO.

1. *Forma delle equazioni differenziali nel caso del moto rotatorio.* — Ponendo la velocità di traslazione eguale a 0 nelle equazioni del moto rototraslatorio abbiamo quelle del moto rotatorio:

$$(I) \quad \left\{ \begin{array}{l} -A \omega^2 x_1 \frac{dM}{dx_1} = \frac{1}{x_1} \left\{ x_1 \frac{dN}{dx_1} + N + \frac{dM}{dx_1} \right\}, \\ A \omega^2 x_1 \frac{dL}{dx_1} = \frac{1}{x_1} \left\{ \frac{dL}{dx_1} - x_1 \frac{dN}{dx_1} \right\}, \\ 0 = \frac{1}{x_1} \left\{ \frac{dM}{dx_1} - \frac{dL}{dx_1} \right\} + 4\pi A \rho \omega; \end{array} \right.$$

$$(III) \quad \rho = \frac{A \omega L}{2\pi (1 - A^2 \omega^2 x_1^2)};$$

$$(IV) \quad \frac{1}{x_1} \left\{ x_1 \frac{dL}{dx_1} + x_1 \frac{dM}{dx_1} + M + \frac{dN}{dx_1} \right\} = 0,$$

dove con L , M , N si indicheranno in tal caso le componenti secondo l'asse z , secondo il raggio e secondo il parallelo.

Alle equazioni precedenti si può giungere anche direttamente partendo dalle equazioni vettoriali e, introducendovi le coordinate semipolari: la trasformazione si eseguisce in modo assai semplice senza ricorrere al calcolo differenziale assoluto, servendoci delle espressioni del rotor e della divergenza in un qualunque sistema di coordinate curvilinee ortogonali ¹⁾.

La forma di queste equazioni ci permette di fare considerazioni analoghe a quelle del caso precedente; anche qui si eseguisce con mezzi elementari l'integrazione del sistema nel caso che gli elementi determinativi del campo dipendano soltanto dalla distanza dall'asse; ma qui non è possibile togliere la singolarità che si presenta nei punti a distanza $r = \frac{1}{A_0}$ perchè ivi la densità diventa infinita.

2. Inesistenza di campi privi di singolarità. — Dimostriamo, per il caso di una distribuzione simmetrica, come non sia possibile mantenere il campo per pura rotazione, supposto che la velocità delle cariche rimanga sempre al di sotto della velocità della luce.

Dacchè, per ogni carica, la velocità v vale ωr [ω velocità angolare, r distanza dall'asse] l'anzidetta restrizione implica soltanto che le cariche non distino troppo dall'asse.

Trattandosi di campi simmetrici la superficie σ della porzione di spazio occupata dalle cariche è senz'altro a ritenersi rotonda, per cui giova riferirci a coordinate polari. Siano H_ρ , H_z , H_ϕ le componenti della forza magnetica rispettivamente secondo il raggio, il meridiano ed il parallelo; allora dalla equazione meccanica di Lorentz, ricordando che la velocità v è tutta diretta secondo il parallelo, abbiamo per E_ρ , E_z , E_ϕ le espressioni

$$(1) \quad E_\rho = A v H_z, \quad E_z = -A v H_\rho, \quad E_\phi = 0,$$

l'ultima delle quali dice che la forza elettrica giace nel piano meridiano.

1) V. Riemann-Weber "Die Partiellen Differential-Gleichungen der Mathematischen Physik", Braunschweig: 1900, vol. I pag. 217; vol. II pag. 315.

Sulla superficie σ devono valere le condizioni di Hertz [continuità delle forze tangenziali elettriche e magnetiche], cioè devono essere continue le componenti secondo il parallelo: E_φ , H_φ , e quelle secondo il meridiano, che designeremo con E_t , H_t . Osservando che la componente secondo la tangente al meridiano di un vettore R , che appartiene al piano meridiano ha per espressione

$$R_t = R_\varphi \cos \tau + R_\Sigma \sin \tau$$

[dove τ è l'angolo che la tangente al meridiano fa col raggio vettore] e ricordando le (1), si vede assai facilmente che devono essere continue le

$$H_\varphi, H_t = H_\varphi \cos \tau + H_\Sigma \sin \tau, E_t = v \{ H_\Sigma \cos \tau - H_\varphi \sin \tau \},$$

donde, combinando opportunamente le ultime due, si conclude che devono essere continue anche H_φ , H_Σ , ossia il vettore H . Ogni componente del vettore H secondo qualsiasi direzione sarà dunque a ritenersi continua; ciò varrà in particolare per la componente L [secondo l'asse], che, a norma della (III), è proporzionale alla densità ρ . Dovendo perciò L annullarsi fuori della porzione di spazio occupato dalle cariche, avrà per la continuità il valore 0 sulla superficie σ .

Ora dimostreremo che, se L è zero sopra σ , è zero anche entro σ .

Trattandosi di campo simmetrico [indipendenza da x_2] le equazioni da integrarsi sono:

$$(I') \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{N}{x_2} = - \frac{dN}{dx_1}, \\ \frac{dN}{dx_2} = 0, \\ \frac{dM}{dx_1} - \frac{dL}{dx_2} + \frac{2A^2\omega^2x_2^2L}{1-A^2\omega^2x_2^2} = 0; \end{array} \right.$$

$$(III') \quad \rho = \frac{A\omega L}{2\pi(1-A^2\omega^2x_2^2)};$$

$$(IV') \quad x_2 \frac{dL}{dx_1} + x_2 \frac{dM}{dx_2} + M = 0.$$

L'ultima delle (I') e la (IV'), qualora si moltiplichino per x_1 e si faccia la posizione $\frac{1}{1 - A^2 x_1^2} = s$, possono scriversi così:

$$\frac{d(M x_1)}{d x_1} - x_1 \frac{d L}{d x_1} + 2(-1 + s) L = 0,$$

$$\frac{d(M x_1)}{d x_1} + x_1 \frac{d L}{d x_1} = 0.$$

Derivando la prima rispetto ad x_1 la seconda rispetto ad x_2 e poi sottraendo la prima dalla seconda, abbiamo l'equazione:

$$x_1 \frac{d^2 L}{d x_1^2} + \frac{d}{d x_1} \left(x_1 \frac{d L}{d x_1} \right) = 2 \frac{d}{d x_1} (s - 1) L,$$

il primo membro della quale, se si divide tutto per x_1 , non è altro che il $\Delta_1 L$ in coordinate semipolari; cosicchè, scrivendo anche r al posto di x_1 , risulta

$$(2) \quad \Delta_1 L = \frac{2}{r} \frac{d}{d r} (s - 1) L.$$

Mostreremo che questa equazione possiede la stessa proprietà caratteristica dell'equazione di Laplace [$\Delta_1 L = 0$]; è tale cioè che ogni suo integrale, regolare entro S e nullo al contorno, è identicamente nullo.

Per far questo abbiamo bisogno di un *lemma*.

Partiamoci dalle note formule:

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} \int_S U \frac{dV}{d x} dS = - \int_S V \frac{dU}{d x} dS - \int_{\sigma} U V \alpha d\sigma, \\ \int_S U \frac{dV}{d y} dS = - \int_S V \frac{dU}{d y} dS - \int_{\sigma} U V \beta d\sigma, \\ \int_S U \frac{dV}{d z} dS = - \int_S V \frac{dU}{d z} dS - \int_{\sigma} U V \gamma d\sigma, \end{array} \right.$$

dove U, V designano due generiche funzioni dei punti di S finite e continue assieme alle loro derivate prime, ed α, β, γ i coseni degli angoli, che la normale al contorno, volta verso l'interno del campo, fa colle direzioni positive degli assi coordinati. Proponiamoci di dedurre una formola analoga, in cui compariscono le derivate di U e di V rapporto ad r .

Dalle formole di trasformazione tra le coordinate cartesiane e le semipolari

$$\begin{cases} x = r \cos \vartheta, \\ y = r \sin \vartheta, \\ z = z, \end{cases}$$

si ha

$$(4) \quad \frac{dW}{dr} = \frac{dW}{dx} \frac{x}{r} - \frac{dW}{dy} \frac{y}{r}$$

con W indicandosi una generica funzione; per cui

$$\int_S U \frac{dV}{dr} dS = \int_S U \frac{x}{r} \frac{dV}{dx} dS + \int_S U \frac{y}{r} \frac{dV}{dy} dS.$$

Trasformando i due integrali del secondo membro, a norma della (3), avremo:

$$\begin{aligned} \int_S U \frac{dV}{dr} dS &= - \int_S V \left(\frac{d \left(U \frac{x}{r} \right)}{dx} + \frac{d \left(U \frac{y}{r} \right)}{dy} \right) dS - \\ &\quad - \int_{d\sigma} V U \left(\frac{x}{r} \alpha + \frac{y}{r} \beta \right) d\sigma; \end{aligned}$$

eseguendo le derivazioni e badando alla (4), potremo anche scrivere

$$(3') \quad \int_S U \frac{dV}{dr} dS = - \int_S V \frac{dU}{dr} dS - \int_S UV \frac{dS}{r} - \int_{d\sigma} UV \left(\frac{x}{r} \alpha + \frac{y}{r} \beta \right) d\sigma,$$

che è la formola, cui si voleva pervenire.

Dalla nota identità

$$(5) \quad \int_S L \Delta_s L dS = - \int_S (\Delta_s L)^2 dS - \int_\sigma L \frac{dL}{dn} d\sigma,$$

ponendo per $\Delta_s L$ il valore dato dalla (2) e ricordando che L è 0 in superficie abbiamo

$$(5') \quad \int_S (\Delta_s L)^2 dS + \int_S \frac{2}{r} L^2 \frac{ds}{dr} dS + \int_S \frac{s-1}{r} 2L \frac{dL}{dr} dS = 0.$$

L'ultimo degli integrali precedenti si può scrivere sotto la forma:

$$\int_S \frac{s-1}{r} \frac{dL^2}{dr} dS.$$

Applicando la (3'), si può scinderlo in altri due:

$$- \int_S L^2 \frac{d}{dr} \left(\frac{s-1}{r} \right) dS - \int_S L \frac{s-1}{r^2} dS,$$

e, portando nella (5') tale espressione, dopo aver eseguita la derivazione rispetto ad r , si ha in definitiva;

$$\int_S \left\{ (\Delta_s L)^2 + L \left(\frac{1}{r} \frac{ds}{dr} \right) \right\} dS = 0.$$

Essendo [per la fatta posizione, in cui si scriva r al posto di x_s]

$$s = \frac{1}{1 - A^2 \omega^2 r^2}$$

si ha

$$\frac{1}{r} \frac{ds}{dr} = \frac{2A^2 \omega^2}{(1 - A^2 \omega^2 r^2)^2}$$

che è, come si vede, una quantità essenzialmente positiva.

Ciò posto, affinchè valga la precedente eguaglianza dovrà essere nullo ogni elemento di integrale, donde in particolare

$$L = 0.$$

Ne consegue in base alla formula (III'),

$$\rho = 0 \quad c. d. d.$$

Come si vede, l'ipotesi di un campo simmetrico privo di singolarità, porta alla conclusione che si annulla identicamente la ipotetica distribuzione di cariche, che dovrebbe generare il campo colla sua uniforme rotazione.

Si potrebbe dimostrare che la conclusione sussiste anche senza supporre a priori che si tratti di distribuzioni simmetriche rispetto all'asse di rotazione.

**SULLE CORRENTI DOVUTE ALL'EFFETTO VOLTA E SULLA SERIE DELLA P. E. M.
DI CONTATTO.**

Nota di O. M. CORBINO ¹⁾.

Avvicinando e allontanando due dischi di metalli eterogenei, riuniti con un filo metallico, e tra i quali, per l'effetto Volta, esiste una differenza di potenziale costante V , essi si caricano di quantità variabili di elettricità, dipendentemente dalla capacità C del sistema dei due dischi. E perciò se i dischi si portano da una distanza alle quale quella capacità è trascurabile, a una distanza molto piccola, cui corrisponde la capacità C , il filo che li mette in comunicazione sarà traversato dalla quantità di elettricità

$$Q = CV$$

e una quantità eguale passerà in senso opposto all'atto dell'allontanamento dei dischi.

Producendo delle variazioni periodiche di capacità il filo sarà così percorso da correnti alternate, che si potranno raddrizzare con un opportuno commutatore solidale col moto dei dischi.

Fu appunto con questo metodo che il Majorana ²⁾ riuscì a produrre correnti dell'ordine di grandezza di circa 10^{-9} ampere.

Con un dispositivo molto semplice sono riuscito a produrre correnti un milione di volte più intense, dell'ordine di un milliampere. L'entità degli effetti ottenuti mi ha indotto a pubblicare la presente Nota, anche perchè la considerazione delle notevoli quantità di energia messe in giuoco mi ha suggerito un'obbiezione molto grave, contro l'idea così dibattuta

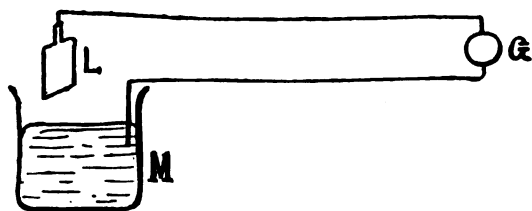
1) Dall'Istituto fisico della R. Università di Messina.

2) Q. Majorana. Nuovo Cim. serie IV, anno IX, pag. 341, 1899.

che l'effetto Volta abbia origine al contatto dei due metalli, e non sia dovuto invece all'azione chimica del mezzo.

* * *

Come ebbi a dimostrare in un precedente lavoro ¹⁾, una lamina d'alluminio funzionante da anodo in un elettrolito opportuno, si ricopre di un duplice strato, di cui il primo, in contatto col metallo, e di estrema sottigliezza, funziona come da strato isolante, e l'esterno di spessore alquanto più grande è parzialmente conduttore. Lo spessore dello strato esterno, misurato con metodi ottici speciali, risultò a pari durata di carica proporzionale alla tensione di formazione cui è sottoposto il voltmetro, e, per una tensione di 10 volt, è dell'ordine di grandezza di 0,02 micron. Lo spessore dello strato dielettrico è circa 10 volte minore. Inoltre la lamina così formata lavata con cura e disseccata, conserva il suo involucro isolante ²⁾, cosicchè immergendola nel mercurio si viene a costituire un vero condensatore, di cui l'alluminio è l'armatura interna, e il mercurio o meglio lo strato parzialmente conduttore è l'armatura esterna. La capacità del condensatore così formato è enorme a causa della sottigliezza del dielettrico (per una formazione a 10 volt una laminetta speculare di 6×6 cm. ha la capacità di circa 30 microfarad). Il dielettrico si perfora appena la differenza di potenziale tra le armature supera un certo limite inferiore alla tensione di formazione.



Ora se si costituisce un circuito come nella figura, ove *L* è la lamina, *G* un galvanometro balistico e *M* un bicchiere

1) O. M. Corbino. Nuovo Cim. serie V. vol. XII, fasc. settembre 1906.

2) O. M. Corbino e S. Marecca. Nuovo Cim., serie V, vol. XII, fasc. luglio-agosto 1906; § 6.

con mercurio, e si introduce nel mercurio bruscamente la laminetta, si nota nel galvanometro una forte deviazione impulsiva che dura finchè dura l'atto dell'immersione.

Lasciando in quiete la lamina, o muovendola in seno al mercurio, il galvanometro resta sensibilmente a zero. Invece estraendo la lamina, si ottiene una brusca deviazione quasi uguale ma di senso opposto a quella avuta nell'immersione. Il fenomeno si può riprodurre indefinitamente, finchè l'involucro isolante che circonda la lamina è integro; cessa del tutto alla rottura dell'involucro.

È evidente che le quantità di elettricità che traversano il circuito nei due sensi sono appunto quelle corrispondenti alla carica e scarica del condensatore alla tensione dovuta all'effetto Volta, sia questo dovuto al contatto della catena di metalli alluminio, rame (circuito del galvanometro), platino (che pesca nel mercurio) e mercurio; o all'azione chimica diversa esercitata dall'involucro sui due metalli propicienti.

Ricorrendo a una lamina di maggiore superficie (5×40 cm) avvolta a spirale cilindrica, immergendola ed emergendola circa 10 volte al secondo, con un motorino elettrico capace di imprimere un moto alternativo a un'asta metallica reggente la lamina, e raddrizzando con un commutatore sincrono le correnti ottenute, queste raggiunsero l'ordine di grandezza di 1 milliampere anche introducendo nel circuito una resistenza di parecchie centinaia di ohm.



Una quistione difficile a risolvere e che richiede nuove indagini, riguarda la funzione dello strato esterno semiconduttore. Ci si può chiedere difatti: le cariche messe in moto nell'immersione e nell'emersione, si accumulano nell'alluminio e nel mercurio (sulle superficie) o sull'alluminio e l'involucro salino sottilissimo parzialmente conduttore?

E quindi la capacità del sistema va considerata come corrispondente alla distanza tra le armature metalliche, e quindi allo spessore del duplice involucro o come relativa al solo strato interno veramente isolante? In realtà sono presenti e a distanza piccolissima, la superficie di contatto tra alluminio

e strato interno, quello tra lo strato interno e l'esterno che è un semiconduttore di seconda classe, e infine quella tra lo strato esterno e il mercurio. E la previsione sicura di quel che dovrebbe avvenire in simili casi è tutt'altro che facile, per quanto non disperi di venirne a capo. Posso segnalare sin da ora che le correnti ottenute all'immersione e all'emersione sono di tal senso da invertire l'ordine dell'alluminio e del mercurio nella nota serie delle tensioni di Volta; e solo alla prima immersione (subito dopo la formazione e il prosciugamento della lamina) si ha una corrente opposta, per una volta, sola, a quelle ottenute in tutte le successive immersioni.



Le correnti ottenute in queste condizioni, o meglio le notevoli quantità di energia messe in giuoco, suggeriscono una grave obbiezione, a mio parere, contro l'ordine di idee di Lord Kelvin relativo all'origine della f. e. m. di Volta.

Cominciamo col considerare due dischi metallici omogenei, messi in comunicazione tra loro, attraverso una pila invertibile di f. e. m. V , con un filo di resistenza trascurabile. Portando i dischi a una piccolissima distanza cui corrisponde la capacità C del sistema, una quantità di elettricità $Q = CV$ traversa la pila, nel senso per cui essa fornisce energia. La pila compie il lavoro QV , e di questo una metà rappresenta l'energia elettrostatica del condensatore carico, l'altra metà il lavoro meccanico utilizzabile durante l'avvicinamento dei dischi, in virtù della loro attrazione.

Se adesso noi distacciamo i dischi fino alla primitiva distanza, dovremo eseguire un lavoro meccanico $\frac{1}{2} QV$, di allontanamento, il quale sommato col lavoro $\frac{1}{2} QV$ reso dal condensatore che si va scaricando, costituisce il lavoro QV *integralmente* restituito alla pila, poichè questa viene traversata, in senso inverso al primitivo, dalla medesima quantità di elettricità.

Se il circuito comprende una resistenza r , all'avvicinamento la pila continuerà a svolgere la stessa energia QV ; di

questa, metà sarà ancora accumulata elettrostaticamente nel condensatore, e l'altra metà si svolgerà in parte come lavoro meccanico di attrazione, e per il resto in effetto Joule nella resistenza r ; all'allontanamento noi dovremo eseguire un lavoro *maggiore* di quello eseguito quando la resistenza non esisteva¹⁾, e l'eccesso rappresenterà appunto il lavoro Joule sviluppato nel filo.

In ogni caso, adunque, la pila non cede nè guadagna energia in una serie completa di avvicinamenti e allontanamenti, e il lavoro che si manifesta nel filo è eseguito meccanicamente da noi. Ma la pila ha tuttavia una funzione *importantissima*, quella cioè di accumulare nell'allontanamento e restituire nell'avvicinamento l'energia QV .

Ricorriamo adesso a due dischi costituiti da metalli eterogenei, tra i quali esista un effetto Volta V ; mettiamoli in comunicazione con due fili sottili del metallo corrispondente, e ripetiamo le manovre di prima. Otterremo in ciascuna fase di allontanamento o di avvicinamento gli stessi fenomeni; in un ciclo completo il calore Joule svolto nel filo sarà ancora l'equivalente del lavoro eseguito da noi; e si conferma così il risultato del calcolo di Pellat e Sacerdote²⁾. Ma considerando *separatamente* le due fasi del ciclo, ci si rivela la necessità che in qualche posto del sistema si compia la funzione essenziale esercitata dalla pila nell'esempio di sopra, di cedere e assorbire alternativamente la quantità di energia QV .

Si potrebbe pensare a un'energia potenziale di attrazione tra i metalli eterogenei, che potrebbe appunto compiere una funzione analoga. Ma se così fosse anche interrompendo la comunicazione metallica tra i due piatti dovrebbero sussistere le azioni attrattive il che non è, come è facile dimostrare. Si potrebbe ancora ritenere che il passaggio delle quantità di elettricità nei due sensi determini, al contatto dei due metalli, delle azioni elettro-chimiche invertibili. Or se queste azioni chimiche potevano essere invocate per spiegare la minima quantità di

1) Per la presenza della resistenza ohmica r la forza attrattiva dei piatti è minore durante l'avvicinamento, maggiore durante l'allontanamento, poichè la differenza di potenziale fra i dischi è uguale a $V - ri$ nel primo caso e a $V + ri$ nel secondo.

2) Pellat e Sacerdote. Journ. de Physique, t. VII, p. 24; 1898.

energia elettrica assunta per il contatto da una lamina bimetallica, non è altrettanto facile farle intervenire nel caso presente, in cui la quantità di energia periodicamente assorbita e ceduta è dell'ordine di mille ergon. E del resto se tali azioni chimiche potessero essere prodotte (nel posto del contatto) dal passaggio di una corrente, esse ci si sarebbero ben rivelate da tempo nelle condutture industriali eterogenee percorse per tempi lunghissimi da correnti tanto intense; ed è noto che una esperienza eseguita in proposito dal Riecke ¹⁾ diede esito negativo.

Nè, infine, si può pensare a processi termici, nel posto del contatto, capaci di assorbire e restituire a ogni spostamento dei piatti e quindi a ogni passaggio di corrente, l'energia QV , poichè ciò porterebbe a ritenere che la sola differenza di potenziale esistente al di qua e al di là del contatto sia quella rivelata dall'effetto Peltier, tanto più piccola dell'effetto Volta.

Adunque solo nell'azione del mezzo può essere ricercata l'origine dei processi energetici reversibili *cui è indissolubilmente legata per l'esperienza surriferita l'esistenza dell'effetto Volta.*

E perciò, se l'azione del mezzo fosse assolutamente eliminata, nell'esperienza precedente le azioni attrattive dei dischi sarebbero di gran lunga minori e l'effetto Volta si ridurrebbe alla f. e. m. calcolata con l'effetto Peltier, con la quale s'identifica appunto la differenza di potenziale al contatto, secondo la teoria elettronica dei metalli ²⁾.

1) Riecke. *Physik. Leitschr.* T. II, p. 689, 1900-1901.

2) Drude. *Annalen der Physik.* B. 1, p. 598, § 10, 1900.

CORREZIONI ALLA CURVA IDEALE DI FUSIONE DELLE LEGHE BINARIE,

per D. MAZZOTTO.

Con una tavola litografica.

In una precedente nota ¹⁾ ho studiato le principali cause delle divergenze che generalmente si osservano fra la curva di fusione, teorica od ideale, di una miscela binaria e la corrispondente curva sperimentale, ed ho proposto due correzioni alla formula ideale, l'una delle quali dipende dalle calorie di mescolanza o di diluizione reciproca dei componenti, la seconda dal grado di polimerizzazione del corpo disciolto. Ho quindi applicato tali correzioni alla curva ideale di fusione delle amalgame di stagno, constatando che veniva con esse a scomparire quasi completamente la grande differenza di forma e di posizione che esisteva fra la curva ideale e l'esperimentale.

In questa nota darò i risultati ottenuti applicando lo stesso metodo di correzione alle curve di fusione di altre leghe binarie per le quali sono noti gli elementi necessari alle correzioni stesse.

Rammenterò che, se sono soddisfatte certe condizioni indicate dalla teoria, la temperatura assoluta T alla quale incomincia a solidificarsi una soluzione il cui solvente puro abbia il punto di solidificazione T_0 , può essere calcolata col mezzo della formula di Le Chatelier

$$(1) \quad T = \frac{T_0}{1 - \frac{R T_0}{Q} \lg x}$$

in cui R rappresenta la costante dei gas in misura termica, Q le calorie di fusione di una molecola-grammo di solvente,

¹⁾ D. Mazzotto. Sulla curva di fusione delle miscele binarie. N. Cimento, Serie V, Vol. 13^a, pag. 80 (1907).

ed x la concentrazione della soluzione espressa col mezzo del rapporto

$$x = \frac{N}{N + N_1}$$

in cui N rappresenta il numero di molecole-grammo del solvente ed N_1 quello del corpo disciolto, per cui x rappresenta anche il numero di molecole-grammo di solvente in una molecola grammo di soluzione.

Il Roozeboom dà il nome di « *curva ideale di fusione* » alla curva che si ottiene rappresentando in funzione di x i valori di T ottenuti dalla (1), e tali valori di T , che all'atto pratico possono differire di molto dagli sperimentali, sono pure detti « *temperatura ideale di fusione* ».

Le ragioni delle differenze fra i punti di fusione ideali e gli sperimentali possono essere, o il non verificarsi delle condizioni presupposte per la validità della formula, o la coesistenza di altre cause perturbatrici.

Una delle dette condizioni, si è che il valore di Q non varii in causa della presenza del corpo disciolto, ciò che implicherebbe che il solvente ed il soluto si mescolassero allo stato liquido senza variazione termica, cioè che il loro calore di diluizione fosse nullo.

Il van Laar dimostrò che il valore T_1 che assume T corretto da tale influenza è dato dalla formula:

$$(2) \quad T_1 = \frac{T_0}{1 - \frac{R T_0}{Q} \lg x} \left(1 + \frac{\Delta}{Q} \right)$$

in cui Δ rappresenta il cosiddetto *calore di diluizione differenziale* del solvente nella miscela, cioè la quantità di calore che viene svolta (Δ negativo) od assorbita (Δ positivo) quando si mescola alla temperatura T una molecola-grammo del solvente con una quantità infinitamente grande della miscela di concentrazione x .

Il calcolo del valore di x da introdursi nella formula (1) si fa ordinariamente nell'ipotesi che la soluzione sia costituita da molecole semplici del solvente o del soluto; molto spesso però, l'abbassamento molecolare del punto di fusione del sol-

vente ci avverte trovarsi il corpo disciolto in istato di parziale o totale polimerizzazione molecolare od atomica, ciò che costituisce un'altra causa di non validità della formula (1).

Io ho però dimostrato che se il coefficiente di polimerizzazione n del soluto è noto, e si mantenga costante per tutte le concentrazioni, il valore T_1 che assume T_1 corretto per tale influenza è

$$(3) \quad T_1 = \frac{T_0}{1 - \frac{R T_0}{Q} \lg x_1} \left(1 + \frac{\Delta_1}{Q} \right)$$

nella quale

$$x_1 = \frac{n x}{n x + 1 - x}$$

e Δ_1 è il valore che assume Δ quando x assume il valore x_1 .

Se, come avviene d'ordinario in simili verificazioni, si è già costruita la curva dei valori di T_1 in funzione di x , si hanno da questa curva, per interpolazione grafica, i valori corretti T_1 in corrispondenza ai valori x_1 dell'ascissa; nel caso poi in cui fosse $\Delta = 0$, tale interpolazione si farà sulla curva ideale.

Evidentemente, nel caso in cui la polimerizzazione sia nulla, sarà $n = 1$ ed $x_1 = x$ cioè la (3) coincide colla (2) e la correzione non deve farsi.

In seguito queste due correzioni saranno, per brevità, rispettivamente indicate con: *correzione per Δ* e *correzione per n* .

I valori sperimentali sui quali si basa la determinazione di Δ sono quelli della tabella I (pag. 404) riprodotta dal trattato del Roozeboom ¹⁾ nella quale sono ricalcolati, riferendoli a molecole-grammo, i risultati delle mie determinazioni, sulle calorie svolte od assorbite all'atto della mescolanza di due metalli allo stato liquido ²⁾.

Nella precedente nota, ho dimostrato che per ottenere il valore di Δ corrispondente ad una qualunque concentrazione

1) H. W. B. Roozeboom. Die heterogenen Gleichgewichte II, pag. 295. (Braunschweig, 1904).

2) D. Mazzotto. Sul fenomeni termici che accompagnano la formazione delle leghe. Rendiconti R. Istituto Lombardo, Serie 2.a, Vol. 18, pag. 165 (1888).

α di due metalli, basta costruire colle corrispondenti coppie di valori della tabella I la curva $\alpha = \phi(c)$ prendendo per ascisse i valori di α e per ordinate quelli di c , e tirare alla curva stessa la tangente dal punto avente per ascissa il dato valore di α ; tale tangente interseca l'ordinata ($\alpha = 1$), corrispondente al solvente puro, in un punto che ha per ordinata il valore cercato di Δ .

TABELLA I.

Calorie di mescolanza per una molecola-grammo di lega.

(+) = Calorie assorbite ; (—) = Calorie sviluppate.

Sn + Pb		Sn + Zn		Sn + Bi		Pb + Hg		Pb + Bi	
atomi di Sn (x)	calorie (c)	atomi di Sn (x)	calorie (c)	atomi di Sn (x)	calorie (c)	atomi di Pb (x)	calorie (c)	atomi di Pb (x)	calorie (c)
0,123	+167	0,068	+280	0,245	0	0,094	+ 67	0,127	—107
0,218	+254	0,127	+436	0,393	0	0,169	+112	0,225	—179
0,358	+339	0,225	+589	0,565	+16	0,288	+158	0,367	—275
0,527	+396	0,388	+818	0,722	+15	0,350	+151	0,537	—302
0,691	+354	0,538	+716	0,839	+16	0,447	+112	0,699	—239
0,817	+243	0,700	+636	0,917	+14	0,618	+ 59	0,823	—146
0,899	+132	0,823	+369			0,764	+ 15	0,903	— 89
						0,866	+ 2		

I coefficienti di polimerizzazione, n , necessari per la correzione per n , sono registrati nella tabella II (pag. 405) e furono dedotti dagli abbassamenti atomici (a_0) del punto di fusione dei rispettivi solventi determinati da Heycock e Neville in una serie di lavori sull'applicazione della legge di Raoult ai metalli ¹⁾, facendo il rapporto fra l'abbassamento atomico teorico, a_1 , ed il corrispondente abbassamento osservato, a_0 .

1) Heycock and Neville. Journ. Chem. Soc. Vol. 61-71 (1890-1897). Vedi anche i riassunti in Beiblätter Vol. 17^o, pag. 289 (1893) ed in Landolt-Börnstein, Phys. Chem. Tabellen, III edizione, pag. 295.

TABELLA II.

Solventi	Sn	Pb	Bi	Zn	Sn	Pb	Bi	Zn
Abbassamenti atomici teorici (α_t)	3°,0	6°,5	2°,08	5°,2	Coefficienti di polimerizzazione calcolati (n) = $\alpha_t : \alpha_o$			
	Abbassamenti atomici osservati (α_o)							
Metalli disciolti	Zn	2,6	—	—	—	1,15	—	—
	Sn	—	1,7	2,1	5,3	—	3,8	1,0
	Hg	—	3,4	—	—	—	1,9	—
	Pb	2,8	—	2,1	—	1,07	—	1,0
	Bi	2,4	3,0	—	—	1,25	2,2	—

Nei calcoli si adottarono, per R il valore arrotondato 2, e per T_o e Q i valori seguenti

Solvente	T_o	Q
Stagno	505	1690
Bismuto	540	2635
Piombo	598	1109
Zinco	691	1840

I punti di fusione sperimentali registrati nelle tabelle dei risultati (III-XI) furono dedotti:

Per le leghe Sn — Bi, Sn — Pb, Bi — Pb dalle determinazioni di Kapp¹⁾, per le leghe Sn — Zn dalle determinazioni di Heycock e Neville riprodotte a pag. 201 del trattato di Roozeboom sopra citato e per le amalgame di piombo dalle determinazioni di Puschin²⁾.

1) Kapp. Drude Annalen, Vol. 6°, pag. 754 (1901).

2) Puschin. Zeitschr. Anorg. Chem. Vol. 36°, p. 209 (1908).

Nelle tabelle dei risultati le temperature di fusione t sono riferite allo zero ordinario, sottraendo 273° alle temperature assolute che risultano dal calcolo delle formule (1), (2) e (3).

Nella Tavola I, sono rappresentati graficamente i risultati, prendendo per ascisse, il numero di atomi-gr. di solvente in un atomo-gr. di lega e per ordinate le temperature di fusione. In tutte le figure, i punti sperimentali sono congiunti con linea a tratto continuo (—); la curva ideale è rappresentata con linea punteggiata (...); la curva corretta per Δ con linea tratteggiata (— — —) e la curva corretta per n con linea a tratto e punto (— . — . —).

LEGHE DI BISMUTO E STAGNO.

Il caso più semplice fra quelli da me considerati, ci viene offerto dalle leghe in cui lo stagno figura disciolto nel bismuto, inquantochè per esse, secondo la tabella I, le calorie di mescolanza sono sensibilmente nulle, ed è pur nulla, giusta la tabella II, la polimerizzazione. Per cui, se non vi sono altre cause perturbatrici, la curva ideale dovrebbe, senza bisogno di correzioni, corrispondere alla curva sperimentale.

Che ciò sia infatti, entro i limiti dei possibili errori, ce lo dimostra il confronto fra i valori sperimentali di t e quelli dedotti dalla curva ideale, registrati nella tabella III e rappresentati graficamente nella fig. 1^a della Tav. I, potendosi in tal caso rilevare che le differenze sono assai minori che in tutte le altre leghe.

TABELLA III.

Curva di fusione del bismuto (con stagno disciolto).

Vedi Tavola I, fig. 1^a.

$x = \text{atomi di Bi}$ ✓	1,00	0,84	0,70	0,57	0,46	Eutetica
Temperatura di fusione { esperim. ^{le} ✓ ideale	269	229	192	159	137	137
		232	197	167	137	129
Differenze	—	+ 3°	+ 5°	+ 8°	0°	— 8°

Una divergenza molto maggiore fra la curva ideale e la sperimentale si nota, come lo indica la tabella IV e la corrispondente fig. 2 della Tav. I, nelle leghe degli stessi metalli nelle quali funziona da solvente lo stagno.

È da osservarsi però che, giusto la tabella II, il bismuto presenta, in fusione nello stagno, un coefficiente di polimerizzazione $n = 1,25$; fatta la correzione relativa si hanno per t dei valori molto più prossimi agli sperimentali.

TABELLA IV.

Curva di fusione dello stagno (con bismuto disciolto).

Vedi Tavola I, fig. 2^a

$x = \text{atomi di Sn} \vee$	1,00	0,94	0,87	0,80	0,72	0,64	Eutetica
							0,58
Temperatura di fusione $\left\{ \begin{array}{l} \text{esper.}^{\text{le}} \\ \text{ideale} \end{array} \right.$	232	220	209	187	167	153	137
		214	195	173	151	125	108
Differenze	—	— 6°	— 14°	— 14°	— 16°	— 28°	— 29°

Correzione per $n = 1,25$

$x_1 =$	—	0,95	0,90	0,84	0,77	0,69	0,63
Temperatura ideale corretta per n	—	218	201	184	163	139	124
Differenza dall'esperimentale		— 2°	— 8°	— 3°	— 4°	— 14°	— 13°

LEGHE DI STAGNO E PIOMBO.

Queste leghe, secondo la tabella I presentano un forte assorbimento di calore all'atto della mescolanza, perciò, giusta la teoria, la curva ideale deve trovarsi al di sotto della sperimentale; ciò si riconosce dalla tabella V e dalla corrispon-

dente fig. 3^a dalla Tav. I che si riferiscono a leghe in cui figura da solvente lo stagno, e più ancora dalla tabella VI e dalla corrispondente fig. 4^a relative a leghe in cui figura da solvente il piombo.

TABELLA V.

Curva di fusione dello stagno (con piombo disciolto).

Vedi Tavola I, fig. 3^a.

$x = \text{atomi di Sn}$	1,00	0,94	0,88	0,81	Eutetica 0,74
Temperatura di fusione	232	219	201	189	180
		213	195	176	154
Differenze	—	— 6°	— 6°	— 13°	— 26°

Correzione per Δ .

$\Delta = \text{cal.}$	—	+ 5	+ 8	+ 13	+ 27
Temp. ideale corretta per Δ	—	218	203	189	181
Differenze dall'esperimentale	—	— 1°	+ 2°	0°	+ 1°

Nel caso della tabella V la correzione da applicarsi è solo quella dipendente dalle calorie di mescolanza, giacchè, dalla tabella II risulta che la polimerizzazione è quasi insensibile. Basta infatti la correzione per Δ per portare la curva ideale a coincidenza quasi perfetta colla sperimentale.

Invece nelle leghe di piombo e stagno in cui funziona da solvente il piombo, i punti di fusione dati dalla curva ideale, anche corretti per Δ , stanno molto al di sotto dei corrispondenti valori sperimentali, ma ciò è giustificato dalla forte polimerizzazione ($n=3, 8$) che giusta la tabella II subisce lo stagno in soluzione nel piombo.

Fatta la correzione relativa si riconosce che le differenze fra le temperature corrette e le sperimentali, sono ridotte assai piccole in paragone alle precedenti e sono in parte positive in parte negative, così che la curva sperimentale oscilla a breve distanza da quella calcolata.

TABELLA VI.

Curva di fusione del piombo (con stagno disciolto).

Vedi Tavola I, fig. 4°.

$x = \text{atomi di Pb}$	1,00	0,84	0,70	0,57	0,46	0,36	0,28	Eutetica
								0,27
Temperat. di fusione	esper. ^{le}	296	273	258	240	210	183	180
	ideale	324	231	158	101	53	13	-27
Differenze	—	-65°	-115°	-157°	-187°	-197°	-206°	-207°

Correzione per Δ .

$\Delta = \text{cal.}$	—	+55	+129	+238	+377	+571	+821	+858
Temper. ideale corretta per Δ	—	256	208	181	164	160	162	163
Differenze dall'esperimentale	—	-40°	-65°	-77°	-76°	-50°	-21°	-17°

Correzione per $n = 3,8$.

$x_1 =$	—	0,95	0,90	0,84	0,77	0,68	0,59	0,58
Temper. ideale corretta per Δ e per n	—	305	282	254	229	204	184	182
Differenze dall'esperimentale	—	+9°	+0°	+4°	-11°	-6°	+1°	+2°

LEGHE DI BISMUTO E PIOMBO.

Queste leghe presentano, giusta la tabella I, un caso opposto alle precedenti, poichè nel formarsi sviluppano calore invece che assorbirne, e perciò la correzione da apportarsi ai punti di fusione ideale in causa del calore di diluizione sarà negativa, tenderà cioè ad abbassare la curva di fusione calcolata. In armonia con ciò vediamo, dalla tabella VII e dalla corrispondente figura 5^a della Tav. I che nelle leghe in cui il bismuto funziona da solvente del piombo, la curva ideale è superiore alla sperimentale.

Determinati i valori di Δ , col mezzo dei dati della tabella I, e calcolata la correzione, si vede che i valori corretti si sono di molto avvicinati agli sperimentali, alcuni anzi coincidono con essi.

TABELLA VII.

Curva di fusione del bismuto (con piombo disciolto).

Vedi Tavola I, fig. 5^a.

$x = \text{atomi di Bi}$	1,00	0,90	0,80	0,70	0,60	Eutetica
Temperat. di fusione						
{ esper. ^{le}		241	210	171	136	125
{ ideale	268	245	223	199	174	164
Differenze	—	+4°	+13°	+28°	+38	+39

Correzione per Δ .

$\Delta = \text{calorie}$	—	—20	—43	—89	—183	—230
Temperat. ideale corretta per Δ	—	241	215	183	143	126
Differenze dall' esperimentale	—	0°	+5°	+12°	7+°	+1°

La correzione così ottenuta è definitiva poichè, secondo la tabella II, non vi è per queste leghe correzione da fare per polimerizzazione.

Se consideriamo invece (Ved. tab. VIII e fig. 6^a) le leghe di questi due metalli nelle quali funziona da solvente il piombo, si osserva che, non ostante il valore positivo delle calorie di diluizione, la curva di fusione ideale del piombo scorre al di sotto della curva sperimentale; ne risulta che la correzione per Δ farà maggiormente scostare i valori teorici dagli sperimentali. Però in tal caso essendo $n = 2,2$ si ha una forte correzione in senso opposto dovuta alla polimerizzazione del bismuto, correzione che compensa ad oltranza la prima, portando la curva teorica, per lungo tratto, a coincidenza colla curva sperimentale.

TABELLA VIII.

Curva di fusione del piombo (con bismuto disciolto).

Vedi Tavola I, fig. 6.*

$x = \text{atomi di Pb}$	1,00	0,90	0,81	0,71	0,60	0,50	Entetica
							0,44
Temperat. di fusione	esper. ^{le} ideale	324	291	265	219	179	145
			265	214	169	114	69
Differenze		—	—26	—51	—59	—65	—76
							—80
Correzione per Δ .							
$\Delta = \text{calorie}$		—	—8	—23	—67	—132	—243
							—324
Temperat. ideale corretta per Δ .		—	261	204	134	68	—6
							—48
Differenze dall'esperimentale		—	—30	—61	—85	—111	—151
							—173
Correzione per $n = 2,2$.							
$x_1 =$		1,00	0,95	0,90	0,84	0,77	0,69
							0,63
Temperat. ideale corretta per Δ e per n		—	293	263	222	178	125
							94
Differenze dall'esperimentale		—	+2	—2	+3	—1	—20
							—31

LEGHE DI STAGNO E ZINCO.

Per le leghe di questa categoria nelle quali funziona da solvente lo stagno ci troviamo in un caso analogo ad altri già considerati, cioè trattandosi di leghe che si formano con assorbimento di calore, la curva ideale di fusione dello stagno si trova al di sotto della curva sperimentale; fatta la necessaria correzione si trova che i nuovi valori sono ancora inferiori agli sperimentali; ma siccome anche in questo caso la tabella II accusa una polimerizzazione sensibile dello zinco ($n = 1, 15$), fatta la correzione anche per questa causa, si ottengono valori di t che differiscono appena di un grado dagli sperimentali.

TABELLA IX.

Curva di fusione dello stagno (con zinco disciolto).

Vedi Tavola I, fig. 7.^a

$x = \text{atomi di Sn}$	1,00	0,95	0,90	0,85	Eutetica 0,84
Temperatura di fusione	232	222	211	200	198
		216	202	187	185
Differenze	—	—6°	—9°	—13°	—13°

Correzione per Δ .

$\Delta = \text{calorie}$	—	+10	+18	+26	+30
Temperatura ideale corretta per Δ	—	219	207	195	193
Differenze	—	—3°	—4°	—5°	—5°

Correzione per $n = 1,15$.

$x' =$	1,00	0,96	0,91	0,87	0,86
Temperatura ideale corretta per Δ e per n	—	221	210	199	197
Differenze	—	—1°	—1°	—1°	—1°

Ma un caso diverso dai consueti ci si presenta con quelle leghe in cui lo zinco funziona da solvente dello stagno.

Anche per queste, la curva ideale scorre molto al di sotto della sperimentale, e non presentandosi polimerizzazione, (vedi tabella II) la sola correzione sarebbe quella dovuta al calore di mescolanza. Ma, in causa dell'assorbimento assai forte di calore che presentano i metalli all'atto di mescolarsi (si ebbe nelle esperienze un abbassamento istantaneo di temperatura fino di 90°) questa correzione riesce superiore alla differenza fra il valore ideale e quello sperimentale della temperatura di fusione, così che, come mostrano la tabella X e la fig. 8, i valori corretti, riescono considerevolmente superiori agli sperimentali.

TABELLA X.

Curva di fusione dello zinco (con stagno disciolto). Vedi Tavola I, fig. 8°.

$x =$ atomi di Zn	1,00	0,93	0,87	0,78	0,62	0,46	0,30	0,18	Eutetica 0,17
Temperatura di fusione	415	397	384	368	350	325	277	208	198
(esprim. ^{te} ideale)		383	354	307	234	164	90	27	18
Differenze dall'esperimen- tale	—	-14°	-30°	-61°	-116°	-161°	-187°	-181°	-180°

Correzione per Δ .

$\Delta =$ calorie	—	+100	+180	+300	+722	+1195	+1750	+1935	—
Temperat. ideale corretta	—	418	415	402	433	448	435	343	—
Differenze dall'esperimen- tale	—	+21°	+31°	+34°	+83°	+123°	+158	+135	—

Per queste leghe adunque, il calore che viene assorbito all'atto della miscela è maggiore di quello che corrisponde alla divergenza fra la curva ideale di fusione dello zinco e la curva sperimentale.

Ciò fa ritenere che tali leghe, allo stato solido, non consistano di un semplice conglomerato dei metalli puri, ma piuttosto di una soluzione solida dei metalli stessi formantesi con assorbimento di calore.

A conclusione analoga condussero le ricerche termochimiche eseguite su queste leghe da Tayler¹⁾ e da Herschkowitsch²⁾.

AMALGAME DI PIOMBO.

La tabella XI riproduce i punti di fusione di alcune delle amalgame studiate dal Puschin (l. c.) insieme ai corrispondenti valori di t dedotti colla formula ideale. Rappresentando graficamente questi valori nella fig. 9 della Tav. I ci troviamo innanzi ad un caso apparentemente analogo a quello delle amalgame di stagno della precedente mia nota. Se non che, se coi dati della tabella I procediamo alla costruzione della curva che deve fornire i valori di Δ , otteniamo una curva di forma insolita; cioè, invece di una curva pressochè simmetrica dalle due parti del punto di culminazione come quella della fig. 1^a della nota precedente, e come quella data da tutte le altre leghe fin qui studiate, si ha la curva dissimetrica rappresentata dalla fig. 10 della Tav. I.

1) Tayler. *Phil. Mag.* Serie V, Vol. 50, pag. 43 (1900).

2) Herschkowitsch. *Zeitschr. f. Physik. Chemie.* Vol. 27, pag. 160 (1898).

TABELLA XI.
Curva di fusione del piombo (con mercurio disciolto). Vedi Tavola I, fig. 9°.

x = atomi di Pb ✓	1,00	0,80	0,77	0,70	0,50	0,50	0,40	0,29	0,20	0,10	0,05
Temperatura di fusione { esperim. ^{le} ideale	327	288	247	225	190	163	137	117	105	91	71
		260	196	158	111	69	27	-16	-52	-100	-122
Differenze	—	-28°	-51°	-65°	-79°	-94°	-110°	-133°	-157°	-191°	-193°

Correzione per Δ .

Valori di Δ (anomali)	—	-2	-33	-60	-61	-75	-95	+250	+500	+610	—
Temperatura ideale corretta per Δ .	—	259	183	135	80	26	1	42	48	-5	—
Differenze dall'esperim. ^{le}	—	-29°	-64°	-88°	-110°	-137°	-136°	-75°	-57°	-96°	—

Correzione per $n = 1,9$ (senza la correzione per Δ).

$x' =$	—	0,94	0,86	0,82	0,77	0,65	0,56	0,44	0,32	0,18	0,09
Temperatura ideale corretta solo per n	—	280	245	218	174	137	96	43	-4	-61	-104
Differenze dall'esperim. ^{le}	—	+1°	-2°	-5°	-16°	-26°	-41°	-74°	-109°	-152°	-175°

Se, non preoccupandoci di questo fatto, ricaviamo da detta curva, nel solito modo, i valori di Δ , questi presentano delle variazioni irregolari di valore e di segno, che conducono a valori corretti di t disposti sopra una curva di forma strana in parte superiore ed in parte inferiore alla curva ideale (vedi Tav. I fig. 9). La stranezza di tale curva ci rende avvertiti che la correzione, cade in difetto. E siccome tale insuccesso era prevedibile, data la forma insolita e dissimetrica della curva di diluizione, è ragionevole l'ammettere che l'insuccesso dipenda dalla causa stessa che produce la dissimetria nella curva di dissoluzione.

La forma di tale dissimetria ci suggerisce, come causa probabile di essa, la presenza di due fenomeni opposti, cioè un assorbimento di calore prodotto dalla reciproca dissoluzione dei due metalli, ed uno sviluppo di calore prodotto da una azione esotermica, avente il massimo di intensità spostato verso le leghe più ricche di piombo.

Tale fenomeno esotermico potrebbe essere per es. la formazione di una amalgama chimica fra i due metalli, la quale, nelle leghe più ricche di piombo, neutralizzerebbe quasi completamente il calore di dissoluzione,

Questa ipotesi trova appoggio in alcuni fatti sperimentali, il primo dei quali, in ordine cronologico, è quello da me constatato in un precedente studio « sulle calorie di liquefazione delle amalgame ¹⁾ » quello cioè che, a differenza di quanto avviene nelle amalgame di stagno, il mercurio che si liquefa al punto di fusione ordinario di questo metallo è in quantità minore del mercurio esistente nelle rispettive amalgame, da cui concludeva che il rimanente mercurio dovesse esser associato col piombo, ed accreditava la conclusione osservando che, a parità di concentrazione volumetrica, le amalgame di piombo sono molto più compatte delle amalgame di stagno.

Ricerche posteriori di Fay e North ²⁾ condussero, oltrechè alla conferma di questo fatto, alla conclusione che l'amalgama chimica in esse esistente sia la Pb_2Hg solubile nel piombo. Os-

1) D. Mazzotto. Atti R. Istituto Veneto, Tomo IV, Serie VII, pag. 1538. 1893.

2) Fay e North. Amer. Chem. Journal. Vol. 25°, pag. 228 (1901).

serveremo che ciò è in armonia colla forma che presenta la curva del calore di dissoluzione da me trovata per queste amalgame; se infatti nella fig. 10 della Tav. I si toglie la dissimetria alla curva di dissoluzione (come è indicato colla linea punteggiata) si osserva che la differenza fra le ordinate delle due curve (la quale rappresenterebbe il calore sviluppato dalla combinazione) è massima in vicinanza alla composizione delle leghe Pb, Hg.

Questi fatti ci autorizzano a ritenere che nel caso delle amalgame di piombo la curva di dissoluzione non può fornire i valori di Δ necessari alla correzione della curva ideale, perchè la dissoluzione è concomitante ad una parziale combinazione chimica fra i due metalli.

Si può tuttavia eseguire una parziale correzione della curva ideale, in base al valore $n = 1,9$ del coefficiente di polimerizzazione; tale correzione, (vedi tabella XI e fig. 9) pure avvicinando la curva teorica alla sperimentale, le lascia ad una distanza notevole l'una dall'altra, distanza che dovrebbe esser coperta dalla correzione fatta in base ai valori esatti di Δ .

RIASSUNTO E CONCLUSIONI.

Mi proposi di verificare se le due correzioni, da me proposte in una nota precedente, alla formula (ideale) della curva di fusione di una miscela binaria, correzioni che applicate, in detta nota, alle amalgame di stagno diedero una curva di fusione quasi coincidente colla sperimentale, fossero applicabili con buon risultato anche ad altre leghe ed amalgame di cui si conoscessero le calorie di mescolanza, su cui si basa la prima correzione (correzione per Δ) ed il coefficiente di polimerizzazione su cui si basa la seconda (correzione per n).

La verifica si portò sulle curve di fusione di nove leghe bimetalliche, le cui calorie di mescolanza erano già state da me precedentemente determinate, ed i coefficienti di polimerizzazione potevano facilmente dedursi da esperienze di Heycock e Neville sull'applicazione della legge di Raoult ai metalli.

Le curve di fusione studiate furono le seguenti :

	Metallo		Calore di mescolanza	Coefficiente di polimerizzazione
	solvente	disciolto		
1 ^a	Bismuto	Stagno	Quasi nullo	$n = 1$
2 ^a	Stagno	Bismuto	Quasi nullo	$n = 1,25$
3 ^a	Stagno	Piombo	Positivo (raffreddam.)	$n = 1$
4 ^a	Piombo	Stagno	Positivo (raffreddam.)	$n = 3,8$
5 ^a	Bismuto	Piombo	Negativo (riscaldam.)	$n = 1$
6 ^a	Piombo	Bismuto	Negativo (riscaldam.)	$n = 2,2$
7 ^a	Stagno	Zinco	Positivo (raffreddam.)	$n = 1,15$
8 ^a	Zinco	Stagno	Positivo (raffred. forte)	$n = 1$
9 ^a	Piombo	Mercurio	Posit. anomalo (raffr.)	$n = 1,9$

I risultati furono :

Lega 1^a Non richiede correzione nè per Δ nè per n .

(fig. 1^a) Curve ideali ed sperimentali assai vicine e coincidono agli estremi.

Lega 2^a Non richiede correzione per Δ ma solo per n :

(fig. 2^a) — la curva ideale è mediocrementemente al di sotto della sperimentale :

— la correzione per n riavvicina di molto le due curve.

Lega 3^a Richiede una correzione positiva per Δ , nessuna correzione per n :

— la curva ideale è mediocrementemente al di sotto della sperimentale ;

— la correzione per Δ porta le due curve a coincidenza quasi perfetta.

Lega 4^a Richiede una correzione positiva per Δ , ed una forte correzione (positiva) per n ;

— la curva ideale è molto al di sotto della sperimentale ;

— la correzione per Δ riavvicina le due curve, e quella per n le rende vicinissime ed intersecantesi.

Lega 5^a Richiede correzione *negativa* per Δ , nessuna correzione (fig. 5^a) per n ;

— la curva ideale è mediocrementemente al *di sopra* della sperimentale.

— la correzione per Δ avvicina molto le due curve, i cui estremi coincidono.

Lega 6^a Richiede correzione *negativa* per Δ , forte correzione (fig. 6^a) (positiva) per n .

— la curva ideale è mediocrementemente al *di sotto* della sperimentale;

— la correzione per Δ allontana maggiormente le due curve, ma la correzione per n le porta a contatto per gran parte della loro lunghezza.

Lega 7^a Richiede correzione positiva per Δ e debole correzione (fig. 7^a) (positiva) per n ;

— la curva ideale scorre molto al *di sotto* della sperimentale;

— la correzione per Δ avvicina le due curve, la correzione per n le porta quasi a coincidenza.

Lega 8^a Richiede forte correzione positiva per Δ , nessuna correzione (fig. 8^a) per n ;

— la curva ideale scorre molto al *di sotto* della sperimentale;

— la correzione per Δ porta la curva corretta *molto al di sopra* della sperimentale.

I due metalli formano una soluzione solida con assorbimento di calore. La correzione dedotta dalle calorie di mescolanza è eccessiva perchè queste contengono anche le calorie di formazione della soluzione solida.

Lega 9^a Richiede correzione positiva per Δ e correzione (fig. 9^a) (positiva) per n ;

— la curva ideale scorre molto al *di sotto* della sperimentale.

— la forma anomala della curva delle calorie di mescolanza non fornisce valori attendibili per Δ e per la corrispondente correzione.

— la parziale correzione per n avvicina ma insufficientemente la curva corretta alla sperimentale.

L'anomalia della curva di mescolanza è giustificata dalla formazione della amalgama chimica Pb, Hg solubile nel piombo.

In conclusione, la curva ideale di fusione di un metallo che ne contenga disciolto un altro può in generale seguendo il metodo da me indicato esser corretta e portata molto prossima alla sperimentale in base alla conoscenza, delle calorie assorbite o sviluppate all'atto della mescolanza dei due metalli e del coefficiente di polimerizzazione del metallo disciolto, quando però le calorie di mescolanza sieno dovute alla semplice diluizione dei metalli allo stato liquido.

Ma la correzione cade in difetto quando i metalli formino delle soluzioni solide (come nel caso dello stagno disciolto nello zinco) o delle combinazioni chimiche (come nel caso del mercurio disciolto nel piombo) od, in generale ogni qual volta le calorie di mescolanza sono la risultante delle calorie di diluizione e delle calorie corrispondenti ad aggruppamenti atomici o molecolari persistenti nella lega solidificata.

Modena, Istituto Fisico della R. Università, gennaio 1908.

SULLA IONIZZAZIONE NELLE FIAMME.

F. MACCARRONE.

ESPERIENZE DA LEZIONE.

È noto che i prodotti di combustione delle fiamme sono sempre fortemente ionizzati, il che di solito si dimostra facendo constatare l'azione scaricatrice che esercitano tali prodotti sopra un conduttore carico di elettricità.

Ho voluto provarmi a raccogliere e separare in tali prodotti di combustione i ioni positivi da quelli negativi. La cosa riesce sempre, e con una evidenza addirittura sorprendente, con le seguenti semplicissime esperienze:

1.° A 5 o 10 cm. di distanza dalla fiamma di una candela si pone un'asticella CD (fig. 1) o una reticella metallica in-

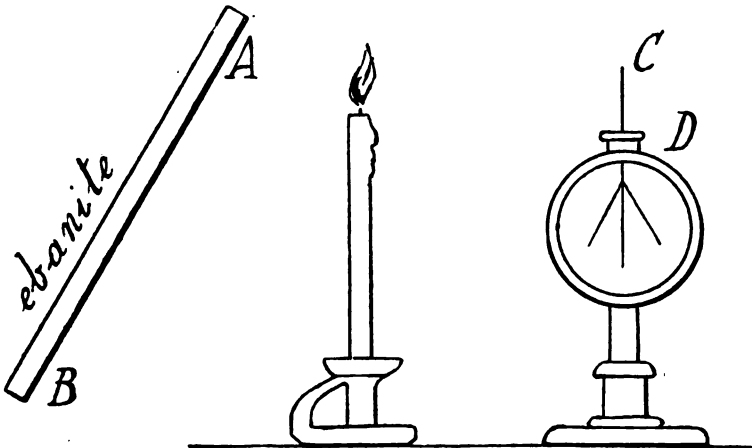


Fig. 1.

nestata sopra un elettroscopio a foglie d'oro, e dalla parte opposta si avvicina una bacchetta di ebanite AB fortemente elet-

trizzata. Questa respinge i ioni positivi della fiamma e dopo pochi secondi, ritirando prima la candela e poi l'ebanite, si vede che l'elettroscopio resta permanentemente elettrizzato negativamente.

Ripetendo la stessa esperienza con un bastone di vetro, si trova con ugual facilità che l'elettroscopio resta elettrizzato positivamente.

2.° Si metta una candela tra due sottili lastre di ebanite M ed N (fig. 2) e, al solito, si sottoponga la fiamma all'azione

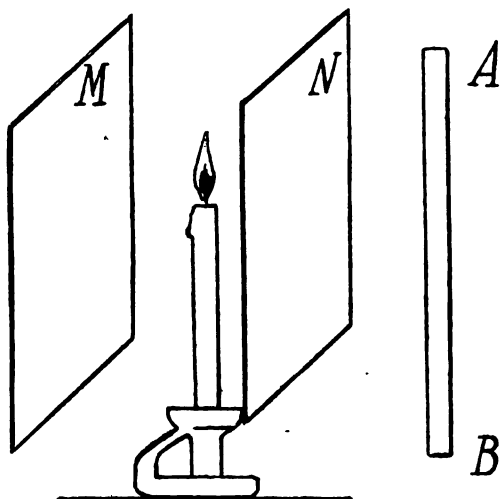


Fig. 2.

di una bacchetta di ebanite AB fortemente elettrizzata, in modo che una delle lastre (la N) resti compresa fra la candela e la bacchetta. Questa volta i ioni positivi della fiamma vengono attratti da A B, quelli negativi vengono respinti, e perciò dopo pochi secondi ritirando prima la candela e poi la bacchetta A B, si trova, esaminando con un elettroscopio lo stato elettrico delle due lastre, che la N ha acquistato elettricità positiva e l'altra elettricità negativa.

L'esperienza può esser variata vantaggiosamente, costituendo alla lastra N un tubo di ebanite entro il quale deve introdursi la bacchetta A B.

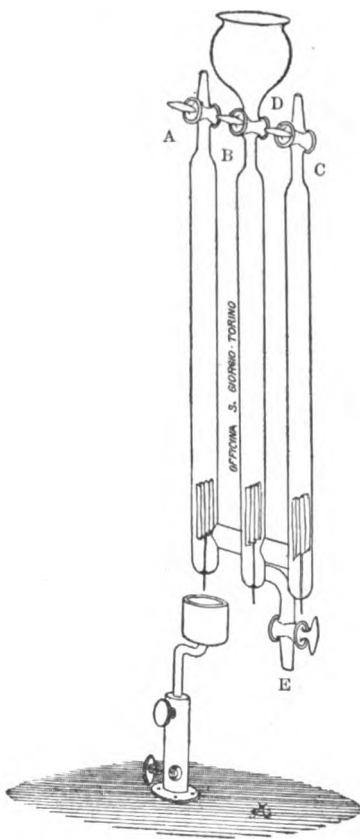
Tutte quante queste esperienze sono di effetto sicuro e di così facile esecuzione che io ho adottato il sistema di servirmi dell'esperienza indicata dalla figura 1 ogni volta che mi occorre caricare moderatamente un elettroscopio. Unica precauzione da usare è che la candela non sia eccessivamente corta per evitare che il sostegno metallico o la mano che la regge non deformi troppo svantaggiosamente il campo elettrico della bacchetta A B.

R. Liceo di Aquila, Febbraio 1907.

UN VOLTAMETRO DA LEZIONE.

R. PITONI.

Ha la forma di quelli di Hoffmann; soltanto, i tre tubi A, B, C, sono di egual diametro ed inoltre sono, per così dire, disposti nel medesimo piano, e provvoluti tutti di rubinetto all'estremo superiore. Il tubo di mezzo B porta, sopra il rubinetto D, la consueta bolla ed ha, verso la parte inferiore, saldato un cannello a rubinetto E, il quale può servire per l'efflusso del liquido se i rubinetti superiori sono tutti chiusi; l'estremo del cannello s'immerge allora nel liquido contenuto entro un bicchiere. Oppure, il rubinetto D può essere aperto, per adoprare l'apparecchio come un voltmetro ordinario, ed E chiuso, per aprirlo e vuotare poi l'apparecchio, finita l'esperienza.



Tutti e tre i tubi portano degli elettrodi, affidati a tappi di gomma, o saldati nel vetro. In questo caso, invece del solito occhiello, preferisco che il filo di platino esca dal vetro diritto e s'immerga nel mercurio di un pozzetto in ferro o in ebanite, mobile a piacere, come indica la figura, e che riceve, per la colonna di sostegno, la corrente. Vediamo l'esperienza che si possono fare con quest'apparecchio.

Si possono usare, come si è detto, i soli elettrodi estremi, ed avere così un voltmetro ordinario. Per l'elettrolisi dell'acido cloridrico l'apparecchio conviene meglio di ogni altro; E serve all'efflusso del liquido spostato dai gas sviluppati e D si apre di tratto in tratto per lasciar sfuggire il liquido da B e ridurre, com'è necessario per l'esperienza, l'eccesso di pressione, che produrrebbe un nuovo assorbimento di cloro (Salvadori, *Esperienze di Chimica* § 136). Allora B è chiuso da un tappo pieno.

Il voltmetro descritto serve a dimostrare la prima legge dell'elettrolisi. Si fa l'elettrodo di B anodo, e quelli di B e C si congiungono al polo negativo; si chiudono i rubinetti superiori e si apre E, dopo aver sottoposto un bicchiere al cannello. La corrente si biforca dal mezzo verso gli estremi in due parti, che, per la semplicità della costruzione, riescono, con sufficiente precisione, eguali, come è risultato nei due modelli costruiti dall'Officina San Giorgio di Torino. Cogli elettrodi mobili si può correggere la leggera differenza che possa esistere fra le due correnti, piegandone uno nel senso necessario. Ognuno dei due voltmetri a cui equivale l'apparecchio, essendo il tubo di mezzo l'unione dei due anodi, è percorso da metà della corrente totale e sviluppa la metà d'idrogeno che avrebbe sviluppato in un voltmetro ordinario. Si ottengono così volumi eguali di ossigeno e d'idrogeno nei tre tubi.

Se gli elettrodi sono asportabili, se ne faccia l'estremo C filiforme e di ugual lunghezza delle lamine; in A e in C si sviluppa quasi la stessa quantità d'idrogeno, la minor polarizzazione del filo compensando la maggiore resistenza dell'elettrolite interposto fra B e C di quello interposto fra A e C. Questa minor polarizzazione si dimostra, come è chiaro, chiudendo dopo l'elettrolisi sopra un galvanometro, prima il tratto A B e poi il tratto B C.

Se l'elettrodo C è di alluminio si proverà al modo stesso che la polarizzazione dell'alluminio è maggiore di quella del platino.

E se in questo caso s'inverte la corrente, facendo B catodo ed A e C le parti dell'anodo, si vedrà funzionare il voltmetro A B e non quello B C; o, se la corrente è abbastanza

forte, assai poco. Cioè in C non si sviluppa idrogeno, e il volume dell' idrogeno di A è doppio di quello dell'ossigeno di B. Si dimostra così chiaramente, che l'alluminio non permette il passaggio della corrente nel senso alluminio-platino, e funziona da valvola elettrolitica, imperfetta però per le forti correnti o, più esattamente, per differenza notevole di potenziale fra gli elettrodi $Pt - Al$.

Se B non funziona e le lamine di platino A e C sono l'anodo e il catodo, chiudendo i circuiti AB, CB sopra un galvanometro si dimostra che la polarizzazione dell'elettrodo positivo è maggiore di quello negativo.

Se in C si pone una lamina di nichel, o di palladio, o un bastoncino d'antimonio e l'apparecchio funziona come per dimostrare la legge del Faraday, si osserverà l'assortimento dell' idrogeno di questi metalli, in confronto a quello del platino di A.

SUI CAMPI IDRODINAMICI DEL BJERKNES.

G. GIANFRANCESCHI.

Lo studio dei fenomeni idrodinamici di Bjerknès è entrato in questi ultimi tempi in una nuova fase. Finora apparteneva a quel genere di fatti che possono essere soltanto l'oggetto della fisica matematica, o almeno della fisica complementare; ormai si può dire entrato nel dominio della fisica elementare. Il merito è del prof. V. Bjerknès di Cristiania, figlio del professore C. A. Bjerknès che pel primo avea studiato più di trent'anni fa quei fenomeni dal lato matematico ed avea con l'esperienza confermato i risultati analitici. Le azioni scambievoli che si verificano fra corpi pulsanti ed oscillanti immersi in un fluido aveano fin da principio interessato l'attenzione del Bjerknès per le analogie con le azioni di corpi elettrizzati o magnetizzati e avea pensato di trovare nel campo idrodinamico un modello del campo elettrico e magnetico. Finchè però la conoscenza di quel campo resta nel solo dominio dell'analisi, il vantaggio che se ne può trarre non è certo così grande come potrebbe desiderarsi. È necessario poter conoscere quei fenomeni, e specialmente l'azione del mezzo in cui si compiono, in una maniera intuitiva, e per quanto è possibile partendo da principii i più elementari e generali. Ed è questa l'opera del prof. V. Bjerknès, esposta per la prima volta nel corso di conferenze che egli tenne circa due anni fa all'Università « Columbia » in New-York e pubblicate poi dalla stessa Università¹).

Da quando Faraday compresa l'insufficienza del concetto di un'azione a distanza concepiva l'idea di un campo di forza

1) *Fields of force. A Course of Lectures in Mathematical Physics delivered december 1, to 23, 1905 by Vilhelm Friman Koren Bjerknès. Columbia University Press. New-York 1906.*

in cui si compiono i fenomeni elettrici e magnetici, quest'idea andò acquistando un'importanza sempre maggiore, e dopo i classici lavori teorici del Maxwell e sperimentali del Hertz divenne una delle più feconde nella teoria della fisica. Ma se pure la conoscenza di questi campi è ormai così avanzata per ciò che riguarda lo studio delle loro proprietà, non abbiamo però la minima idea della loro natura intrinseca, anzi neppur sappiamo qual via debba seguirsi per investigarla.

Ora accanto a questi campi di forza elettrici e magnetici ne esistono altri le cui proprietà hanno stretta analogia con le proprietà di quelli. In questi nuovi campi i fenomeni si compiono in mezzi materiali e però attingibili dalle nostre osservazioni: la natura di essi è del tutto intelligibile in questo senso che le loro proprietà possono dedursi coi principi della dinamica. Perchè la conoscenza di questi campi non dovrebbe guidarci o almeno agevolarci la via alla ricerca della natura di quelli?

Questa fu già l'idea del prof. C. A. Bjerknes, a questa il prof. V. Bierknes porta il contributo delle sue nuove investigazioni.

Definizione d'un campo idrodinamico.

Un campo idrodinamico può essere definito come un campo elettrico e magnetico da un vettore. Immaginiamo il caso più semplice di una massa liquida omogenea, incompressibile, infinita, senza movimenti proprii; in seno ad essa sia una sfera pulsante, una sfera il cui raggio varia con un moto oscillatorio. La massa d'acqua all'intorno viene spinta lontano dalla sfera o richiamata verso di essa secondochè la sfera è in una fase di espansione o di contrazione. Nelle ipotesi fatte, il campo formato da tale sfera è un campo radiale con proprietà geometriche ben determinate e che può essere definito dalla *velocità* a cui sono sottoposte le particelle della massa d'acqua, o da un *momento specifico*, ossia momento per unità di volume, che sarà niente altro che la velocità moltiplicata per la densità del liquido. In un modo dunque del tutto analogo a quello con cui si definisce un campo elettrico od un campo

magnetico, con uno cioè dei due vettori *flusso* o *intensità del campo*. Anche qui l'uno dei due vettori differisce dall'altro per un fattore che sarà l'*induttività* come nel campo idrodinamico era la densità.

Per il campo idrodinamico il procedere oltre è facile. Tutte le sue proprietà possono dedursi dalle leggi più elementari; cioè dal principio della conservazione della massa e dai principii della dinamica. La cosa è ben diversa per gli altri campi pei quali non abbiamo che pure teorie.

Nondimeno è di non piccolo interesse il seguire nei suoi punti principali il parallelismo nelle proprietà dei due tipi di campo: e la materia stessa suggerisce la distinzione di tali proprietà in due gruppi, le proprietà geometriche, e le proprietà dinamiche del campo.

Proprietà geometriche.

E prima di tutto il parallelismo si verifica nel modo di comportarsi del vettore alla superficie di separazione di due mezzi. Si sa che la componente normale del flusso alla superficie di separazione è continua, mentre quella dell'*intensità del campo* è discontinua ogni volta che l'*induttività* dei due mezzi è diversa. E analogamente nell'interno di un liquido in movimento la componente normale della velocità alla superficie di separazione è continua per il principio della conservazione delle masse; e conseguentemente il momento specifico è discontinuo ogni volta che i due mezzi hanno diversa densità. Questa proprietà ci fa porre per la corrispondenza la velocità al lato del flusso, il momento specifico a lato dell'*intensità del campo*. Ed allora poichè il flusso è il prodotto dell'*intensità del campo* per l'*induttività*, ne segue che come correlativo della *induttività* non dovremo prendere la densità ma il suo inverso ossia il volume specifico a cui si può dare il nome di *mobilità*. Così avremo la corrispondenza

flusso	velocità
intensità del campo	momento specifico
induttività	mobilità.

Il caso di una sfera pulsante immersa nel liquido è il tipo più semplice di campo idrodinamico. Può paragonarsi al campo formato da una particella elettrizzata, e precisamente quello prodotto da una particella positiva corrisponderà al caso di una sfera che si espande, quello prodotto da una negativa all'altro di una sfera che si contrae; poichè allora il senso della forza nel campo elettrico coincide con quello della velocità nel campo idrodinamico.

Se invece si avranno due sfere pulsanti il campo che ne risulta è quello che si ottiene dalla sovrapposizione dei due campi radiali dovuti alle singole sfere: sicchè se mentre l'una delle sfere si espande, l'altra si contrae, in altri termini se le due sfere pulsano in opposizione di fase, le linee di forza uscenti da una di esse tendono a raggiungere l'altra, come nel caso di due particelle elettriche di segno opposto, o nel caso del magnetismo, di due poli di nome diverso. Se le due sfere sono invece in concordanza di fase le linee di forza tenderanno a divergere.

Una sfera pulsante è dunque paragonabile ad una particella elettrizzata, od anche ad un polo magnetico. Le due specie di elettricità o i due diversi poli hanno riscontro nei due diversi stadii d'una sfera che si espande o che si contrae. Un sistema formato dall'accoppiamento di due sfere che pulsino in opposizione di fase è paragonabile all'accoppiamento di due poli magnetici di nome opposto o quel che è lo stesso, ad un piccolo magnete. Un sistema analogo si può ottenere con una sola sfera il cui volume resti costante, ma il cui centro si muova con movimento oscillatorio sopra una traiettoria rettilinea. È la sfera oscillante. Il campo prodotto da una tale sfera è analogo a quello di un piccolo magnete.

Finchè il fluido in cui questi corpi sono immersi è omogeneo ed incompressibile la distribuzione del campo sarà del tutto regolare.

La eterogenetà del mezzo, ha evidentemente influenza nella configurazione geometrica del campo. Anche questa influenza è dello stesso tipo nei due casi. Nel campo di forza

idrodinamico la mobilità influisce sulla distribuzione della velocità come l'induttività sulla distribuzione del flusso nel campo elettrico o magnetico. E si dimostra la legge seguente: *in un mezzo eterogeneo masse di maggiore mobilità hanno maggiore velocità*. Se in questo enunciato si cambiano le parole *mobilità* e *velocità* nelle altre *induttività* e *flusso* la legge ci è ben nota. Una verifica sperimentale si può avere così. Introduciamo in una bottiglia piena d'acqua una sfera leggera, per es. di celluloidi, raccomandata ad un filo fissato al turacciolo. In un'altra bottiglia una sfera pesante, per es. di piombo, egualmente fissa ad un filo che passa pel turacciolo. Avremo così due pendoli immersi nell'acqua il primo diretto dal basso verso l'alto, il secondo viceversa. Comunicando un movimento alle bottiglie si vede chiaramente come il pendolo più leggero acquista subito un facile movimento oscillatorio più grande del movimento comunicato all'acqua, mentre il pendolo più pesante non ha che movimenti lenti e appena sensibili. D'altra parte questa legge è una conseguenza di un principio più generale relativo alla dinamica dei fluidi che può dirsi un'estensione del principio di Archimede. Questo principio può enunciarsi così: *Un corpo che partecipa al movimento traslatorio di una massa fluida è soggetto ad una spinta eguale al prodotto dell'accelerazione del moto traslatorio per la massa d'acqua spostata dal corpo*. Prendiamo un cilindro di vetro ripieno d'acqua, vi introduciamo una pallina leggera di celluloidi o di sughero ed una pesante di piombo; disponiamo il cilindro di vetro orizzontalmente e facciamo in modo che le due palline vengano a trovarsi entrambe verso il mezzo, la leggera aderirà alla superficie superiore, la pesante all'inferiore. Se ora si dà un urto al sistema nella direzione dell'asse del cilindro la sfera leggera si sposta nel senso stesso in cui si è spostato il sistema, facendo così un'escursione più ampia di quella subita dall'acqua, la sfera pesante invece farà un'escursione minore dell'acqua ossia si muoverà relativamente ad essa in senso opposto a quello in cui è stato dato l'urto. Se nell'acqua fosse immersa una pallina di cera della stessa densità dell'acqua essa non si muoverebbe dalla posizione che ha in seno al liquido. Con urti successivi si può mandare la

pallina leggera ad un'estremità e la pesante farla venire all'altra. Il fenomeno è più regolare se invece di palline si adoperano due cilindretti coi quali si evita il rotolamento delle sfere sulle pareti del vaso. Se si disponesse il cilindro di vetro verticalmente i due corpi immersi si muoverebbero per effetto della gravità, il leggero in un senso, il pesante nell'altro, conforme al principio di Archimede. Il fenomeno è del tutto analogo nei due casi anche dal lato quantitativo. Ciò illustra sufficientemente il principio enunciato che per altro è una conseguenza del principio della conservazione delle masse.

La legge enunciata per l'influenza della eterogeneità del mezzo ci permette di affermare senz'altro quale sarà l'influenza delle masse sulla distribuzione delle linee di forza.

Intanto i tubi di forza si restringeranno dove saranno masse di maggiore velocità ossia di maggiore mobilità e viceversa. Se si avrà un passaggio repentino da una massa di una data mobilità ad una di mobilità diversa si può facilmente prevedere che cosa avverrà. Le linee di forza si infletteranno secondo le leggi ben note della rifrazione: le tangenti degli angoli di incidenza e di rifrazione stanno fra loro nel rapporto delle mobilità dei due mezzi — ossia come il rapporto inverso della densità — come pel campo elettrico stanno nel rapporto delle induttività.

Proprietà dinamiche.

I principii esposti ci permettono la ricerca delle azioni alle quali saranno sottoposti i corpi che producono un campo idrodinamico, e i corpi che lo modificano.

Consideriamo il campo formato da una sfera pulsante. Un corpo immerso in questo campo sarà sottoposto ad una spinta proporzionale al prodotto dell'accelerazione della massa d'acqua per la quantità dell'acqua stessa spostata. Se il corpo non varia di volume la massa d'acqua spostata rimane costante e la forza a cui il corpo è sottoposto sarà periodica per la periodicità dell'accelerazione: il suo valore medio sarà zero. Ciò vuol dire che il corpo sarà sottoposto ad un movimento oscillatorio senza traslazione.

Se poi il suo volume è variabile anche la massa d'acqua spostata sarà variabile, e la forza che esso subisce non sarà più strettamente oscillatoria. Ed immaginiamo che le sue variazioni di volume siano pulsazioni e che anzi queste pulsazioni siano sincrone con le pulsazioni del corpo che produce il campo. Allora esso acquisterà il volume massimo quando sarà ad un estremo della sua escursione, il minimo all'altro. E poichè nelle posizioni estreme l'accelerazione ha il suo massimo valore, si potrà dire che il corpo avrà il suo massimo e il suo minimo di volume coincidenti coi due massimi dell'accelerazione. Ad uno dei due estremi vi sarà dunque un eccesso di forza sull'altro, il valor medio della forza che sollecita il corpo non sarà più zero, e al moto oscillatorio sarà connesso un moto progressivo. Sarà anche facile determinare il senso di quell'eccesso di forza; esso sarà precisamente quello che ha la accelerazione quando il corpo acquista il suo massimo volume.

Sicchè potrà enunciarsi il risultato seguente: *In una corrente oscillante, un corpo che pulsa in modo sincrono con quella, è sottoposto ad una forza risultante di cui la direzione e il senso sono quelli che ha l'accelerazione della corrente nel tempo in cui il corpo pulsante ha il suo massimo volume.*

Se ne deduce immediatamente che, se i due moti di pulsazione non soltanto sono sincroni ma anche in concordanza di fase, il corpo che consideriamo acquista il suo massimo volume contemporaneamente al corpo che produce il campo, ossia quando la velocità è diretta ad allontanarsi da quello, e quindi l'accelerazione è diretta in senso opposto, ossia nel senso che avvicina i due corpi. Il moto progressivo del corpo che consideriamo sarà dunque verso il corpo che produce il campo, in altri termini esso si muoverà come se fosse attirato da quello.

Immaginiamo invece che i due corpi pulsino in opposizione di fase. Allora il corpo che si considera acquisterà il suo massimo volume quando l'altro è nel periodo di contrazione, nel qual periodo la velocità che sollecita il corpo è diretta verso

il corpo che produce il campo, e quindi l'accelerazione è diretta ad allontanarsi da quello.

Il corpo dunque che consideriamo è sollecitato da una risultante diretta nel senso che tende ad allontanarlo dall'altro, ossia esso si muoverà come se ne fosse respinto.

Sicchè potrà enunciarsi la legge seguente: *Fra due corpi pulsanti nella stessa fase esiste un'apparente attrazione; fra due corpi pulsanti in fase opposta un'apparente repulsione.*

Se si vuol tener conto dell'intensità di questa forza attrattiva o repulsiva è facile vedere che essa dovrà essere proporzionale alla intensità di pulsazione dei due corpi, e dall'altra parte, come è ben noto, sarà inversamente proporzionale al quadrato delle distanze.

Tutto questo può applicarsi facilmente anche al caso in cui, invece di corpi pulsanti, si adoperino corpi oscillanti, ovvero uno pulsante ed uno oscillante.

L'analogia coi campi elettrico o magnetico esiste dunque anche qui; solo quando si tratta di campi idrodinamici si deve cambiar segno alla forza che agisce fra i corpi: così corpi nella stessa fase si attraggono; in fase opposta si respingono.

La verifica sperimentale di questi fenomeni è ben nota. Anche in questa parte però si sono fatti grandi progressi. Gli apparecchi che presentemente si hanno non sono più quelli descritti già nei due volumi pubblicati dal prof. V. Bjerknes nel 1902, anzi non sono più neppure quelli adoperati dallo stesso Bjerknes nel suo corso di conferenze citate. È soltanto da qualche mese che la ditta Ericsson di Stoccolma ha messo in commercio un nuovo istrumentario di molto perfezionato sui precedenti. Questi nuovi apparecchi saranno descritti dal Bjerknes in un libro, alla cui pubblicazione presentemente è occupato.

Un altro tipo di fenomeni di molto interesse è quello delle azioni dovute a forze analoghe a quelle del *magnetismo temporaneo*. Nel caso precedente il corpo immerso nel campo

idrodinamico era animato esso stesso da un movimento oscillatorio proprio. Ma immaginiamo ora un corpo che per se stesso sia in quiete e solo si muova per effetto del campo. Sappiamo già che esso è sottoposto ad una forza che è eguale al prodotto dell'accelerazione per la massa d'acqua spostata. Se il corpo che consideriamo ha la stessa densità dell'acqua esso si muoverà esattamente come l'acqua che lo circonda senza uscire dalla posizione che ha in seno ad essa, e quindi sarà animato unicamente da un moto oscillatorio. Ma se la sua densità è diversa sappiamo che la velocità che esso acquista varia con la sua mobilità e quindi sarà più grande dell'acqua per i corpi di densità minore, più piccola per quelli di densità maggiore. Ne segue che il corpo nelle posizioni estreme delle sue escursioni verrà a trovarsi, per rispetto all'acqua che lo circonda, in posizioni diverse e quindi anche la forza a cui è sottoposto non sarà più nei due estremi di eguale intensità, perchè quei due estremi appartengono a punti di accelerazione diversa. Conseguenza di questa piccola dissimetria sarà un moto di traslazione che verrà ad aggiungersi al moto oscillatorio. Per le analogie già dimostrate è facile vedere come questa forza che dà luogo ad un moto progressivo è del tutto analoga a quella dovuta al magnetismo indotto o ad una elettrizzazione per induzione. E quindi si può senz'altro asserire quale sarà il movimento dei corpi più leggieri e quale quello dei più pesanti dell'acqua. I corpi di maggiore mobilità si comporteranno come quelli di grande induttività, ma, ricordando che al passare dai fenomeni elettrici o magnetici agli idrodinamici si deve cambiar segno alla forza, concluderemo che essi si allontaneranno dal corpo che produce il campo, viceversa quelli di minore mobilità si avvicineranno.

Del resto mi pare che anche indipendentemente da tale analogia si può determinare quale dovrà essere l'andamento del fenomeno. Consideriamo un corpo di maggiore mobilità del fluido in cui è immerso, sappiamo già che sotto l'influsso del campo esso acquisterà una velocità che sarà maggiore di quella del mezzo e che lo farà uscire dalla posizione che occupava in seno al fluido stesso. Se ci limitiamo a considerare questo moto relativo del corpo per rispetto al mezzo in cui si trova, potremo immagi-

nare che esso sia dovuto ad una forza che si aggiunge a quella del campo, che ha sempre lo stesso senso di esso e la cui intensità varia col campo. Questa forza sarà di segno opposto nelle due posizioni estreme che il corpo viene ad occupare durante la sua oscillazione, perchè al variare della fase varia il senso del campo; la sua intensità non sarà la stessa nei due estremi, perchè appartengono a punti diversi del campo. Esisterà dunque una risultante che sarà nel senso della più grande ossia quello corrispondente all'estremo più vicino all'origine delle velocità. Ora in quell'estremo il senso del campo è quello che dal centro conduce verso i punti esterni, perchè il corpo che produce il campo è nel periodo di espansione. Quindi anche quella risultante sarà in quel senso, e poichè ad essa è dovuto il moto progressivo del corpo, così concludiamo che esso si muoverà come se fosse respinto dal corpo che produce il campo.

Per il caso di un corpo di minore mobilità del mezzo si dovrebbe ripetere un ragionamento analogo e si giunge alla conclusione che esso si muove come se fosse attirato dal corpo pulsante od oscillante che produce il campo. Sicchè si può enunciare la legge: *I corpi leggeri (più leggieri del mezzo) si muovono in direzione del campo decrescente, i pesanti in direzione del campo crescente*, od anche tenendo conto del moto apparente: *i corpi leggeri sono respinti da un corpo pulsante (od oscillante); i corpi pesanti sono attirati*.

Se i corpi che consideriamo prendono la forma di cilindri questa ripulsione e questa attrazione si riducono ad una orientazione trasversale al campo o longitudinale, secondo che si tratta di corpi leggeri o pesanti.

Fenomeni di questo genere sono conosciuti non solo nel campo idrodinamico ma anche nel campo acustico. Sono note le esperienze di Guyot, Guthrie e Schellbach sull'attrazione ed anche sulla repulsione dovute ad onde acustiche come le vibrazioni di un diapason. Facili a ripetersi sono le esperienze dell'attrazione di un piccolo disco di carta sospeso, o della ripulsione di una fiammella di gas prodotte dalle vibrazioni dei rebbi del diapason, e la attrazione di un palloncino di ossigeno e la ripulsione di uno di idrogeno dovute alla vibrazione del-

l'aria di una cassa di risonanza di un diapason, o di una canna d'organo.

Da tutto questo apparisce un'analogia completa fra i due tipi di campi di forza: l'unica differenza è la inversione del segno per le forze. Il Bjerknes paragona questa analogia a quella che passa fra un oggetto e la sua immagine in uno specchio; ogni dettaglio caratteristico dell'oggetto si riscontra nell'immagine, ma al tempo stesso c'è una differenza caratteristica che la destra e la sinistra si scambiano. Ma per quanto questa differenza possa essere singolare non cancella però la comune struttura dell'oggetto e della sua immagine.

Naturalmente molte questioni si presentano. E prima di tutto da quale condizione procede principalmente l'analogia? Il Bjerknes risponde che dall'essere il mezzo materiale, non dall'essere un fluido. Ed allora si presenta l'altro problema: che sarà di un campo il cui mezzo sia ancora un mezzo materiale senza essere un fluido? Ed egli analizza un mezzo materiale elastico: i risultati però non sono certo così soddisfacenti come pel campo idrodinamico. Il problema dell'analogia esposto in tutta la sua ampiezza può enunciarsi così:

Quali sono le proprietà di un mezzo il cui campo dà l'analogia più completa possibile col campo elettromagnetico?

Dobbiamo confessare di essere ancora ben lungi dal poter dare la soluzione di un tale quesito.

LETTERATURA FISICA

A. Fisica generale.

1. Generalità.

- v. Sterneek R. Der Sehraum auf Grund der Erfahrung. 108 p. Leipzig. A. Barth, 1909.
- Miculescu C. Misura del diametro interno dei tubi capillari col microscopio. *Bul. Soc. de Stiinta din Bucuresti*. 18, 1907.
- Larmor J. Gli aspetti fisici della teoria atomica. *Chem. News*. 97, N. 2519, 1907.
- Patterson G. W. The use of complex quantities in alternating currents. *Phys. Rev.* 26, p. 266, 1908.
- Lehustein T. Zur Theorie des Adhäsionsplattenversuches. *Ann. d. Phys.* (4), 25, p. 807, 1908.
- Kelvin. On the formation of concrete matter from atomic origins. *Phil. Mag.* (6), 15, p. 397.
- A. Einstein. Ueber das Relativitätsprinzip und die aus demselben gezogenen Folgerungen. *Jahrb. d. Radioakt. u. Elektronik.* (4), p. 441, 1908.
- Becquerel H. Betrachtungen über eine moderne Theorie der Materie. *Jahrb. d. Radioakt. u. Elektronik.* (4), p. 361, 1907.
- Ziegler J. H. Konstitution und Komplementät der Elemente. 100 p. Bonn. A. Francke, 1908.
- Pechin E. A. N. Experimental Mathematics. *Proc. Phys. Soc. London*. 20, p. 566, 1907.
- Bosler J. Sur le nombre des corpuscules dans l'atome. *Compt. Rend.* 146, p. 686, 1908.
- Evans J. W. Helium in the Atmosphere. *Nature*. 77, p. 535, 1908.
- Midell B. Zum Fehlergesetz. *Zeit. f. Math. u. Phys.* 56, p. 77, 1908.
- Hildebrandt A. Navigation of the Air. *Nature*. 77, o. 562, 1908.
- Lehmann O. Die absolut höchste Temperatur. *Phys. Zeit.* 9, p. 2^e 1, 1908.
- Porter A. B. Notes on Harmonic Analysis. *Phys. Rev.* 26, p. 203, 1908.
- Guillaume C. E. Le volume du kilogramme d'eau. *Rev. gén. des Sciences*. 19, p. 262, 1908.

2. Densità.

- Rebensterff H. Neue Apparate zur Bestimmung von spezifischen Gewichten. *Naturw. Ges. Isis*. Dresden, 1907.
- Biren E. Die spezifischen Gewichte von Wasserlösungen von Cadmiumchlorid. *Journ. d. Russ. Phys. Chem. Ges.* 89, p. 1502, 1907.

3. Meccanica dei solidi. Elasticità. Potenziale.

- Silla L. Sulla instabilità dell'equilibrio di un sistema materiale in posizioni non isolate. *Rend. Acc. Lincei.* (5), 17, p. 347, 1^o sem. 1908.

- Follett C. W. Energy accelerations and partition of energy. *Cambridge Phil. Soc.* 9 Marzo 1908.
- Wieghardt K. Ueber das Spalten und Zerreißen elastischer Körper. *Zeit. f. Math. u. Phys.* 55, p. 60, 1907.
- Nussbaum. Die genaue Säulenknicklast. *Zeit. f. Math. u. Phys.* 55, p. 184, 1907.
- Walker H. Die Aenderung des Elastizitätsmoduls durch einen elektrischen Strom. *Edinb. Proc.* 27, p. 348, 1907.
- Heun K. Grundgleichungen der Kinetostatik der Körperketten mit Anwendungen auf die Mechanik der Maschinen. *Zeit. f. Math. u. Phys.* 56, p. 88, 1908.
- Morrow J. On the lateral vibration of bars supported at two points with one end overhanging. *Phil. Mag.* (6), 15, p. 497, 1908.
- Leitinger R. Ueber die Ableitung des Gausschen Prinzips des kleinsten Zwanges aus den allgemeinsten Lagrangschen Gleichungen. *Wien. Ber.* 116, p. 1821, 1907.
- Erdmann H. Gewicht und Schwere. *Unt. bl. f. Math. u. Naturw.* 14, p. 14, 1908.
- Pietzker F. Gewicht und Wägungsergebnis. *Unt. bl. f. Math. u. Naturw.* 14, p. 15, 1908.
- Koenigsberger L. Ueber die Elimination von Variablen zwischen den Lagrangschen Gleichungen der Dynamik. *Journ. f. reine u. angew. Mathem.* 133, p. 179, 1908.
- Lamb H. On kinetic Stability. *Proc. Roy. Soc.* 80, p. 168, 1908.
- Adams F. D. and Coker E. G. Investigation into the elastic constants of Rocks. 69 p. Washington, 1907.
- Voigt W. Einige Beobachtungen über Elastizität und innere Reibung von Legierungen aus Kadmium und Zink. *Phys. Zeit.* 9, p. 256, 1908.
- Frank Ph. Die Integralgleichungen in der Theorie der kleinen Schwingungen von Fäden und das Rayleighsche Prinzip. *Ak. d. Wiss. Wien.* 11, Marzo 1908.
- Gutha K. E. Some Cases of excessive Damping of torsional Vibrations. *Phys. Rev.* 26, p. 201, 1908.
- Schreiber K. Die Gewichtsänderung eines Förderkorbes beim Anfahren. *Glückauf.* p. 201, 1908.

4. Meccanica dei Liquidi. Capillarità.

- Boussinesq J. Théorie de l'écoulement sur un déversoir vertical en mince paroi et sans contraction latérale. *Compt. Rend.* 146, p. 607, 1908.
- Cisotti U. Le vene liquide. *Rend. Circ. Mat. Palermo.* 25, N. 2, 1908.
- Kern A. Solution générale du problème des petits mouvements stationnaires dans les liquides à frottement. *Rend. Circ. Mat. Palermo.* 25, N. 2, 1908.
- Wajff H. C. Le mouvement plan continu d'un liquide limité par deux lignes droites. *Ann. of Mathem.* 9, N. 2, 1908.
- Wills A. P. A variation of the Bjerknes Analogy between Hydrodynamic, electric and magnetic Fields. *Phys. Rev.* 26, p. 220, 1900.
- Boussinesq J. Propriétés diverses des courbes exprimant, soit par leur enveloppe, soit directement, les coefficients de débit m d'un déversoir vertical en mince paroi, sans contraction latérale et à nappe noyée en dessous, en fonction de la pression relative N' exercée sous ces nappes au niveau du seuil. *Compt. Rend.* 146, p. 667, 1907.

- Ayrton M. On the non-periodic of residual motion of Water moving in stationary Waves. *Roy. Soc. London*. 88 Gen. 1908.
- Gurney L. E. Some observations on the surface rigidity of Water. *Phys. Rev.* 26, p. 121, 1908.
- Seddig M. Versuche über gegenseitige Anziehung und Abstossung fester Teilchen in bewegter Medien. *Zeit. f. Phys. u. Chem. Unt.* 21, p. 90, 1908.
- Blasius H. Grenzschichten in Flüssigkeiten mit kleiner Reibung. *Zeit. f. Math. u. Phys.* 56, p. 1, 1908.
- Brighmore A. W. Pressure Loos in Water Pipes. *Proc. Inst. Civ. Engin.* p. 815, 1907.
- Antonovo G. Ueber die Spannung an der Grenze zweier Schichten. *Journ. d. russ. Phys.-Chem. Ges.* 39, p. 342, 1907.
- van der Mensbrugghe. Sur la constante k de Laplace. *Bull. Ac. Roy. de Belgique*. N. 9-10, 1908.

5. Meccanica degli aeriformi.

- Girardville M. Sur le poids utile maximum qu'on peut soulever un aéroplane. *Compt. Rend.* 146, p. 742, 1908.
- Boutleaux M. Sur les conditions d'utilisations des ballon dirigeables actuels. *Compt. Rend.* 146, p. 745, 1908.
- Amans P. Rôle de la torsion positive dans les hélices aériennes et les aéroplanes. *Compt. Rend.* 146, p. 791, 1908.
- Deprez M. Sur le planement des oiseaux. *Compt. Rend.* 146, p. 797, 1908.

6. Apparecchi.

- Procházka K. Ein neuer Apparat zur Demonstration verschiedener transversaler Wellenbewegungen. *Zeit. f. Phys. u. Chem. Unt.* 21, p. 79, 1908.
- Spies P. Versuche über Polarisation von Seilwellen. *Zeit. f. Phys. u. Chem. Unt.* 21, p. 85, 1908.
- Johannesson P. Eine Raumpendelvorrichtung. *Zeit. f. Phys. u. Chem. Unt.* 21, p. 86, 1908.
- Streman A. Ein physischer Hebel. *Zeit. f. Phys. u. Chem. Unt.* 21, p. 105, 1908.
- Porter A. B. A Wave Machine showing damped or undamped Compound Waves. *Phys. Rev.* 26, p. 202, 1908.
- Johnson F. M. G. und Bach K. Regolatore di pressione per correnti gassose. *Ber. d. Deut. Chem. Ges.* 41, N. 4, 1908.

B. Fisica chimica.

1. Generalità. Teoria. Pressione osmotica. Attrito interno.

- Scarpa O. Contributo alla teoria delle soluzioni. *Rend. Acc. Lincei.* (5), 17, p. 362, I sem. 1906.
- Fawcitt C. E. On the Determination of Viscosity at High Temperatures. *Roy. Soc.* 18, Feb. 1908.
- Lewis W. C. M. An experimental examination of Gibb's theory of surface-concentration. *Phil. Mag.* (6), 15, p. 499, 1908.
- Beckmann E. Studien zur ebullioskopischen Bestimmung von Molekulargewichten (Progr.) 84 p. Edelman. Leipzig, 1908.

- Flusin G. Osmose et tension superficielle. *Journ. d. Phys.* (4), 7, p. 291, 1908.
- Goodwin H. M. and Malley R. D. On the Density, electrical conductivity, and viscosity of fused salts and their mixtures. *Phys. Rev.* 26, p. 28, 1908.
- Gurney L. E. The viscosity of Water at very low Rates of Shear. *Phys. Rev.* 26, p. 98, 1908.
- Gurney L. E. Effects of the soluble constituents of glass on the viscosity of water at very low rates of Shear. *Phys. Rev.* 26, p. 123, 1908.
- v. Rossem C. Einfluss langsamer Dissociation auf Phasengleichgewichte. *Zeit. f. Phys. Chem.* 62, p. 257, 1908.
- De Vries O. Die Ableitung der stöchiometrischen Gesetze. *Zeit. f. Phys. Chem.* 62, p. 308, 1908.
- Heydweiller A. Ueber die Oberflächenspannung verdünnter wässriger Salzlosungen. *Ver. d. Deut. Phys. Ges.* 6, p. 245, 1908.
- Kurbatow W. Die Bedeutung der Atomhypothese. *Journ. d. russ. Phys.-Chem. Ges.* 39, p. 1181-1216, 1907.
- Larmor J. On the physical aspect of the atomic theory. *Chem. News.* 97, p. 109, 1908.
- Morgan J. L. R. and Stevenson R. Peso di una goccia e leggi di Tate. Determinazione dei pesi molecolari e delle temperature critiche dei liquidi col peso delle gocce. *Journ. of Amer. Chem. Soc.* 30, N. 3, 1908.

2. Affinità. Solubilità. Assorbimento. Diffusione.

- Banoreft D. Wilder. Non-miscibility and the mass law. *Journ. Phys. Chem.* (12), p. 30, 1908.
- Jørgensen G. Ueber einige Adsorptionerscheinungen. *Zeit. f. anorg. Chem.* 57, p. 353, 1908.

3. Elettrochimica. Elettrolisi.

- Carhart H. S. A Comparison of the formulas of Helmholtz and Nernst for the Electromotive force of concentration cells. *Phys. Rev.* 26, p. 209, 1908.
- Müller H. G. Zur Theorie der Ueberspannung bei elektrolitische Gasabscheidung. *Ann. d. Phys.* (4), 25, p. 725, 1908.
- Schultze G. Die elektrolitische Ventilwirkung des Niobs und eine Classifizierung des Verhaltens elektrolitischer Anoden. *Ann. d. Phys.* (4), 25, p. 775, 1908.
- Smith S. W. J. On the contact potential differences determined by means of null solutions. *Phil. Mag.* (6), 15, p. 478, 1908.
- Lebeoeff A. Action des courants alternatifs à haute fréquence sur la décomposition de l'eau oxygénée par le platine colloïdal. *Bull. Soc. Chim.* (4), 3, p. 56, 1908.
- Bose E. und Conrat F. Ueber ein Silbermikrovoltmeter. *Zeit. f. Elektrochemie.* 14, p. 86, 1908.
- Chanoz A. M. Experimentelle Untersuchungen über die Berührungsflächen zweier Flüssigkeiten. *Ann. d. Univers. Lyon.* 18, p. 1, 1906.
- Diethelm B. und Feerster F. Ueber die elektrolytische Reduktion von Titansulfatlösungen. *Zeit. f. Phys. Chem.* 62, p. 129, 1908.
- Biron E. Untersuchung von Konzentrationsketten. *Journ. d. russ. Phys.-Chem. Ges.* 39, p. 1506, 1907.

- Kistiakewski W. Zur Methodik der Messung von Elektrodenpotentialen. *Zett. f. Elektrochem.* 14, p. 118, 1908.
- Schellhaas H. W. H. Ueber die anomale anodische Polarisation durch Salpetersäure. *Zett. f. Elektrochem.* 14, p. 121, 1908.
- Jacobsen L. C. Ueber das elektrochemische Verhalten des Au und seine Passivität. 65 p. Göttingen, 1907.
- Barnes H. T. and Shearer G. W. A Hydrogen Peroxide Cell. *Phys. Rev.* 26, p. 204, 1908.
- Noyes A. A. and Kato Y. Conduttanza dello Ione H dedotta da esperienze di trasporto sull'acido nitrico. *Journ. Amer. Chem. Soc.* 30, N. 3, 1908.
- Mayer A. et Sailer E. Sur le transport électrique des colloïdes inorganiques. *Compt. Rend.* 146, p. 826, 1908.

4. Fotochimica.

- Stobbe h. Azioni chimiche della luce. *Zett. f. angew. Chemie.* 21, N. 9, 1908.
- Trantz M. Beiträge zur Photochemie. *Zett. f. Wiss. Phot.* 6, p. 169, 1908.

5. Termochimica.

- Lemoult M. P. Recherches théoriques et expérimentales sur les chaleurs de combustion et de formation des composés organiques. Deuxième Mémoire. *Ann. de Chim. et de Phys.* (8), 13, p. 562, 1908.
- Fischer E. und Wroble F. Ueber die Bestimmung der Verbrennungswärme organischer Verbindungen mit Benutzung des Platinwiderstandsthermometers. *Berl. Ber.* p. 127, 1908.
- Meyer R. J. und Kurt Röhlers. Die Dissoziationstemperaturen der Manganoxido MnO_2 und Mn_2O_3 in Luft und Sauerstoff. *Zett. f. anorg. Chem.* (57), p. 104, 1908.
- Rosenhain W. Observations on recalcence curves. *Phys. Soc. London.* Gen. 24, 1908.
- Haber F. Thermodynamics of Technical Gas Reactions. London. Longmans. 1908.
- Rengade E. Sur les chaleurs d'hydratation des métaux alcalins. *Bull. Soc. Chim.* (4), 3, p. 190, 1908.
- Rengade E. Chaleurs de formation des protoxydes alcalins. *Bull. Soc. Chim.* (4), 3, p. 194, 1908.
- Perran E. P. and Greaves R. H. The decomposition of ozone by Heat. *Roy. Soc. London.* 13 Feb. 1908.

6. Struttura. Cristallografia.

- Pawlow P. Die thermodynamische Theorie der Kristalle. *Centralbl. f. Min.* p. 711, 1907.
- Peckels F. Bemerkungen zu Herru Pawlows « thermodynamischer Theorie der Kristalle ». *Centralbl. f. Min.* p. 737, 1907.
- Mügge O. Ueber die Zustandsänderung des Quarzes bei 570°. *Neues Jahrb. f. Min.* p. 181, 1907.
- Vernadskij V. Études sur l'énergie cristalline. *Bull. de Pétersbourg.* p. 215, 1908.

C. Acustica.**1. Acustica fisica.**

- Hermann L. Zur Theorie der Kombinationstöne. *Ann. d. Phys.* (4), **25**, p. 697.
 Struycken H. J. L. Die Schwingungsart einer Stimmgabel und ihr Decrement. *Hand. 11 Ned. Nat. en Gen. Congres*, Leiden, p. 175, 1907.
 Hauser F. Eine Methode zur Aufzeichnung phonographischer Wellen. *Ak. d. Wiss. Wien*. 13 Feb. 1908.
 Starke H. Akustische Notizen. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **6**, p. 285, 1908.
 Pierce W. A simple method of measuring the intensity of sound. *Proc. Amer. Acad.* **43**, p. 375, 1903.
 Kinnp C. T. Phonographic Record of the Doppler Effect. *Phys. Rec.* **26**, p. 205, 1908.

2. Acustica fisiologica.**3. Acustica musicale.**

- Marage M. Photographie des vibrations de la voix. *Compt. Rend.* **146**, p. 680, 1908.
 Myers C. G. and Wilson H. A. On the Perception of the Direction of Sound. *Roy. Soc. London*. 16 Gen. 1908.
 Mallock A. Note on the Sensibility of the Ear to the Direction of Explosive Sound. *Proc. Roy. Soc. London*. **80**, p. 110, 1907.
 Marage M. La portée de certaines voix et le travail développé pendant la phonation. *Journ. de Phys.* (4), **7**, p. 298, 1908.

4. Apparecchi.**D. Calore.****1. Teoria meccanica del calore.**

- Ischok F. Ueber die Ausnahmestellung der Wärme unter den Energieformen. 45 p. Zürich. 1906.
 Bauer L. A. Die Beziehungen zwischen potentieller Temperatur und Entropie. *Met. Zeit.* **25**, p. 79, 1908. *Phys. Rev.* **26**, p. 177, 1908.
 Mathias E. Sur la détente adiabatique des fluides saturés. *Compt. Rend.* **146**, p. 806, 1908.

2. Teoria cinetica della materia.

- Bryan G. H. Note on certain dynamical analogues of temperature equilibrium. *Phys. Soc. London*. 13 Marzo 1908.
 Langen Z. J. Kinetische ableitung thermodynamischer Gleichgewichtsbedingungen. Diss. Groningen, 1907.

3. Dilatazione e termometria.

- Buckingham E. The thermodynamic correction of the Nitrogen scale. *Phil. Mag.* (6), **15**, p. 526, 1908.
 Hirschsen F. Verbesserungen an elektrischen Pyrometern. *Zeit. f. Chem. App. Kunde*, **2**, 622, 1907.

4. Calorimetria.

Nordmeyer P. Die spezifische Wärme einiger Elemente und Salze zwischen der Temperatur der flüssigen Luft und Zimmertemperatur. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **6**, p. 202, 1908.

Bishop F. L. The Heat Dilution of aqueous Salt Solutions. *Phys. Rev.* **26**, p. 169, 1908.

Smith W. A. Heat of Evaporation of Water. *Phys. Rev.* **26**, p. 192, 1908.

Barnes H. T. and Day F. H. The Use of the Bunsen Ice Calorimeter for accurate Heat Measurements. *Phys. Rev.* **26**, p. 203, 1908.

5. Cambiamenti di stato. Proprietà dei vapori e dei gas.

Körnatz E. Untersuchungen über die Dampfdichte des Wassers. 43 p. Berlin. R. Trenkel, 1908.

Leithäuser G. und Pohl R. Ueber den Einfluss des Ozons auf die Kondensation von Wasserdampf. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **6**, p. 249, 1908.

Shukow J. und Kurbatow. W. Neue Methode zur Bestimmung des Schmelzpunktes von Metallen. *Journ. d. Russ. Phys. Chem. Ges.* **39**, p. 1546, 1907.

Blackman P. A new method of determining vapour densities. *Chem. News.* **97**, p. 102, 1908.

Smith A. W. Our present knowledge regarding the heat of evaporation of water. *Month. Weath. Rev.* **35**, p. 458, 1907.

6. Sorgenti di calore.

7. Conducibilità termica.

Johannesson P. Der Wärmestrom. *Zeit. f. phys. u. Chem. Unt.* **21**, p. 88, 1908.

Hess O. Demonstration von Isothermen auf Platten. *Zeit. f. phys. u. Chem. Unt.* p. 96, 1908.

Smith F. M. The Effect of Tension on thermal and electrical Conductivity. *Phys. Rev.* **26**, p. 200, 1908.

8. Calore raggianti.

Thwing C. B. On the Emissivity of molten Iron and Copper. *Phys. Rev.* **26**, p. 190, 1908.

9. Apparecchi ed applicazioni termiche.

Kann L. Einfacher Vorlesungsapparat zur Bestimmung des mechanischen Wärme-Äquivalents. *Phys. Zeit.* **9**, p. 263, 1908.

E. Ottica.

1. Teoria. Generalità.

Schwarzschild K. Ueber Differenzenformeln zur Durchrechnung optischer Systeme. *Götting. Nachr.* p. 551, 1907.

2. Propagazione della luce, riflessione, rifrazione, dispersione, assorbimento, emissione.

Coblentz W. W. Note on selective reflection as a function of atomic Weight. *Phys. Rev.* **26**, p. 264, 1908.

- Scheel K. und Schmidt R. Ueber das Lichtbrechungsvermögen des Heliums. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **6**, p. 207, 1908.
- Hermann K. Die Brechung und Dispersion des Heliums. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **6**, p. 211, 1908.
- Rubens H. und Ladenburg E. Das Reflexionsvermögen des Wassers. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **6**, p. 226, 1908.
- Bergansius F. L. Die Dispersion des Steinsalzes. *Hand. 11. Ned. Nat. en Gen. Congres Leiden.* p. 182, 1907.
- Rudolf G. Die Lichtabsorption in Elektrolyten. *Jahrb. d. Radioakt. u. Elekt.* **4**, p. 380, 1908.
- Sender R. Ueber den Phasensprung bei senkrechter Reflexion des Lichtes in Metallen und Metallverbindungen. 42 p. Freiburg, 1907.

3. Spettroscopia.

- Bergmann A. Beiträge zur Kenntnis der ultraroten Emissionsspektren der Alkalien. *Zeit. f. wiss. Photog.* **6**, p. 113, 1908.
- Ritz W. Magnetische Atomfelder und Serien-spectren. *Ann. de Phys.* (4), **25**, p. 660, 1908.
- Stähli F. Gesetzmässigkeiten im Aufbau der Spektren. *Apoth. Zeit.* **23**, p. 51, 1908.
- Pellek J. H. and Leonard A. G. G. On the quantitative spectra of certain elements. *Astrophys. Journ.* **26**, p. 349, 1907.
- Dufour A. Sur les changements de longueur d'onde des raies des spectres d'absorption des vapeurs de N_2O_4 et de Br sous l'influence d'une variation de pression. *Radium.* **5**, p. 86, 1908.
- Hemsalech G. A. et de Wattville C. Étude spectroscopique de flammes de diverses natures. *Compt. Rend.* **146**, p. 748, 1908.
- Bergmann A. Beiträge zur Kenntnis der ultraroten Emissionsspektren der Alkalien. *Zeit. f. Wiss. Phot.* **6**, p. 145, 1908.
- Olmsted C. M. Sun spot bands which appear in the spectrum of a calcium arc burning in the presence of hydrogen. *Astrophys. Journ.* **27**, p. 66, 1908.
- Geldstein E. On twofold linespectra of chemical elements. *Astrophys. Journ.* **27**, p. 25, 1908.
- Riecke E. Ueber eine räumliche Darstellung der Serienschwingungen und über die neue, von Bergmann entdeckte Serie des Kaliums. *Phys. Zeit.* **9**, p. 241, 1908.
- Ritz W. Ueber die Spektren der Alkalien. *Phys. Zeit.* **9**, p. 244, 1908.

4. Sorgenti luminose. Fotometria.

- Bead C. O. Les étalons lumineux et leur emploi dans la photométrie des gaz. *Journ. Frank. Inst.* **165**, N. 8, 1908.

5. Luminescenza.

- Trowbridge J. Phosphorescence produced by the Canal Rays. **25**, *Sill. Journ.* p. 141, 1908.
- Trowbridge C. C. The decay of Phosphorescence of Gases. *Science.* **27**, p. 146, 1908.
- Müller C. Leuchtende Pflanzen. *Him. u. Erde.* **20**, p. 193, 1908.

Mo Dewell L. S. The Fluorescence and Absorption of Anthracene. *Phys. Rev.* **26**, p. 155, 1908.

6. Fotografia.

Chauveau A. Sur la perception du relief et de la profondeur dans l'image simple des épreuves photographiques ordinaires. *Compt. Rend.* **146**, p. 725, 1908.

7. Interferenza. Diffrazione.

Joachim H. Versuche über den Einfluss Innerer Reflexionen auf die Interferenzerscheinung an dünnen doppelthrehenden Platten, insbesondere an Spaltungsplatten von Muscovit. *Centralbl. f. Min.* p. 577, 1907.

Lord Rayleigh. Further Measurements of Wave-lengths, and Miscellaneous Notes on Fabry and Perrot's Apparatus. *Phil. Mag.* (6), **15**, p. 543, 1908.

Boutaric A. Étude théorique des phénomènes de diffraction présentés par des réseaux circulaires et des réseaux rectilignes à traits espacés suivant une certaine loi. *Journ. de Phys.* (4), **7**, p. 264, 1908.

Barus C. The axial colors of the Steam Jet and of Coronas. *Sill. Journ.* (4), **25**, p. 224, 1908.

8. Ottica dei cristalli, birifrangenza, polarizzazione.

Gaubert P. Sulla birifrangenza accidentale della bromirite. *Bull. Soc. Min.* **30**, p. 266, 1907.

Viola G. Determinazioni degli indici principali di rifrazione di un cristallo a due assi ottici mediante il metodo della riflessione luminosa. *Rend. Acc. Lincei.* (5), **17**, p. 314, I sem. 1908.

9. Rotazione del piano di polarizzazione.

Donau J. Polarimetrische Versuche mit kleinen Flüssigkeitsmengen. *Ak. d. Wiss. Wien.* 5 Marzo 1908.

Meyer J. Zur Theorie der Rohrzuckerinversion. *Zeit. f. phys. Chem.* **62**, p. 59, 1908.

Chardin E. und Sikorski S. Ueber die Abhängigkeit des Drehungsvermögens optisch aktiver Stoffe von ihrem chemischen Bau. *Journ. d. Russ. Phys. Chem. Ges.* **39**, p. 703, 1907.

10. Ottica fisiologica.

Grünbaum F. Die räumliche Kontrastwirkung der Farben. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **6**, p. 234, 1908.

Paschen H. Theoretische und experimentelle Untersuchung benachbarten Kernschatten. 69 p. Marburg. 1907.

11. Apparecchi.

Negrenau C. La méthode stroboscopique appliquée à l'étude comparative des vitesses de rotation de deux disques qui tournent en sens contraire. *Bull. Soc. de Stants din Bucuresti.* **16**, 1907.

Mayering. Ueber das Verfahren zur Herstellung von Flüssigkeitslinsen. *Jahresber z. Förder. d. Phys. u. Chem. Unter. Wien.* **12**, p. 236, 1907.

Tissot C. et Pellin F. Correction de l'astigmatisme des prismes birefringents. *Journ. de Phys.* (4), **7**, p. 296, 1908.

Bates F. A quartz compensating polariscope with adjustable sensibility. *Bull. Bur. of Standards.* 4, p. 461, 1908.

F. Magnetismo.

1. Generalità. Teoria.

Richardson O. W. A mechanical Effect accompanying Magnetisation. *Phys. Rev.* 26, p. 248, 1908.

Weiss P. et Beek P. N. Chaleur spécifique et champ moléculaire des substances ferromagnétiques. *Journ. d. Phys.* (4), 7, p. 249, 1908.

Gray J. G. and Ross A. D. Sensitive state induced in magnetic materials by thermal treatment. *Roy. Edinb. Soc.* Feb. 1908.

Eriksson B. Bidrag till kännedom om Magnetitens magnetiska och elektriska Egenskaper. 62 p. Diss. Upsala, 1907.

Krukenberg J. Bidrag till kännedom om magnetostriktionsfenomen. *Ak. Afhandling.* 73 p. Upsala, 1907.

2. Misure. Apparecchi.

Wassmuth A. Vorläufiger Bericht über eine neuartige Beziehung zwischen Magnetismus und Torsion. *Ak. d. Wiss. Wien.* 18 feb. 1908.

Fassbender H. Magnetism Messungen an Mn-Sn- und Mn-Sb-legierungen, mit Beschreibung eines verbesserten Magnetoskops. *Verh. d. Dent. Phys. Ges.* 6, p. 256, 1908.

Smith S. W. J. The thermomagnetic analysis of meteoric and artificial Ni-Fe alloys. *Roy. Soc. London.* 14 feb. 1908.

Drysdale C. V. Notes on the plug permeameter. *Phys. Soc. London.* 27 marzo 1908.

G. Elettricità.

1. Teoria.

Stürmer C. Remarque relative à ma Note sur les équations différentielles d'un corpuscule électrisé dans un champ magnétique. *Compt. Rendus.* 146, p. 628, 1908.

Fubini G. Sull'influenza di uno strato dielettrico in un campo elettromagnetico. *Rend. Acc. Lincei.* (5), 17, p. 325, 1 som. 1908.

Schott G. A. On the Frequences of the free Vibrations of quasipermanent Systems of Electrons, and on the Explanation of Spectrum Lines. *Phil. Mag.* (6), 15, p. 488, 1908.

Schidlof A. Sur quelques points de la théorie d'une charge punctiforme. *Arch. de Genève.* (4), 25, p. 269, 1908.

Locher E. Mechanische oder elektrische Naturauffassung? Mit einer Darstellung der modernen Elektronentheorie. *Himmel und Erde.* (20), p. 145, 1908.

Marx E. Grenzen in der Natur und in der Wahrnehmung vom Standpunkte der Elektronentheorie und des elektromagnetischen Weltbildes, p. 81. Teubner. Leipzig, 1908.

Jaschmann G. Elektromagnetische Theorie. *Ak. d. Wiss. Wien.* 5 marzo 1908.

Serie V. Vol. XV.

2. Elettrostatica. Macchine Elettriche.

Hesehus N. Kaun man die Dimensionformeln der elektrischen Grössen mit Hilfe der drei mechanischen Grundeinheiten ausdrücken? *Journ. d. Russ. Phys. Chem. Ges.* (39), p. 205, 1907.

3. Scariche elettriche attraverso conduttori e dielettrici.

Amaldi L. Esperienze sulla distribuzione del potenziale lungo una scintilla. *Rend. Acc. Lincei.* (5), 17, p. 456, I som. 1908.

Hill B. V. The variation of apparent capacity of a condenser with the time of discharge and the variation of capacity with frequency in alternating current measurements. *Phys. Rev.* 26, p. 271, 1908.

Teopler M. Gleitbüschel auf Flüssigkeitsoberflächen. *Ann. d. Phys.* (4), 25, p. 745, 1908.

Burch G. J. Marsh J. E. and Struthers J. F. On certain Phenomena of the Electric Discharge through Rarefied Nitrogen. *Roy. Soc. London.* 16 gen. 1908.

Müller F. Ueber den Einfluss des Elektrodenmetalls auf die Entladungsspannung des elektrischen Funkens. *Journ. d. Russ. Phys. Chem. Journ.* 39, p. 627, 1907.

Lebedinski W. und Makarowski. Widerstandsbestimmung des elektrischen Funkens nach der Substitutionsmethode. *Journ. d. Russ. Phys. Chem. Ges.* 39, p. 280, 1907.

Zeleny J. The Discharge of Electricity from pointed conductors. *Phys. Rev.* 26, p. 129, 1908.

Earhart R. F. Note on spark-Potentials. *Phys. Rev.* 26, p. 195, 1908.

4. Sorgenti di elettricità. Polarizzazione.

Gouy M. Sur la théorie de l'électrocapillarité. *Compt. Rend.* 146, p. 612, 1908.

Walker W. H. and Dill C. Effect of Stress on E. M. F. Iron. *Amer. Electrochem. Soc. Trans.* (11), p. 158, 1907.

Joffe A. Bemerkung über den photoelektrischen Effect. *Journ. d. Russ. Phys.-Chem. Ges.* 39, p. 248, 1907.

Carhart H. S. The stability of Cadmium cells. *Phys. Rev.* 26, p. 124, 1908.

5. Conducibilità. Resistenza.**6. Fenomeni termici.**

Studte H. Ueber Beziehungen der Thermo- und Triboelektrizität zur Elektrophysiologie. 48 p. Berlin, 1908.

Peters F. Thermoelemente und Thermosäulen. Halle, 1908.

Jolley A. C. Thermoelectric properties of metals and their alloys. *Electrician.* 60, p. 781, 821, 1908.

Warren A. G. and Murphy F. Thermoelectric properties of metals and their alloys. *Electrician.* 60, p. 681, 1908.

Féry C. Sur la température des Gaz dans les tubes à vide. *Bull. Soc. Franç. de Phys.* p. 305, 1907.

7. Fenomeni luminosi.

Fabry C. et. Buisson H. Sur la présence des raies d'étincelle dans le spectre de l'arc. *Compt. Rend.* 146, p. 751, 1908.

8. Elettromagnetismo, para e diamagnetismo.

9. Elettrodinamica e induzione.

- Campbell A. Inductance measurements. *Electrician*. **60**, p. 626, 1908.
- Boas H. Erhöhung der Spannung und Spaltung der Ströme bei Induktoren. *Elektr. Zeit.* **29**, p. 110, 1908.
- Ziegler W. Einfluss des Mediums auf die Grösse der elektrodynamischen, magnetischen und elektromagnetischen Kräfte. *Münchener Ber.* p. 220, 1907.
- Schlösser E. Der Einfluss unmagnetischer Metallkerne auf die Selbstinduktion und den wirksamen Widerstand einer Drahtspule. 42 p. Diss. Münster, 1908.
- Barnett S. J. An Investigation of the electric Displacement and Intensities produced in Insulator by their Motion in a magnetic Field, and its Bearing on the Question of the relative Motion of Ether and Matter. *Phys. Rev.* **26**, p. 187, 1908.

10. Oscillazioni elettriche.

- Wien M. Ueber die Dämpfung von Kondensatorschwingungen. *Ann. d. Phys.* (4), **25**, p. 625, 1908.
- Granquist G. Untersuchungen über den selbsttönenden Wellenstromlichtbogen. *Nov. Acta r. Soc. Scient. Upsala.* (4). **1**, N. 5, 1907.
- Aohi K. Note on the electrical oscillations of a metallic cylinder surrounded by a dielectric. *Proc. Tokyo Math. Phys. Soc.* (2), **4**, p. 224, 1907.
- Rieder J. Photographische Aufnahme elektrischer Wellen. *Elektrochem. Zeit.* **14**, p. 228, p. 228, 1907. *Prometheus*. **19**, p. 273, 1903.
- Sachs J. S. Detektoren für elektrische Wellen. *Jahr. d. Drahtlos. Telegr.* **1**, p. 180, 279, 1907.
- Colley A. Untersuchung der Dispersion im elektrischen Spektrum des Wassers. *Journ. d. Russ. Phys. Chem. Ges.* **39**, p. 210, 1907.
- Blair W. R. The change of phase due the passage of electric waves through thin plates etc. etc. *Phys. Rev.* **26**, p. 61, 1908.
- Boas H. Die Hg funkenstrecke und ihre Verwendung zur Erzeugung schwach gedämpfter elektrischer Wellen. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **6**, p. 298, 1908.
- v. Trautenberg H. und Monasch B. Ueber die Verwendung kontinuierlicher elektromagnetischer Schwingungen bei Dämpfungsmessungen. *Phys. Zeit.* **9**, p. 251, 1908.
- Ives J. E. and Gowdy R. E. C. On the Absorption of short electric Waves by Air at different Pressures. *Phys. Rev.* **26**, p. 195, 1908.

11. Magneto-ed elettro-ottica.

- Bequerel J. et Kamerlingh Onnes H. Sur les spectres d'absorption des cristaux de terres rares et leurs modifications dans un champ magnétique aux températures de liquéfaction et de solidification de l'hydrogène. *Compt. Rend.* **146**, p. 625, 1908.
- Dufour A. Sur quelques exemples de rayes présentant le phénomène de Zeeman anormal dans le sens des lignes de force magnétiques. *Compt. Rend.* **146**, p. 684, 1908.
- Elias G. J. On anomalous magnetic rotatory Dispersion of rare Earths. *Phil. Mag.* (6), **15**, p. 438, 1908.
- Bequerel J. Sur un phénomène attribuable à des électrons positifs, dans le spectre d'étincelles de l'yttrium. *Compt. Rend.* **146**, p. 183, 1908.

Skinner C. A. and Tool A. Q. An Investigation of the optical Properties of Films of magnetic Metals. *Phys. Rev.* **26**, p. 208, 1908.

Dufour A. Sur les changements magnétiques du spectre du fluorure de silicium observés parallèlement au champ. *Compt. Rend.* **146**, p. 810, 1908.

12. Raggi Catodici, Röntgen, ecc.

Trowbridge J. Phosphorescence produite par les rayons-canal. *Am. Journ. of Science.* **25**, N. 146, 1908.

Trowbridge J. Application d'un champ magnétique longitudinal aux tubes à rayons X. *Am. Journ. of Science.* **25**, N. 146, 1908.

Walter B. und Pohl R. Zur Frage der Röntgenstrahlen. *Ann. d. Phys.* (4), **25**, p. 715, 1908.

Bumstead H. A. On the heating Effects produced by X-Rays in Lead and Zinc. *Phil. Mag.* (5), **15**, p. 482, 1908.

Kirkby P. J. The positive Column in Oxygen. *Phil. Mag.* (6), **15**, p. 559, 1908.

Cooksey C. D. The Nature of γ - and X-Rays. *Nature.* **77**, p. 509, 1908.

Parsons C. A. and Swinton A. A. C. The conversion of Diamond into Coke in High Vacuum by Cathode Rays. *Roy. Soc. London.* 16 gen. 1908.

Franck J. und Pohl R. Zur Frage nach der Geschwindigkeit der X-Strahlen. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **6**, p. 117, 1908.

Marx E. Theorie der Vorgänge im Nullapparat zur Geschwindigkeitsmessung der X-Strahlen. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **6**, p. 187, 1908.

Marx E. Zur Frage der Geschwindigkeit der Röntgenstrahlen. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **6**, p. 157, 1908.

Gehrke E. und Reichenheim O. Anodenstrahlen. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **6**, p. 217, 1908.

v. Baeyer O. Ueber langsame Kathodenstrahlen. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **6**, p. 96, 1908.

Adams J. M. Absorption Spectra of Röntgen Rays, measured by a Radiomicrometer. *Phys. Rev.* **26**, p. 202, 1908.

13. Radioattività e ionizzazione.

De Breglie M. Sur le gaz provenant des étincelles électriques. *Compt. Rend.* **146**, p. 624, 1908.

Ham W. R. Distribution of Ionising Energy about X-Ray Tubes. *Phys. Rev.* **26**, p. 200, 1908.

Eve A. S. The penetrating Radiation. *Nature.* **77**, p. 486, 1908.

Russ S. The distribution in electric fields of the active deposits of radium, thorium, and actinium. *Phys. Soc. London.* 18 marzo 1908.

Strong W. W. The penetrating Radiation. *Terr. Magn.* **12**, p. 145, 1907.

Thomson J. J. Sulla ionizzazione dei gas prodotta dalla luce ultravioletta e su un'indicazione della struttura della luce fornita dai suoi effetti elettrici. *Proc. Cambridge Phil. Soc.* **14**, 1908.

Iklić M. Effets de charge sur les préparations de polonium. *Das Weltall.* **8**, N. 11, 1908.

- Eriksen H. A. Ionisation of Gases at high pressures. *Phys. Rev.* **26**, p. 199, 1908.
- Meyer E. und Regeuer E. Ueber Schwankungen der radioaktiven Strahlung und eine Methode zur Bestimmung des elektrischen Elementarquantums. *Ann. d. Phys.* (4), **25**, p. 757, 1908.
- Przibram K. Die Ionenbeweglichkeit in Wasser und Alkoholdampf. *Ak. d. Wiss.* 20 feb. 1908.
- Townsend J. S. The charges on positive and negative Ions in Gases. *Roy. Soc. London*. 23 gen. 1908.
- Geiger H. The Irregularities in the Radiation from radioactive Bodies. *Phil. Mag.* (6), **15**, p. 539, 1908.
- Wilde H. On the Atomic Weight of Radium. *Mem. Manchester.* (52), N. 1, 3 p. 1908.
- Cummingham J. A. und Satish Chandra Mukerji. Der elektrische Zustand naszierender Gase. *Jahrb. d. Radioakt. u. Elektronik.* (4), p. 370, 1908.
- Gordien H. Untersuchungen über die atmosphärischen radioaktiven Inductionen. *Abh. Göttinger Ges. d. Wiss., Math-Phys. Kl.* (5). Nr. 5, p. 74, 1907.
- Rutherford E. The Production and Origin of Radium. *Proc. Manchester.* (52), V-VII, 1907.
- Hees V. F. Ueber die Zerfallkonstante von Ac A. *Wien. Ber.* (116), p. 1121, 1907.
- Haga H. Ueber die Polarisation von Röntgenstrahlen und Sekundärstrahlen. *Hand 11. Ned. Nad-en Gen. Congres. Leiden.* p. 190, 1907.
- Garrett A. E. Electrical conductivity produced by Heating Salts. *Proc. Phys. Soc. London.* **20**, p. 584, 1907.
- McCoy H. M. und Ross W. H. Die spezifische Radioaktivität von Uranium. *Journ. Amer. Chem. Soc.* **29**, p. 1698, 1907.
- Millikan R. A. and Begeman L. On the Charge carried by the — Ions of an Ionised Gas. *Phys. Rev.* **26**, p. 197, 1908.
- Gleditsch E. Sur le lithium dans les minéraux radioactifs. *Radium.* (55), p. 34, 1908.
- Levin M. und Ruer R. Ueber die Einwirkung von Kaliumsalzen auf die photographische Platte. *Phys. Zeit.* **9**, p. 218, 1908.
- Starke H. Recherches sur les rayons secondaires du radium. *Radium.* (5), p. 85, 1908.
- Henriett E. Sur la condensation des émanations radioactives. *Radium.* (5), p. 41, 1908.
- Broches A. Sur le radioactivité des eaux de Plombières. *Radium.* (5), p. 47, 1908.
- Dunne W. Sur l'émission d'électricité par la radioactivité induite du radium. *Radium.* (5), p. 47, 1908.
- Dunne J. Sur les courbes de radioactivité induite obtenues par MM. Sarazin et Tommasina. *Radium.* (5), p. 71, 1908.
- Crowther J. A. Sur la dispersion des rayons β de l'Uranium par la matière. *Radium.* (5), p. 76, 1908.
- Phillips C. E. S. Coloration of Glass and Quartz by Radium. *Nature.* **77**, p. 585, 1908.
- Davidson J. G. Conditions affecting the discharge of electrodes in phenomena of ionisation. *Phys. Rev.* **26**, p. 1, 1908.
- Starke H. Einige Versuche über die Sekundärstrahlen des Radiums. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **6**, p. 267, 1908.
- Strong W. W. The penetrating radiation. *Science.* **27**, p. 351, 1908.
- Bragg W. H. The nature of γ - and X-rays. *Nature.* **77**, p. 560, 1908.

- Hahn O. Zur Nomenklatur der Thoriumverbindungen. *Phys. Zeit.* 9, p. 245, 1908.
 Heym W. Die Herstellung von Radium. *Elektrochem. Zeit.* 14, p. 245, 1908.
 Hahn O. Ein Kurzlebige Zwischenprodukt zwischen Meso- und Radiothor. *Phys. Zeit.* 9, p. 246, 1908.
 Mc Coy H. N. and Ross W. H. Specific Radioactivity of Uranium and Thorium. *Journ. Amer. Chem. Soc.* 30, p. 1698, 1709, 1907.
 Makower W. und Russ S. Ueber den Zerfall von Radium B und C bei hoher Temperatur. *Phys. Zeit.* 9, p. 250, 1908.
 De Muyaek R. Sur la conductibilité des mélanges gazeux au moment de leur explosion. *Bull. Acad. Roy. de Belgique.* N. 9, 1908.

14. Elettrotecnica. Telefonia e Telegrafia.

- Drysdale C. V. The use of shunts and transformers with alternate current measuring instruments. *Phys. Soc. London.* 27 marzo 1908.
 Gürge H. Allgemeine Sätze über den Betrieb von n parallel geschalteten Wechselstrommaschinen. *Phys. Zeit.* 9, p. 265, 1908.
 Zeieny A. and Andrews A. P. The capacity of Paper-Condensers and Telephone Cables. *Phys. Rev.* 36, p. 194, 1908.
 Armagnat H. La Phototélégraphie. *Rev. Scient.* (5), 9, p. 488, 1908.

15. Unità.

16. Misura. Apparecchi.

- Sumpner W. E. Alternate current measurement. *Roy. Soc. London.* 16 gen. 1908.
 Schultze H. Ueber eine Störung an hochempfindlichen Quadrantelektrometer. *Zeit. f. Instr. Kunde.* 28, p. 61, 1904.
 Fisher C. W. A resistance comparator. *Electrician.* 60, p. 784, 1907.
 Hortynski F. Das Fadengalvanometer. *Kosmos.* 32, p. 403, 1907.
 Drysdale C. V. Dynamometer wattmeters. *Phys. Soc. London.* 27 marzo 1908.
 Austin L. W. Kontakt-gleichrichter. *Phys. Zeit.* 9, p. 253, 1908.
 Baumgarth L. Kleine periodische elektromotorische Kräfte beliebigen zeitlichen Verlauf. *Phys. Zeit.* 9, p. 261, 1908.

H. Fisica terrestre e Meteorologia.

1. Generalità. Teoria.

- Nowbigin W. J. The Study of the weather as a branch of nature Knowledge. *Scott. Geogr. Mag.* Dic. 1907.
 Leyst E. Ueber Schätzung der Bewölkungsgrade. 1907.
 Exner F. M. Ueber eine erste Annäherung zur Voransberechnung synoptischer Wetterkarten. *Met. Zeit.* (25), p. 57, 1903.
 v. Obermayer A. Die Häufigkeitszahlen der Bewölkung. *Ak. d. Wiss. Wien.* 5 marzo 1908.
 v. Steinelck R. Das Fortschreiten der Flutwelle im Adriatischen Meere. *Ak. d. Wiss. Wien.* 5 marzo 1908.

2. Geodesia. Misure geodetiche e di gravità.

Ricciò A. Anomalie della gravità e del magnetismo terrestre in Calabria e Sicilia, in relazione alla costituzione del suolo. *Boll. Soc. Sismol. Ital.* 12, p. 893, 1908.

Folgentraeger W. Der Einfluss der Schneiden auf die Bestimmung der Schwerebeschleunigung mit dem Reversionspendel. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* 6, p. 87, 1908.

3. Magnetismo terrestre. Correnti telluriche. Luce polare.

Mayer E. Ein neues Universalvariometer für Localvariationen, Intensitäts- und Deklinationsschwankungen. *Ann. d. Phys.* (4), 25, p. 743, 1908.

Nippoldt A. Bemerkungen zu neuen Karten des Feldes der täglichen Variation des Erdmagnetismus. *Met. Zeit.* 25, p. 97, 1908.

Kashiwagi Y. Magnetographen für kurzperiodische Schwingungen. *Mem. Coll. Scienc. Kyoto. University.* 1, p. 217, 1907.

4. Studio dell'alta atmosfera.

Stromeyer C. E. e Dines W. H. The isothermal Layer of the Atmosphere. *Nature.* 77, p. 485, 1908.

Börnstein R. Pilotbeobachtungen für meteorologische Zwecke. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* 6, p. 223, 1908.

Schmauss A. Sur la température et la hauteur de l'inversion supérieure. *Rev. néphol.* p. 197, 1908.

Sandström J. W. Ueber die Temperaturverteilung in der allerschönsten Luftschichten. *Arkiv. f. Mat. Astr. och Fysik.* 3, 1907.

5. Meccanica e termodinamica dell'atmosfera. Venti.

Ficker H. Der Transport kalter Luftmassen über die Zentralalpen. *Denk. der Wien. Akad.* 80, 1907.

Baschin O. Die geographische Verteilung des Luftdruckes. *Zeit. d. Ges. f. E. K.* p. 246, 1907.

Baschin O. Die Verteilung des Luftdruckes über dem Ozean. *Ann. d. Hydr.* p. 496, 1907.

Streit A. Das Wesen der Zyklonen. 4°. 125 p. Wiener Staatsdruckerei. 1907.

Bigelow F. H. Studies on the diurnal Periods in the lower Strata of the Atmosphere. *Pet. Mitt.* 54, p. 23, 1908.

v. Freldorf R. Ein Vorschlag, die Entstehung der barometrischen Maxima und Minima zu erklären. *Wetter.* 25, p. 22, 1908.

Trabert W. Die Luftdruckverhältnisse in der Niederung und ihr Zusammenhang mit der Verteilung der Temperatur. *Met. Zeit.* 25, p. 129, 1908.

Arndt A. Ueber räumlichen Gradienten. *Met. Zeit.* 25, p. 129, 1908.

6. Ottica dell'atmosfera.

— Scintillation and rippling of distant lights. *Quart. J.* 34, p. 145, 1908.

Kähler K. Flächenhelligkeit des Himmels und Beleuchtungsstärke in Räumen. *Met. Zeit.* (25), p. 52, 1908.

7. Elettricità Atmosferica.

- Gerdien H. Untersuchungen über die atmosphärischen radioaktiven Induktionen. *Ak. der Wiss. Göttingen*. 5, N. 5, 1907.
- Leekyer W. J. S. Multiple lightning flashes. *Knowledge. London*. 4, p. 217, 1907.
- Homma Y. Distribution of electricity in the atmosphere. *Terr. Magn.* 12 p. 49, 1907.
- Kähler K. Registrierungen der Niederschlags Elektrizität mit dem Benedorf-Elektrometer. *Phys. Zeit.* 9, p. 258, 1908.
- Allen S. J. Radioactivity of a Smoke-laden Atmosphere. *Phys. Rev.* 26, p. 206, 1908.

8. Temperatura del suolo.

- Thiense M. Temperatur und Zustand des Erdinnern. 102 p. Jena. G. Fischer, 1907.
- Wedderburn G. Die thermische Schichtung von Binnenseen. *Globus*. 93, p. 115, 1907.

9. Terremoti e Vulcani.

- Agamennone G. Sopra un tipo di sismografo a pendoli orizzontali. *Roll. Soc. Sism. Ital.* 12, p. 845, 1908.
- Oddone E. Déchaînement des tremblements de terre à l'arrivée des ondes sismiques dues à un premier macrosisme lointain. *Boll. Soc. Sism. Ital.* 12, p. 380, 1908.
- Sonderhaefh. The relation of Radioactivity to Vulcanism. *Journ. of Geology*. 14, p. 747, 1907.
- Lagrange E. Quelques données sismologiques. *Ciel et Terre*. 29, Marzo 1908.

10. Climatologia.

- Koppen W. Klimakunde. 133 p. Leipzig. Göschen, 1908.

11. Calore solare e irraggiamento.

- Féry C. et Millechau G. Contribution à l'étude du rayonnement calorifique solaire. *Compt. Rend.* 146, p. 661, 1908.
- Schmidt W. Absorption der Sonnenstrahlung in Wasser. *Ak. d. Wiss. Wien*. 20 Febr. 1908.
- Delezel E. Ueber die graphische Bestimmung der Intensität und Quantität der solaren Bestrahlung. *Ak. d. Wiss. Wien*. 20 Febr. 1908.

12. Apparecchi.

- Strachan R. On Hygrometers. *Horol. Journ.* 49, p. 150, 165, 184, 205, 1907.
- Neumann E. M. J. N. À propos d'enregistreur d'orages. *Rev. Néphol.* p. 194, 1908.
- Pienches J. Sur un hygroscope électrique de grande sensibilité. *Compt. Rend.* 146, p. 809, 1908.

L. Storia della fisica.

- Knett J. Mosaic origin of the atomic Theory. *Nature*. 77, p. 486, 1908.
- Dreyer J. L. E. An alleged originator of the Theory of Atom. *Nature*. 77, p. 268, 1908.
- v. Lippmann E. O. Chemisches und Physikalisches aus Platon. *Journ. f. prakt. Chem.* 76, p. 513, 1907.
- Tittel K. Das Weltbild bei Heron. *Bibl. Math.* (3), 8, p. 113, 1907.

M. Trattati.

- v. Rohr M. Die binokulären Instrumente. Berlin. J. Springer. 1907.
- Gaout et Maneuvrier Petit Cours de physique purement experimentale. 603 p. Paris, Hachette et Cie, 1908.
- S. Tereschin. Lehrbuch der Physik für Mediziner. 806 p. St. Petersburg. K. Ricker 1907.
- Endecott F. C. School Course in Physics. 184. p. London. 1908.
- Bernbach W. Einführung in die Elektrochemie. 144. p. Leipzig. 1907.
- Lee F. C. Hydraulics. p. 536, London. R. Arnold. 1908.
- Wetruha R. Technische Mechanik. 184 p. Leipzig. B. F. Voigt. 1908.
- Thomson J. Thermochemistry. 512 p. London. Longman. 1908.
- Campbell N. R. Modern Electrical Theory. 544 p. Cambridge 1908.
- Kayser H. Lehrbuch der Physik X+525 p. Stuttgart, F. Enke. 1908.
- Sinclair J. A third Year's Course in practical. Physics. 184 p. London. Bell. 1908.
- Turpain A. Manipulations élémentaires de Physique. Paris. 1907.
- Turpain A. Précis de Physique. 512 p. Paris. 1908.
- Fleury J. et Dugnet G. Traité de physique élémentaire. 688 p. Bruxelles J. Lebegue. 1907.
- Heussl J. Lehrbuch der Physik. 475 p. Berlin. O. Salle. 1907.

A. POCHETTINO.

NOTIZIARIO

— Fra poco, pubblicate a cura della Società francese di Fisica, compariranno le opere complete di P. Curie.

— A dirigere l'Osservatorio di Astronomia fisica a Meudon è stato chiamato il sig. H. Deslandres.

— Lord Rosebery è stato eletto cancelliere dell'Università di Glasgow al posto lasciato da Lord Kelvin.

— Il sig. Pérot del Conservatoire des Arts et Métiers è stato nominato all'Osservatorio di Astronomia fisica di Meudon.

— Il Dott. L. Mond, il celebre fabbricante di soda, l'inventore del Nickel-carbonile, ha festeggiato a Londra il suo 70^{mo} anno di età.

— L'Accademia delle Scienze di Torino ha conferito il premio Bressa al Prof. E. Rutherford.

— La medaglia Guccia è stata assegnata al Prof. F. Severi dell'Università di Padova per i suoi lavori sulla geometria delle superfici algebriche.

— La Naples Table Association for Promoting Laboratory Research per le donne annuncia di aver concesso un quarto premio di mille dollari per il miglior lavoro scritto da una donna nel campo delle scienze biologiche, chimiche e fisiche. I lavori debbono essere spediti prima del 25 febbraio 1909 a Mrs Ellen H. Richards, Massachusetts Institute of Technology Boston (Mass). I lavori saranno giudicati da una Commissione composta così: per le *Scienze Biologiche*: Dott. W. H. Howell, per le *Scienze Chimiche*: Dott. T. W. Richards, per le *Scienze Fisiche*: Dott. A. A. Michelson.

— La Facoltà di scienze dell'Università di Göttingen ha bandito un concorso a premio (I Premio: 3400 Marchi, II Premio: 680 Marchi) sul seguente tema: « Die Schwingungszahlen,

die in den Emissionsspektren der Elemente beobachtet werden, zeigen in vielen Fällen gesetzmässige Verteilung. Sie bilden sogenannte Serien. Es sollen alle darüber vorhandenen Beobachtungen gesammelt and bearbeitet, und die Theorien, die über die Serien aufgestellt worden sind, kritisch erläutert werden. Erwünscht sind sogleich eigene Versuche, um die vorhandenen Beobachtungen zur ergänzen. So ist. z. B. zu vermuten, dass in dem Spektrum von Ba dreifache Serien vorkommen, die den dreifachen Serien in den Spektren der verwandten Elemente analog sind ». I lavori dovranno essere inviati alla Facoltà prima del 31 agosto 1910.

— L' Association française pour l'avancement des sciences ha accordato nel 1907 60 sussidi varianti da 100 a 1000 franchi per ricerche scientifiche per un ammontare complessivo di 16350 franchi. Il Congresso 1908 di questa società si terrà a Clermont-Ferrand.

— L' Università Princeton ha ricevuto un dono anonimo di 200,000 dollari per la fondazione di un laboratorio di biologia.

— Il sig. W. W. Astor ha donato 250,000 franchi all'Università di Oxford.

— Il sig. Kremski ha donato 500,000 Marchi all'Accademia di Francoforte.

— Una somma di 17,500 sterline è stata concessa all'Università di Cambridge per la costruzione di un nuovo laboratorio di chimica.

— Carnegie ha donato 25 milioni alla cassa pensioni dei professori americani.

— Il Prof. v. Hufner di chimica dell' Università di Tübingen, testè defunto, ha lasciato 50,000 Marchi e la sua biblioteca alla detta Università.

— Il sig. A. F. Yarrow, vicepresidente della « Institution of Naval Architects » ha offerto 20,000 l., per la costruzione di una vasca sperimentale presso il National Physical Laboratory.

— La Corporazione degli orefici di Cambridge ha regalato a quella Università 10,000 sterline per fondare una nuova cattedra di Mineralogia.

— L'Accademia delle scienze di Vienna ha concesso le seguenti sovvenzioni: 6000 corone alla Phonogrammarchiv-Kommission; 2000 corone alla Commissione per lo studio dell'Elettricità atmosferica; 16100 corone ai Proff. J. M. Eder e Valenta E. per la pubblicazione delle loro tavole spettrali.

— Verrà creata a Berlino una « Chemische Reichsanstalt » alla cui direzione provvederanno i Proff. Fischer, Nernst e Oppenheim. Come primo fondo è stata concessa la somma di 800,000 Marchi, la dotazione annua sarà di 34,000 Marchi.

— La Direzione dell'Istituto Fisico dell'Università di Berlino ha deciso di consegnare al Museo di Norimberga gli apparecchi originali usati da Otto di Gnericke.

— Il 28 marzo ha avuto luogo in Vienna il Congresso della società Bunsen di chimica-fisica.

— Il V Congresso internazionale dei Matematici si terrà nel 1912 a Cambridge.

— L'Associazione Britannica per il progresso delle Scienze terrà il suo Congresso 1909 a Winnipeg (Canada) dal 29 agosto al 1 settembre. Per i festeggiamenti il governo canadese ha concesso la somma di 25,000 dollari, e la città di Winnipeg 5000 dollari.

— È noto che J. J. Thomson ha modificato la teoria elettronica attuale riducendo il numero di corpuscoli nell'atomo dall'ordine delle migliaia a quello delle unità ammettendolo proporzionale al peso atomico. Il Bosler mostra che secondo queste nuove idee l'energia potenziale contenuta in un grammo di radio sarebbe 10^{15} . n° ergs numero in accordo coi numeri ottenuti dal Curie e dal Rutherford.

— La Società Röntgen si propone di stabilire un'unità di radioattività; provvisoriamente raccomanda di considerare come unità la ionizzazione prodotta dai raggi γ emananti da un milligrammo di bromuro di radio puro dopo aver attraversato un centimetro di piombo.

— In una delle isole Brioni è stata trovata una conduttura d'acqua in piombo rimontante all'epoca romana. L'analisi del piombo servito alla saldatura di questa conduttura mostra la presenza di circa 0,8 % di Sn, che non si trova nel

resto, quindi sembra che i Romani sapessero che la presenza dello Sn facilita la saldatura.

— Una nuova spedizione polare è stata equipaggiata a spese del Ministero della Marina Russa allo scopo di scoprire un passaggio NE fra l'Oceano Atlantico e il Pacifico e così accelerare le comunicazioni marittime fra le estremità occidentale e orientale dell'Impero Russo.

— All'Osservatorio Lowell di Flagstaff (Stati Uniti) parecchi spettrogrammi ottenuti dal sig. Slipher dal 15 al 25 febbraio mostrano all'estremità destra dello spettro di Marte la banda α più forte che nello spettro della luna: ciò mostra, dice il Lowell, come certa la presenza del vapor d'acqua nell'atmosfera marziana.

— I principali osservatori astronomici di montagna sono: Pike's Peak nel Colorado (m. 4250); Etna (3000 m.); Pic du Midi (2860 m.) i principali osservatori meteorologici di montagna sono: M. Bianco (Janssen) (4800 m.); M. Bianco (Vallot) (4365 m.); M. Rosa (m. 4,559); Cimone (2162 m.); M. Ventoux (1900 m.); M. Aigoual (m. 1554); Janssenblick (m. 3103); Hoch Obir (m. 2047); Säntis (m. 2500).

— Secondo i risultati del rilievo magnetico fatto in Egitto dal 1895 al 1905, la declinazione in Alessandria negli ultimi 100 anni è decresciuta da 13° a 3° W, l'inclinazione da 47° a 42° . Le isogone attuali corrono quasi parallelamente al M. Rosso ove la declinazione è 2° ; al Vittoria Nyanza essa è di 7° . Le isocline corrono da E a W, essendo l'inclinazione 43° N a Porto Said e 23° S a Vittoria Nyanza. La componente orizzontale varia da 0,30 al Cairo a 0,35 a Aden, le linee di egual componente orizzontale hanno l'andamento di eclissi con l'asse maggiore diretto da E a W e col centro nel Golfo di Aden.

— Le recentissime ricerche di Tikhoff sembrano confermare i risultati del Nordmann secondo i quali si produrrebbe negli spazi celesti una dispersione come nei mezzi rifrangenti ordinari.

— Secondo osservazioni di Greenwich gli elementi dell' 8° satellite di Giove, scoperto dal sig. Melotte, sarebbero: polo del piano dell'orbita A. R. = $334^{\circ}.48'$; D = $56^{\circ}.44'$ N; distanza da Giove 0,24 unità; moto diurno *retrogrado* $0^{\circ}.266$.

— Il sig. Delagrange ha percorso ultimamente col suo aeroplano la distanza di 10 Km. in 9'.15".

— Il 12 aprile è partita da Dunkerque la spedizione arctica francese comandata dal capitano Bénard.

— È intenzione del governo Svedese di organizzare una spedizione scientifica allo Spitzberg per ricerche geologiche e geografiche.

— Lord Rayleigh è stato eletto Cancelliere dell'Università di Cambridge.

— Il 26 marzo un forte terremoto ha distrutto la città di Chilapa nel Messico.

— Al piroscafo « Cap Arcona » della « Hamburg-Süd-Amerika-Linie » è riuscito a mantenersi in scambievole relazione radiotelegrafica (sistema Telefunken) colla stazione di Scheveningen fino ad una distanza di 1400 Km. Il piroscafo possiede due alberi alti 31 m. alla distanza di 101 m. Le lunghezze d'onda usate furono di 350, 450, 800 m. La capacità dell'oscillatore è di 14500 cm. la lunghezza delle scintille 15 mm.

— Il Governo Turco si è deciso a stabilire comunicazioni radiotelegrafiche fra le varie parti dell'impero.

— Un nuovo processo telefotografico, inventato dall'Ing. Rodolfo Leonardi, si basa sull'impiego alla stazione trasmittente di una prova alla gelatina bicromatata, superiormente alla quale è disposta una scatola metallica a fondo elastico munito nel centro di una punta destinata a far contatto colla prova stessa.

La scatola è riempita con mercurio, il cui livello, in un tubo di vetro comunicante colla scatola, viene così fatto dipendere dallo spostamento comunicato al fondo elastico dalla punta; le posizioni estreme sul livello corrispondono ai massimi rilievi ed incavi della prova. Esplorando questi ultima mediante la punta si otterranno variazioni di livello nel tubo manometrico, traducendosi in variazioni di resistenza e quindi di intensità nella linea. Un solenoide che percorso dalla corrente di linea è situato nella stazione di arrivo ed il nucleo di esso, aspirato più o meno, produce un movimento di va e vieni che si converte, per il giuoco di una leva fornita all'altra estremità

di una penna registratrice assai sensibile, in tratti di intensità corrispondente. La pressione della penna sulla lastra ricevitrice essendo convenientemente regolata si ottiene all'arrivo una riproduzione, in forma di simili-incisione. Il movimento della lastra trasmettitrice deve naturalmente essere sincrono con quello della lastra ricevitrice.

— Fessenden annuncia di aver potuto telefonare senza fili mediante oscillazioni non smorzate (81700 oscillazioni al secondo) fra Boston e N. York (300 Km. di distanza).

Libri inviati per recensione.

- O. D. CHWOLSON — « Lehrbuch der Physik ». Vierter Band, erste Hälfte.
(Friedr. Vieweg. und Sohn, Braunschweig. 1908. Mk. 16).
- Dott. H. DANNEEL — « Principi di elettrochimica teorica ».
(Ditta N. Zanichelli. Bologna, 1908. L. 4).
- H. KAYSER — « Handbuch der Spectroscopie ». Band IV.
(S. Hirzel. Leipzig, 1908. Mk 72).
- A. RIGHI — « Le nuove vedute sull' intima struttura della materia ».
(N. Zanichelli, Bologna, 1908. L. 2,50).
- Dott. E. MOLINARI — « Chimica generale e applicata all' industria ». Vol. 2^o, Chimica organica, 1^a parte.
(U. Hoepli. Milano, 1908. L. 9).
- M. LANFRANCO — « Le frodi nei misuratori elettrici ».
(U. Hoepli, Milano, 1908, L. 4,50).
- Dott. FRANZ PETERS — « Thermoelemente und Thermosäulen ».
(Wilhelm Knapp, Halle a S., 1908. Mk 10).
- A. F. VON HÜBL « Das kopieren bei elektrischen Licht ».
(Wilhelm Knapp, Halle a S., 1908, Mk 1,80).
- Dott. R. NEUHAUSS — « Lehrbuch der Projectiön ».
(Wilhelm Knapp. Halle a S., 1908. Mk 4).
- UMBERTO MANNUCCI — « La moneta e la falsa monetazione ».
(U. Hoepli, Milano, 1908, L. 3).
- P. DUHEM — « Iosiah-Willard Gibbs ».
(Librairie Scientifique A. Hermann, Paris, 1908. L. 2).
- W. OSTWALD — « Come si studiano i corpi ».
(Fratelli Bocca, Torino, 1908. L. 5).
- W. LONGUININE et A. SCHUKAREW — « Méthods de calorimétrie ».
(A. Hermann, Paris, 1908, L. 8).

ERNST RUHMER — « Drahtlose telephonie ».

(Im Selbstverlage des verfassers, Berlin, 1907).

E. E. FOURNIER D'ALBE — « Die elektronen Theorie ».

(J. A. Barth, Leipzig, 1908. Mk. 4,80).

V. REINA — « Teoria degli strumenti diottrici ».

(U. Hoepli, Milano, 1908. L. 3).

Dott. A. WINKELMANN — « Handbuch der Physik [Erster Band. Zweite Hälfte (Allgemeine Physik)] ».

(J. A. Barth, Leipzig, 1908. Mk. 33).

Pubblicazioni inviate in dono alla Società Italiana di Fisica o al Nuovo Cimento.

E. ODDONE — « Dechainement des tremblements de terre à l'arrivée des ondes sismiques dues à un premier macro-sisme lointaine ».

(Dal Boll. della Soc. Sism. Italiana, vol. XII).

« Bulletin of the Bureau of Standards ». Vol. 3°, N°. 1, 2, 3, 4 (1907); Vol. 4°, N°. 1, 2, 3 (1908).

(Government printing Office. Washington).

Dott. U. G. PAOLI — « I primi elementi di analisi minerale sistematica ». (Bibl. del popolo, N. 445).

(Soc. Editr. Sonzogno. Milano, 1908).

I. GUARESCHI — « Nuove notizie storiche sulla vita e sulle opere di Macedonio Melloni ».

(Mem. della R. Acc. delle Scienze. Torino 1907).

« Annali dell' Ufficio centrale meteorologico e geodinamico italiano ». S. II. vol. XVII, parte III, 1895.

E. ODDONE — « Intorno al problema della rigidità della Terra ».

(Dalle Mem. della. Soc. degli Spettrosc. Ital. 1908).

Ing. LUIGI MONTEL — « Sulla teoria di un termosifone a rapida circolazione ».

(Da il Politecnico. Milano, 1908).

« Atti della Società Italiana per il Progresso delle Scienze »
— Prima riunione — Parma 1907.

(Edito dalla Soc. It. per il Progr. delle Scienze, Roma, 1908).

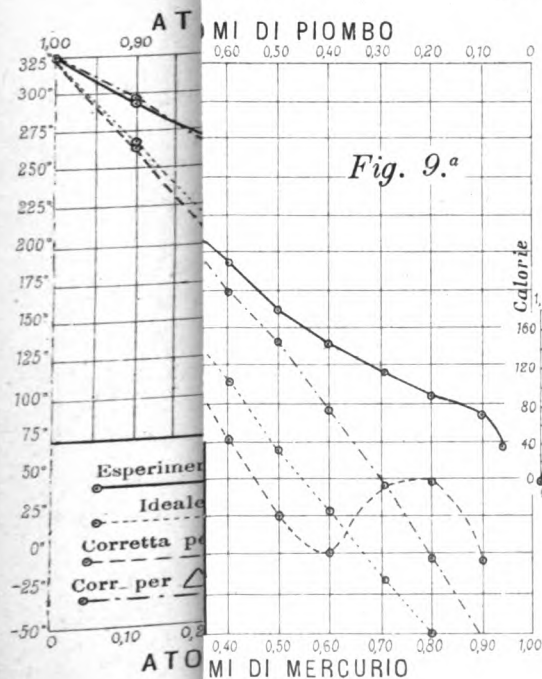
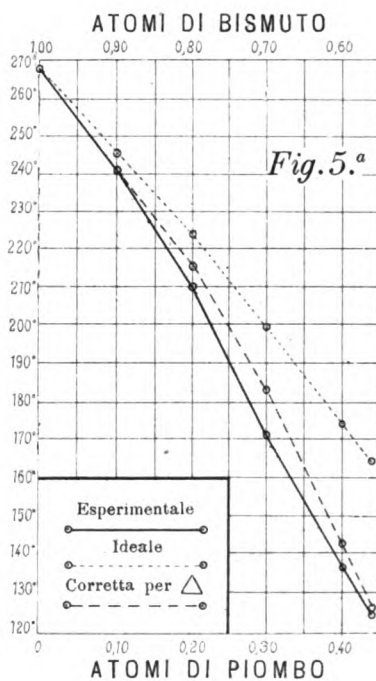
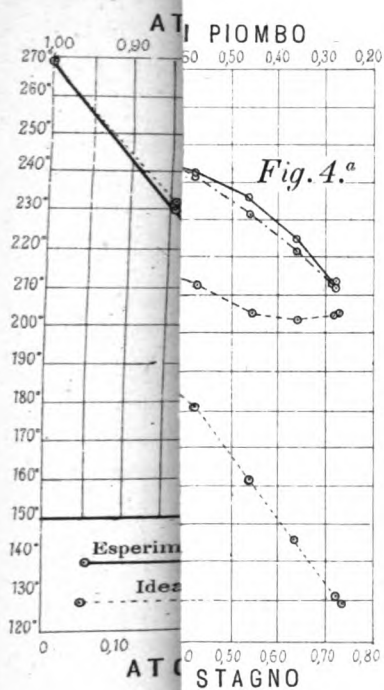
« Veröffentlichungen der Internationalen Kommission für wissenschaftliche Luftschiffahrt ». Jahrg 1905: heft 7 a 12; Jahrg 1906: heft 1 a 9.

(Inviati dal R. Ufficio Centr. di Meteorologia e Geodinamica. Roma).

« Cinquième Conférence de la Commission Internationale pour l'aerostation scientifique a Milan 1906 ».

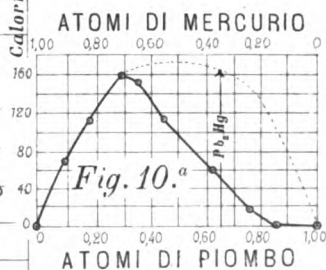
(Inviato dal R. Ufficio Centr. di Meteorologia e Geodinamica. Roma).

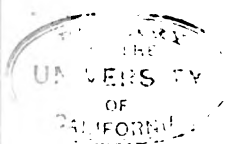
Responsabile: Prof. A. POCHETTINO.



AMALGAME DI PIOMBO

Calorie di mescolanza

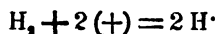




RICERCHE SUGLI ELETTRODI A GAS. — I. BISSIDO DI AZOTO.

Nota del Dott. UGO GRASSI ¹⁾.

Il caso più semplice di un elettrodo a gas è presentato da quello ad idrogeno; esso consta, come è noto di un elettrodo di platino platinato immerso per metà in una soluzione, e per l'altra metà in una atmosfera di idrogeno che si tiene di solito costantemente rinnovata mediante un lento e regolare gorgogliamento di idrogeno chimicamente puro; il processo elettrolitico che interviene a questo elettrodo è esprimibile con la equazione:



e si dimostra che la differenza di potenziale Δ tra l'elettrodo e la soluzione in cui esso è immerso è data da:

$$\Delta = \frac{RT}{F} \lg. \frac{p_{\text{H}_2}}{C_{\text{H}^+}} + \text{cost.}$$

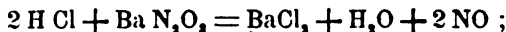
essendo come al solito R la costante della legge di Avogadro, T la temperatura assoluta, F la costante della legge di Faraday ed infine p la pressione parziale dell'idrogeno e C_{H^+} la concentrazione della soluzione rispetto agli ioni H^+ .

Oltre all'elettrodo ad idrogeno, studiato tra gli altri da Bose e da Czepinski sono stati studiati altri elettrodi a gas; ma non ho trovato nella letteratura alcun dato relativo ad elettrodi saturati con biossido di azoto.

Scopo del presente lavoro, che mi fu suggerito dal Prof. Ang. Angeli, è appunto quello di studiare il comportamento elettromotore del biossido di azoto.

¹⁾ Ricerche eseguite nel Laboratorio di Fisica del R. I. di Studi Superiori di Firenze.

2. — Il gas fu dapprima preparato facendo agire l'acido cloridrico sopra il sale di bario dell'acido nitroidrossilamminico, secondo la reazione



in seguito dovendo disporre di quantità piuttosto considerevoli di gas, esso fu preparato conformemente alle indicazioni di Emich ¹⁾ facendo agire acido solforico sopra soluzioni non molto concentrate di nitrito sodico in presenza di mercurio metallico. Il gas così ottenuto si lavava attraverso a soluzioni di idrato sodico allo scopo di trattenere le tracce di N_2O_4 che potevano entrare come impurità nel gas greggio. Secondo le analisi di Emich il biossido di azoto preparato in questa maniera è molto puro.

Fin dalle prime esperienze ebbi occasione di notare come (probabilmente per filtrazione dell'ossigeno dell'aria o per azioni catalitiche) i pezzi di tubo di gomma che congiungevano il gassometro coll'apparecchio di misura venivano notevolmente attaccati; ciò portava con molta probabilità ad una alterazione del gas stesso che poteva avere una influenza forse considerevole sulle misure definitive.

Provvidi perciò ad una disposizione sperimentale in cui il biossido di azoto non fosse mai in contatto con tubo di gomma o con altre sostanze organiche alterabili ma arrivasse all'apparecchio di misura solo attraversando dei tubi di vetro.

La disposizione è rappresentata dalla figura 1; il gassometro (formato con una piccola damigiana della capacità di dieci litri circa) è a pressione costante inquantochè il dislivello tra *a* e *b* è mantenuto costante; il gas spinto dalla pressione del gassometro attraversa un sottilissimo capillare *k* ottenuto strozzando un capillare più ampio; con un po' di pratica si fanno dei capillari così sottili che il gorgogliamento del gas sia lentissimo e regolare; ad esempio che sia di dieci bolle al minuto primo con un dislivello di circa trenta centimetri; variando il quale, esso si poteva accelerare o rallentare. Per evitare che, come accadde nei primi tentativi, delle tracce di uni-

1) Mon. Ref. f. Chemie 18°.

dità condensandosi nel capillare ostruissero il passaggio del gas, tenni *k* leggermente riscaldato con una spirulina di costantina percorsa dalla corrente.

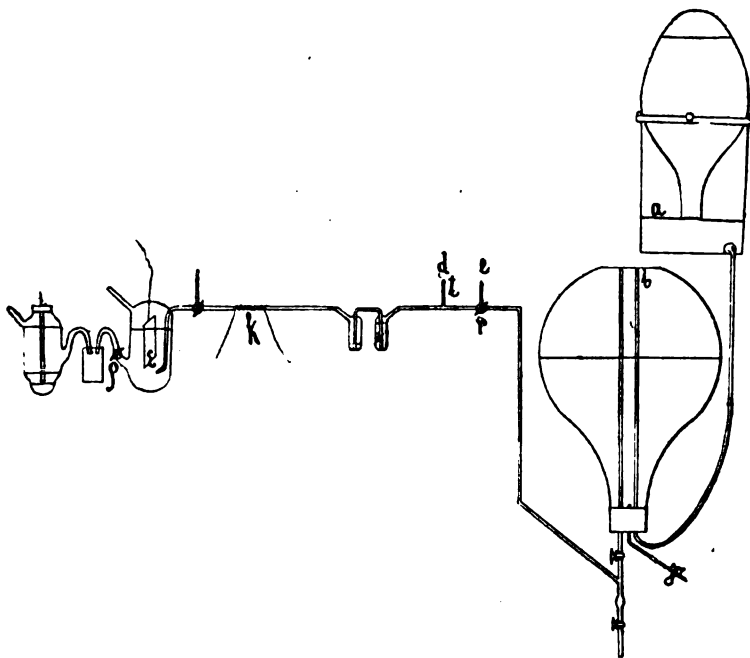


Fig. 1.

Per riempire il gassometro innestava in *d* l'apparecchio di sviluppo: lasciavo scorrere un po' di gas per *e*, indi girando rapidamente il rubinetto *n* a tre vie stabilivo la comunicazione con l'interno del gassometro; chiudevo quindi alla fiamma il tubo *t*. Nella bocca di lavaggio avevo posto della soluzione di idrato sodico di media concentrazione.

Le precauzioni per evitare la formazione di N_2O_4 e per fissarne le tracce portate con sè dal gas greggio sono necessarie per stabilire la natura di alcune reazioni che avvengono in soluzione alcalina.

L'elettrodo in esame ϵ era di platino platinato, e la differenza di potenziale tra esso e la soluzione nella quale era immerso fu misurata rispetto a quella di un elettrodo H a calo-

melano normale (Hg, Hg Cl — K Cl normale) preparato con le consuete avvertenze.

Come strumento di misura impiegai un potenziometro della Officina Galileo il quale permetteva di leggere anche i diecimillesimi di Volta. Alle estremità di esso era applicato un accumulatore di notevole capacità; per ridurre la scala del potenziometro in Volta impiegavo una pila campione del tipo Clark (f. e. = 1,0188 Volta). Il galvanometro era un Siemens molto sensibile e di resistenza interna elevata (10000 Ohm).

Per istabilire la comunicazione tra la soluzione dell'elettrodo campione e quella dell'elettrodo in esame adoperai una soluzione concentrata di nitrato ammonico per le soluzioni acide ed una di nitrato sodico per quelle alcaline; la differenza di potenziale al contatto tra le diverse soluzioni resta allora, secondo le determinazioni di Cumming ¹⁾, praticamente annullata; il rubinetto φ non era ingrassato e si teneva chiuso; era così completamente evitata la diffusione delle soluzioni; e d'altra parte la notevole resistenza introdotta così nel circuito non toglieva molto alla sensibilità del galvanometro in grazia della sua elevata resistenza interna.

L'elettrodo normale e quello di ricerca erano contenuti in un vaso di vetro immerso a sua volta in un termostato regolato elettricamente (fino al mezzo decimo di grado) alla temperatura di 18°.

3. — Il potenziale dell'elettrodo in soluzioni acide si mantiene ben definito e non varia al variare della rapidità del gorgogliamento del biossido di azoto. La costanza e riproducibilità di questo elettrodo è perfettamente paragonabile con quella ad esempio dell'elettrodo ad idrogeno.

Nella tabella seguente sono raccolti i risultati relativi alle soluzioni acide. La prima colonna contiene il tenore acido delle soluzioni e si deve notare che le soluzioni acide più concentrate furono preparate con acido cloridrico; i numeri scritti nella prima colonna rappresentano la sua concentrazione e quindi soltanto in via approssimata quella degli ioni H; la soluzione avente la acidità $1,8 \cdot 10^{-8}$, fu preparata con una so-

1) Z. f. Elekt. Chemie. 1907.

luzione 0,5 normale tanto rispetto all'acido acetico quanto rispetto all'acetato sodico; allora essendo $1,8 \cdot 10^{-6}$, la costante di dissociazione dell'acido acetico si avrà:

$$\text{Concentr. ioni H}^+ \times \frac{\text{Conc. ioni CH}_3\text{.COO}^+}{\text{Conc. mol. CH}_3\text{.COOH}} = 1,8 \cdot 10^{-6}$$

ed essendo la concentrazione dell'acido acetico non dissociato uguale a quella degli ioni CHCOO^+ ne viene che la soluzione ha precisamente la concentrazione voluta di $1,8 \cdot 10^{-6}$, rispetto agli ioni H^+ ; ed una tale concentrazione è modificata pochissimo da impurità acide od alcaline.

La colonna 2^a della stessa tabella contiene le differenze di potenziale $P_{\text{H}_2} - P_{\text{Hg}}$ tra l'elettrodo in esame e quello a calomelano; la colonna 3^a i valori della differenza di potenziale tra l'elettrodo in esame e la soluzione nella quale esso è immerso; valori che furono calcolati dai precedenti ammettendo che la differenza di potenziale tra l'elettrodo a calomelano e la sua soluzione sia di 0,555 Volta ¹⁾.

Acidità	Δ ²⁾	$P_{\text{H}_2} - \text{soluzione}$	Differenze
1,00 norm.	$\left. \begin{array}{l} 0,6035 \\ 0,6072 \\ 0,5960^* \end{array} \right\} 0,609$	1,164	—
0,10 norm.	$\left. \begin{array}{l} 0,5456 \\ 0,5450 \\ 0,5464^* \end{array} \right\} 0,546$	1,101	0,063
0,01 norm.	$\left. \begin{array}{l} 0,4897 \\ 0,4876 \\ 0,4936 \end{array} \right\} 0,490$	1,045	0,056
0,001 norm.	$\left. \begin{array}{l} 0,4325 \\ 0,4350 \end{array} \right\} 0,433$	0,988	0,057
$1,8 \cdot 10^{-6}$	$\left. \begin{array}{l} 0,2878 \\ 0,2890 \end{array} \right\} 0,288$	0,843	0,145

1) Van Laar. Lehrbuch d. Elektrochemie pag. 146.

2) I numeri segnati con un asterisco sono quelli osservati con biossido di azoto ottenuti con BaN_2O_8 .

I valori riportati sono naturalmente quelli osservati quando la costanza delle indicazioni del potenziometro mostrava che si era stabilito l'equilibrio tra l'atmosfera del gas involgente l'elettrodo e l'elettrodo stesso.

Questo equilibrio era in generale raggiunto dopo 24 ore; qualche volta in un tempo minore qualche volta in un tempo maggiore. Ecco ad esempio le osservazioni fatte ad intervalli diversi con la soluzione $1,8 \cdot 10^{-6}$, normale rispetto agli ioni H^+

dopo	1 ^h	2 ^h	12 ^h	22 ^h	30 ^h
	0,2910	0,2870	0,2877	0,2878	0,2875

In ogni caso la differenza di potenziale con le soluzioni acide una volta stabilita non dipendeva affatto dalla rapidità del gorgogliamento del gas.

4. — Il potenziale dell'elettrodo in soluzioni alcaline raggiunge l'equilibrio più lentamente che con le soluzioni acide. In generale l'andamento è il seguente: pochi istanti dopo che è incominciato il gorgogliamento del gas l'elettrodo di platino è negativo rispetto al mercurio dell'elettrodo a calomelano; proseguendo il gorgogliamento la differenza di potenziale tra i due elettrodi diminuisce, la variazione assume ad un dato istante un andamento rapidissimo e nelle soluzioni più diluite si arriva ad una inversione nel segno della differenza di potenziale tra i due elettrodi; si va alla fine avvicinandosi ad un valore finale che si mantiene sensibilmente costante anche variando la rapidità del gorgogliamento del biossido di azoto.

Furono osservati i seguenti valori finali:

Concentrazione di $\frac{1}{2} Ba(OH)_2$	Δ	$P_{No} - soluz.$
0,33 norm.	$\begin{matrix} +0,1160 \\ +0,1156 \end{matrix} \} +0,116$	$+0,671$
0,033 norm.	$\begin{matrix} +0,4065 \\ +0,4073 \end{matrix} \} +0,407$	$+0,962$

Concentrazione di NaOH	Δ	$P_{No} - \text{soluz.}$
1,00 norm.	$\left. \begin{array}{l} -0,1803 \\ -0,1791 \\ -0,1943^* \end{array} \right\} -0,180$	$+0,375$
0,06 norm.	$\left. \begin{array}{l} +0,3298 \\ +0,3290 \end{array} \right\} +0,329$	$+0,884$
0,01 norm.	$+0,361 \quad \} +0,361$	$+0,916$

L'andamento del potenziale in soluzioni alcaline si presenta dunque del tutto diverso da quello osservato nelle soluzioni acide; il valore che si calcolerebbe per la soluzione Na OH normale in base alla variazione di 0,057 Volta osservata nelle soluzioni acide per ogni riduzione della concentrazione degli ioni H^+ nel rapporto da dieci ad uno sarebbe $-0,168$ (una soluzione normale rispetto agli ioni OH^- è 10^{-14} volte normale rispetto agli ioni H^+); e questo valore si accorderebbe abbastanza bene con quello osservato; ma non appena passiamo a soluzioni più diluite compare una notevole deviazione dei valori osservati da quelli calcolati; i valori osservati si avvicinano assai più che non dovrebbero a quelli relativi alle soluzioni acide.

In principio provavo difficoltà ad ammettere che il biossido di azoto che veniva lavato attraverso alle soluzioni di soda potesse nel breve tempo durante il quale procedeva una esperienza, neutralizzare anzi rendere acide le soluzioni originariamente alcaline contenute nel recipiente di ricerca; senonchè tutte le soluzioni che avevano presentata la suddetta anomalia avevano effettivamente perduta la loro alcalinità; infatti non arrossavano più la fenoltaleina ed inoltre alcune arrossavano in maniera decisa la tintura di laccamuffa. Anche la circostanza che la variazione del potenziale assumeva ad un certo istante un andamento rapidissimo bastava forse da sola a dare l'indizio di un processo di neutralizzazione; basta infatti ricordare ¹⁾ che le osservazioni elettrometriche con elet-

1) Böttger. Z. f. phys. Chem. 24°, 252 (1-97).

trodi ad idrogeno si prestano bene a determinare il punto di neutralizzazione, giacchè conformemente a quanto predice la teoria, la variazione del potenziale nel passaggio attraverso al punto neutro assume un andamento assai rapido.

È dovuta a Gay-Lussac la osservazione che il biossido di azoto rimasto in contatto per molti mesi con una soluzione concentrata di idrato potassico dà del nitrito potassico e dell'ossidulo di azoto; e questo può benissimo spiegare la neutralizzazione da me osservata nelle soluzioni alcaline; ed infatti conformemente al comportamento dei nitriti, le soluzioni neutralizzate dal gorgogliamento del biossido di azoto scoloravano istantaneamente le soluzioni acide diluite di permanganato potassico; per ispiegare poi la maggiore rapidità con la quale, a differenza di quanto ha osservato il Gay-Lussac avviene la reazione nel caso mio è sufficiente invocare una azione catalitica della spugna di platino. Questo fenomeno di autoossidazione del biossido di azoto fu pure osservato da Berthelot alla temperatura di 520°



e nel caso nostro sarebbe accelerato cataliticamente dalla spugna di platino. Anzi fu Berthelot che mise bene in chiaro come il biossido di azoto, che era giudicato per uno dei gas più stabili, lo è ad es. meno del protossido. Questo difetto di stabilità del biossido si manifesta pure, secondo Berthelot, nelle numerose reazioni lente manifestate dal biossido stesso; sia che si risolva in azotite ed in protossido sotto la influenza della potassa, sia che a freddo ossidi dei corpi minerali od organici tanto da ridursi a protossido, o ad azoto, o anche ad ammoniaca.

5. — Ma volendo mettere assolutamente fuori di dubbio il processo chimico che nelle soluzioni alcaline porta dal biossido di azoto ai nitriti, ho eseguita una esperienza alla seguente maniera:

Un recipiente R della forma indicata nella figura 2ª era connesso per *g* con un gassometro contenente dell'azoto. L'azoto arrivava ad R attraverso a sei boccie di lavaggio contenenti della soda concentrata e pirogallolo, usciva da R per *f*

gorgogliando attraverso a dell'acqua; sul fondo di R stava del nero di platino ottenuto dal cloruro mediante la ebollizione con carbonato sodico ed alcool. Per mezzo di un bagno di

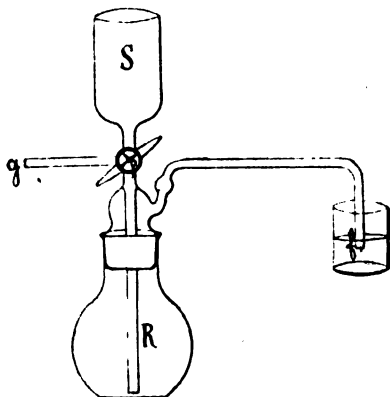


Fig. 2.

sabbia portavo la temperatura di R a 220° circa, indi senza interrompere il gorgogliamento dell'azoto lasciavo raffreddare, ripetevo poi la operazione per altre tre volte. Con tale trattamento l'ossigeno poteva considerarsi come completamente eliminato dal recipiente R. Posto ciò, connettevo R col gassometro a biossido di azoto saldandolo alla fiamma in *l* (fig. 1) dopo aver girato il rubinetto *p* a tre vie per far comunicare *g* con S. Lasciavo scorrere per un'ora circa il biossido per *g* e S per eliminare l'ossigeno entrato nel tubo durante questa operazione. Ponevo poi in comunicazione il gassometro con R senza interrompere l'efflusso di biossido.

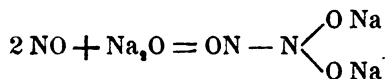
Dopo ciò ponevo in S una soluzione decimo normale di soda fatta precedentemente bollire alquanto (con refrigerante a ricadere) per toglierle la maggior parte dell'ossigeno che poteva tenere in soluzione; giravo allora il rubinetto in maniera da far entrare la soluzione di idrato sodico nel palloncino fino a riempirlo per due terzi circa: giravo poi rapidamente il rubinetto per connettere nuovamente R con il gassometro e lasciavo che il biossido gorgogliasse attraverso alla soluzione. Dopo 48 ore estrassi la soluzione che non arrossava

più la fenoltaleina e presentava una lieve tendenza ad arrossare la laccamuffa.

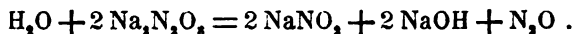
Con una soluzione di permanganato (titolata precedentemente con una soluzione contenente una quantità pesata di nitrito sodico puro di Merck), previa aggiunta di acido cloridrico stabilivo il titolo in nitrito della soluzione in esame; esso mi risultò uguale a 0,005, nor.; ossia pressochè tutto l'idrato sodico era stato trasformato in nitrito; presumibilmente il resto era passato a nitrato per l'azione ossidante dell'ossigeno rimasto nella soluzione non ostante la ebollizione.

Il processo di salificazione dell'idrato sodico per mezzo del biossido può essere interpretato alla seguente maniera:

In un primo stadio si forma il sale sodico dell'acido nitro-idrossilamminico



che in seguito si decompone secondo lo schema (Vedi Angeli, « Sopra alcuni composti ossigenati dell'azoto ». Firenze 1907)



Ora questa decomposizione non avviene che lentissimamente alla temperatura ordinaria, ma può essere notevolmente accelerata dal nero di platino; che effettivamente avvenga ciò provai alla seguente maniera: Il sale di bario dell'acido nitro-idrossilamminico è poco solubile in acqua; sbattendo un po' di acqua con esso filtrando e titolando con permanganato ottenni che:

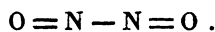
10 c.m. di soluzione equivalgono a 8 c.m. di sol. di permanganato.

Se nell'acqua si trova sospeso del nero di platino si vede già ad occhio che il $\text{Ba N}_2\text{O}_4$ entra più copiosamente in soluzione; d'altra parte filtrando e titolando il filtrato con la stessa soluzione di permanganato si ha che:

10 c.m. di soluzione equivalgono a 60 c.m. di sol. di permanganato. La spugna di platino decompone adunque il $\text{Ba N}_2\text{O}_4$ in nitrito ed iponitrito che sono assai più solubili.

Del resto le soluzioni concentrate di $\text{Na}_2\text{N}_2\text{O}_3$ che sono stabilissime anche al riscaldamento si decompongono nel senso indicato con copioso sviluppo gassoso senza dubbio di protossido di azoto quando si aggiunga ad esse del nero di platino.

Stabilito ciò torna naturale l'ammettere che il biossido di azoto entri in reazione quasi sempre passando attraverso al radicale nitroidrossilamminico e con ciò si spiegherebbe la singolarità (vedi Angeli l. c. pag. 13) per cui nel mentre il biossido di azoto nelle determinazioni di densità allo stato gassoso presenta sempre un peso molecolare semplice, nelle reazioni compare sempre come



Sotto questo aspetto anche le autoossidazioni osservate da Berthelot a 500° sarebbero da considerarsi come decomposizioni del prodotto intermedio nitroidrossilamminico e sarebbe di grande interesse il vedere se non cessassero di manifestarsi quando il biossido di azoto fosse assolutamente secco.

5. — Ho fatto ancora due saggi relativi alla influenza che ha la pressione parziale di NO sopra il potenziale elettrolitico dell'elettrodo; per diminuire la pressione parziale adottai l'artificio della diluizione con un gas indifferente già impiegato con profitto dallo Czepinski nello studio dell'elettrodo ad idrogeno. Come gas di diluizione impiegai dell'etano ottenuto per mezzo della elettrolisi dell'acetato sodico e lavato accuratamente attraverso a soluzioni di idrato sodico e pirogallolo.

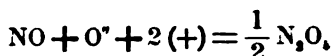
I risultati ottenuti sono i seguenti:

	$\text{NO} + 4 \text{CH}_3 - \text{CH}_3$	$\text{NO}^{1)}$	$\Delta_1 - \Delta_2$
HCl. norm.	$\Delta_1 = 0,6368$	$\Delta_2 = 0,609$	0,027
$[\text{H}^+] = 1,8 \cdot 10^{-6}$ norm.	$\Delta_1 = 0,2020$	$\Delta_2 = 0,2880$	0,004

6. — Il fatto che la variazione dovuta al passaggio da una soluzione acida ad una dieci volte più diluita è sensibilmente

1) Vedi Tabella I.

prossimo a 0,0577 Volta, mostra che l'ione H^+ entra, o direttamente o indirettamente a determinare il comportamento elettrolitico del biossido di azoto. La reazione che avviene all'elettrodo potrebbe pertanto essere rappresentata così:



In una pila

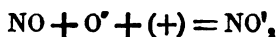


il processo che avverrebbe sarebbe adunque la formazione di ipozotite dall'ossigeno e dal biossido. Il calore di formazione per un tale processo chimico $(\frac{1}{2} N_2 O_4 + O + Acq. \quad)$ è data secondo Thomson da 19570 kal. più 7750 kal. di soluzione. Questi valori darebbero secondo la regola di Thomson una forza elettromotrice

$$\frac{27.320}{2 \times 22782} = 0,61 \text{ Volta .}$$

D'altra parte dai dati di pag. 471, ammesso per l'ossigeno il potenziale di $-1,493$ Volta si calcolerebbe per la stessa pila una forza elettromotrice di $0,329$; valore notevolmente più piccolo di quello calcolato sopra: ma la deviazione potrebbe spiegarsi ammettendo una forte variabilità della forza elettromotrice con la temperatura. Analoga deviazione si riscontra come è noto nella pila Grove.

Ma, indipendentemente anche da questo, il fatto che le soluzioni alcaline in presenza di spugna di platino passano quasi totalmente a nitriti rende più probabile il processo elettrolitico espresso dalla formula:



Ammesso ciò il potenziale dell'elettrodo sarebbe dato, come è noto, da:

$$(1) \quad \Delta = - \frac{RT}{F} \lg. \frac{P_{NO} [O']}{[NO']} + \text{cost}$$

o anche tenendo conto che

$$[H\cdot] \cdot [OH] = \text{cost.}$$

$$\Delta = - \frac{RT}{F} \lg. \frac{P_{NO}}{[H\cdot] \{ [H\cdot] \cdot [NO_2] \}} + \text{cost.}$$

Ora il prodotto $[H\cdot] [NO_2]$ è il prodotto di solubilità dell'acido nitroso ed è proporzionale come è noto alla radice quadrata della pressione parziale di $N_2 O_2$ ($\frac{1}{2} N_2 O_2 + \frac{1}{2} H_2 O = HNO_2$) per cui si può anche scrivere

$$\Delta = - \frac{RT}{F} \lg. \frac{P_{NO}}{[H\cdot] P_{N_2 O_2}^{\frac{1}{2}}} + \text{cost.}$$

Ora se avviene la reazione già supposta



si deve avere per la legge sulla azione di massa

$$P_{NO} = P_{N_2 O_2}^{\frac{1}{2}}$$

ossia :

$$\Delta = \frac{RT}{F} \lg. H^+ + \text{cost.}$$

Dunque il potenziale dell'elettrodo deve dipendere pochissimo dalla pressione parziale del biossido di azoto.

Le ultime misure fatte conforterebbero una tale interpretazione; difatto la variazione del potenziale per una riduzione ad un quinto della pressione parziale del biossido è di 0,027 volta in soluzioni fortemente acide e di 0,004 in soluzioni quasi neutre ($[H\cdot] = 1,8 \cdot 10^{-6}$) nelle quali la reazione (2) deve avvenire in maniera notevolmente rapida.

Data la molteplicità delle ossidazioni e riduzioni possibili degli ossidi di azoto la precedente spiegazione sul processo elettrolitico in vicinanza dell'elettrodo non può essere assoluta, giacchè è ben naturale che essa può essere sostituita da molte altre ad es. da quella già accennata senza che per questo (sa-

rebbe facilissimo il provarlo in base alla legge sulla azione di massa) ne risultassero modificate le conclusioni relative alla influenza della diluizione del biossido di azoto e degli ioni H sopra il valore della differenza di potenziale; tutto dipende come è noto dalla rapidità maggiore o minore con cui un processo predomina sugli altri.

I risultati ottenuti da queste ricerche sono i seguenti :

1. — Il biossido di azoto in presenza di platino suddiviso salifica gli idrati con rapidità maggiore che non si ammettesse finora. Tale salificazione deve avvenire con un passaggio attraverso a sali dell'acido nitroidrossilamminico che si decompongono per dare origine a nitriti e a protossido.

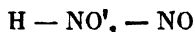
La azione catalitica del platino è dovuta appunto al fatto che esso favorisce la decomposizione di questi sali.

Torna naturale l'ammettere che il biossido di azoto nelle reazioni cui esso dà luogo passi attraverso il radicale nitroidrossilamminico e con ciò si spiega la singolarità sua propria, di presentarsi nelle reazioni chimiche con la molecola raddoppiata pur avendo una densità gassosa completamente normale.

2. Il potenziale del biossido in soluzioni acide è stato studiato ed il suo comportamento fu trovato regolare ed esprimibile con la formula

$$\Delta = 0,0577 \lg. H \cdot + \text{cost.}$$

In soluzioni debolmente acide esso dipende pochissimo dalla pressione parziale. Si può aggiungere che una pila



ha una forza elettromotrice di 0,80 Volta, essendo NO positivo rispetto a H'.

È mia intenzione di proseguire queste ricerche estendendole ad altri gas ed anche a gas elettricamente inerti saturati con vapori di liquidi aventi un punto di ebollizione basso, e poco solubili in acqua.

Ringrazio il Prof. Angeli dei preziosi consigli datimi.

**ALCUNE ESPERIENZE COLLE RADIAZIONI INVISIBILI DELLA SCARICA ESPLOSIVA
NELL'ARIA.**

Nota del Dott. I. SCHINCAGLIA.

È noto che il fenomeno di Hertz ¹⁾, cioè della diminuzione del potenziale di scarica per opera dei raggi ultravioletti si può riprodurre adoperando svariati dispositivi, nei quali riesce manifesta l'azione favorente dovuta a tali radiazioni. Quando però si tenta di farne uno studio quantitativo si trovano risultati abbastanza discordi, e per convincersene basta leggere le numerose memorie dei vari sperimentatori. Ciò dipende dal fatto che molti elementi concorrono alla produzione del fenomeno, che varia sensibilmente al mutare delle condizioni fisiche dell'esperienza. Così dal modo con cui l'eccitatore viene elettrizzato può avere luogo una scarica statica o impulsiva, e su quest'ultima l'azione dei raggi ultravioletti, come quella dei raggi di Röntgen, è assai più manifesta ²⁾.

La variazione del potenziale di scarica nell'effetto favorente o impedente, fu studiata quasi sempre tenendo conto della lunghezza delle scintille: nelle varie disposizioni sperimentali vengono usati i rocchetti di induzione, o le macchine elettrostatiche a influenza, e alle radiazioni ultraviolette di una scarica si sostituiscono alle volte quelle dell'arco o d'altra sorgente luminosa. Nell'esaminare la maggiore o minore sensibilità dei vari dispositivi, dopo i risultati dello Swyngedauw, devesi distinguere se l'azione si riferisce a potenziali statici o a dinamici. Così Hertz, Wiedemann ed Ebert ³⁾, Elster e Geitel ⁴⁾, Sella e Maiorana ⁵⁾, Filippini ⁶⁾, Berti ⁷⁾ ed altri

1) Wiedemann Annalen, Vol. 31, pg. 983.

2) Swyngedauw. Comptes Rendus, tomo 121-122 (1895-96).

3) Wied. Ann., V. 33, 1888.

4) Wied. Ann., V. 89.

5) La scarica elettrica attraverso i gas e i raggi X. Loescher, 1897.

6) Nuovo Cimento, 1904, 2° Semestre.

7) L'Elettricista, 1905.

hanno sperimentato sopra scariche statiche, le disposizioni invece di Klemencic ¹⁾, di Swyngedauw, di Sella ²⁾ e dell' A. ³⁾ si riferiscono a scariche impulsive. I valori numerici che si leggono nei succitati lavori portano sempre, specie nei primi, a piccole differenze di lunghezza nelle scintille: così dalle esperienze di Sella e Maiorana, eseguite con due rocchetti in derivazione sopra il circuito di una stessa pila, si hanno le seguenti cifre per i due spinterometri collegati ai capi del secondario :

Distanza tra i due spinterometri	Lunghezza della scintilla passiva	
	con lo schermo	senza schermo
∞	mm. 0,8	mm. 0,8
cm. 50	» 0,8	» 0,9
» 30	» 0,8	» 1,1
» 10	» 0,8	» 1,3
» 2	» 0,8	» 1,8

La scintilla passiva, come appare dallo specchietto, può perfino raddoppiarsi sotto l'influenza delle radiazioni: ciò però quando la distanza tra le due scintille è ridotta appena a 2^c.m., mentre a mezzo metro l'azione è tale che l'aumento è soltanto dell'11 per cento circa.

Esaminiamo un po' la disposizione frequentemente usata dallo Swyngedauw: in essa il circuito di una bottiglia di Leyda è interrotto da un eccitatore principale I e comprende una bobina: le estremità di questa sono in contatto coi poli di un eccitatore derivato E. Si mantiene costante I e si determina la distanza esplosiva massima a cui si possono allontanare i due poli dell'eccitatore derivato perchè a ciascuna scintilla principale in I si osservi una scintilla derivata in E, quando sia e non sia colpito dai raggi ultravioletti. Se d è la distanza critica nel 2° caso, $d + \Delta$ sarà quella del 1°. Ora con $I = \text{mm. } 5$ in E si ha $d = \text{mm. } 4,7$ e $d + \Delta = \text{mm. } 5,4$ colla luce concentrata di un arco posto a 50 cm. da E. Se si adopera quale sorgente di luce la scintilla in I, si ottiene $d + \Delta = 5,7$ per

1) Wied. Ann., V. 59, 1896, pg. 63.

2) Nuovo Cimento, 1899.

3) Nuovo Cimento, 1904, 2° semestre.

una distanza di 20 cm. Con un effluvio elettrico da una punta unita alla macchina di Woss mentre $I=8$ mm., E passa da 7,5 a 10,6 e tale differenza dà il massimo valore ottenuto per Δ .

Nella presente nota si vogliono porre in evidenza alcune disposizioni sperimentali trovate dall' A. nelle quali l' azione dei raggi emananti da una scintilla riesce perfino a quintuplicare la lunghezza di una scarica. Due spinterometri B, C a grosse sfere e distanti tra loro di un metro (fig. 1), sono

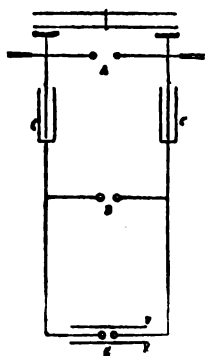


Fig. 1.

posti in derivazione sulle armature esterne di due condensatori C, C', mentre le interne comunicano coi poli A di una macchina elettrostatica. A, B, C sono in linea retta e B dista pure un metro da A. Se lo spinterometro C viene difeso con ampie lastre di vetro V, V dalle radiazioni di B, di A, e della macchina, può accorciarsi in modo straordinario. Così p. es. mentre scocca in A una scintilla di mm. 35 la scarica laterale avviene indifferentemente in B o in C con valori di 22 mm. e 18 mm., ma quando si ripara C (mentre B rimane all' incirca costante) bisogna diminuirne l' intervallo fino a 5 mm. per ottenere lo stesso effetto.

Una sensibilità maggiore fu raggiunta partendo dalla disposizione indicata dal Sella ¹⁾, ma variando l' impedenza. In

1) Loc. cit.

queste esperienze fu trovata una condizione di massimo effetto e il risultato numerico mi pare così sorprendente, a paragone di quelli ottenuti in precedenza da altri, che stimo opportuno descrivere la disposizione sperimentale.

Le palline A di una buona Wimshurst (fig. 2) capace di dare nell'aria scintille ben nutrite di una dozzena di centi-

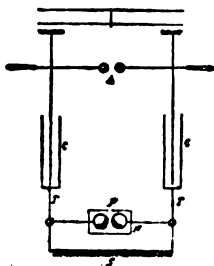


Fig. 2.

metri, sono in comunicazione colla armature interne di due condensatori cilindrici di media grandezza, mentre le esterne, poggiate sopra una stessa base di legno, comunicano mediante grossi tubi T con un micrometro a scintilla P, munito di grandi sfere (40 mm. di diametro). Queste, poichè su di esse viene studiata l'azione dei raggi ultravioletti, sono completamente racchiuse in una scatoletta di cartone N che ha un piccolo foro nella parete superiore, per il quale possono passare le radiazioni provenienti dalla scintilla attiva della macchina elettrostatica. Tale precauzione fu trovata necessaria in precedenti esperienze ¹⁾. In derivazione sulle asticelle del micrometro si potevano porre tante eliche S del medesimo passo, da me preparate con uno stesso filo di rame argentato e isolato del diametro di mm. 1,3: con questo io ho fatto variare il valore dell'impedenza, e bastava chiudere l'apertura della scatoletta con una lastrina di vetro per riparare completamente le palline dello spinterometro passivo dalle radiazioni efficaci provenienti sì per via diretta come per riflessione dalla scintilla attiva A, e dagli effluvi della macchina.

1) Nuovo Cimento, 1904.

Tenendo fissa la lunghezza della scintilla attiva, misuravo la distanza esplosiva in P quando la scarica tra le armature esterne avveniva indifferentemente o nello spazio d'aria tra le sfere, o attraverso l'elica. Poichè si sa ¹⁾ come grande sia l'influenza delle scintille precedenti sul valore delle distanze esplosive, le misure venivano fatte a questo modo. Avvicinate le sfere dello spinterometro passivo fino a toccarsi, colla manovella della vite micrometrica le allontanavo adagio, adagio fino a cogliere la distanza limite oltre la quale non si vedevano più le scariche, poi lasciando ogni cosa in riposo per un po' di tempo, ritornavo a fare avvicinare le palline cogliendo qui pure la distanza a cui scoccava la prima scintilla. Notavo poi la media delle due lunghezze ottenute sia riparando lo spinterometro, come senza riparo alcuno, e variando le eliche.

Il prospetto che segue dà i risultati di una serie di esperienze. I metri segnati esprimono le lunghezze del filo nelle varie eliche adoperate, i numeri delle colonne sotto la lettera S e V significano i millimetri di scintilla passiva ottenuti per una data lunghezza di scintilla attiva, rispettivamente senza e con riparo dai raggi ultra-violetti.

1) Jaumann. Wied. Ann., Vol. 55, 1895.

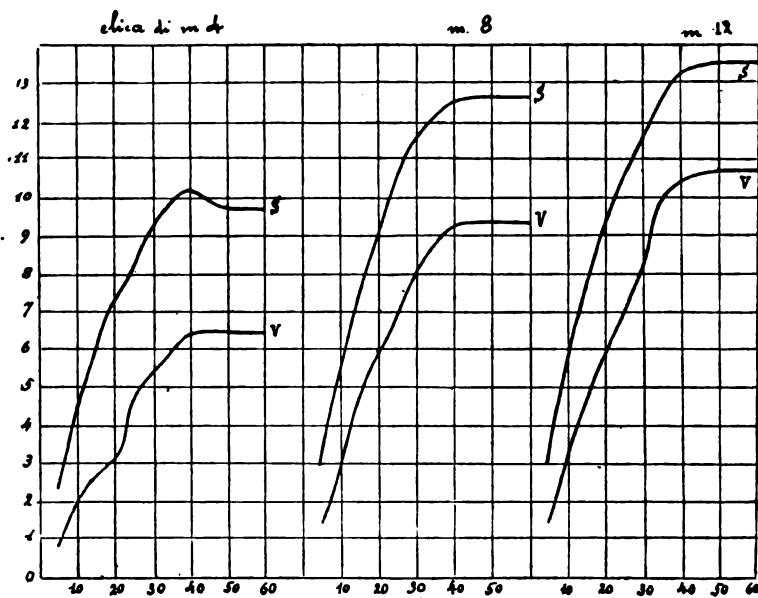
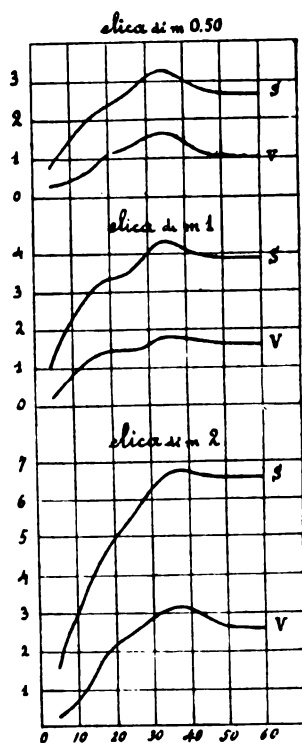
Lunghezza della scintilla attiva mm.	Scarica laterale															
	m. 60		m. 1		m. 3		m. 4		m. 8		m. 12		m. 16		m. 24	
	S	V	S	V	S	V	S	V	S	V	S	V	S	V	S	V
5	0,8	0,25	1,1	0,3	1,6	0,4	2,38	0,78	2,9	1,4	3,1	1,5	3,3	1,6	3,4	1,8
10	1,4	0,4	2,28	0,7	3	0,87	4,4	2	5,5	2,7	5,7	3	6,1	3,2	6,5	3,5
15	2	0,6	3	1,3	4,2	1,5	6	2,7	7,4	4,8	7,7	4,9	8,2	4,9	8,6	5,3
20	2,4	1,1	3,4	1,4	5	2,25	7,37	3	9,2	5,9	9,5	5,9	9,7	6,6	10,7	6,9
25	2,6	1,2	3,4	1,4	5,45	2,45	8	4,7	10,4	6,8	10,7	7	11,2	7,8	12,5	8,9
30	3,1	1,5	4	1,5	6,3	2,9	9,2	5,3	11,58	8,1	11,8	8,3	12,7	9,9	13,8	10,5
35	3,3	1,6	4,38	1,78	6,7	3,1	9,9	5,8	12,16	8,8	12,8	10	14	11,15	15,2	12,6
40	3	1,3	4,6	1,7	6,7	3,1	10,2	6,4	12,5	9,3	13,3	10,5	14,5	11,3	16	12,8
45	2,8	1,1	4	1,6	6,6	2,8	10	6,4	12,6	9,3	13,4	10,6	14,7	11,4	16,3	12,8
50	2,7	1	3,9	1,6	6,6	2,6	9,8	6,4	12,6	9,3	13,5	10,7	15	11,5	16,6	12,9
60	2,7	1	3,8	1,5	6,6	2,6	9,8	6,3	12,6	9,3	13,5	10,7	15	11,5	16,6	12,9

Si vede che la scarica V e la S assumono valori che, nelle condizioni dell'esperienza tendono a mantenersi costanti alle maggiori distanze esplosive. Entrambe le scariche passive presentano coi più piccoli valori dell'autoinduzione, un massimo di lunghezza quando la scintilla attiva ha un valore medio.

I rapporti maggiori poi tra le lunghezze di S e V si hanno a distanze esplosive piccole e non aumentano col crescere dell'autoinduzione, ma presentano un massimo per un dato valore di quella. Tali proprietà risultano chiaramente dal seguente specchio :

Lunghezza di A	Rapporto S : V						
	m. 0,50	m. 1	m. 2	m. 4	m. 8	m. 12	m. 16
min. 5	3,2	3,6	4	3	2,1	2,1	2,1
» 10	3,2	3,2	3,4	2,2	2	1,9	1,9
» 15	3,3	2,3	2,8	2,2	1,5	1,5	1,6
» 20	2,2	2,4	2,2	2,3	1,5	1,6	1,5
» 25	2,2	2,4	2,2	1,7	1,5	1,5	1,4
» 30	2,1	2,7	2,2	1,7	1,4	1,3	1,3
» 35	2,1	2,4	2,2	1,7	1,4	1,3	1,2
» 40	2,3	2,4	2,2	1,6	1,3	1,2	1,2
» 45	2,5	2,5	2,4	1,6	1,3	1,2	1,2
» 50	2,7	2,5	2,5	1,5	1,3	1,2	1,3
» 60	2,7	2,5	2,5	1,5	1,3	1,2	1,3

L'andamento del fenomeno espresso coi numeri delle due tabelle è riprodotto nei diagrammi qui allegati. Per ascisse si presero le distanze esplosive della scintilla attiva, per ordinate rispettivamente i valori delle due scariche passive.



Scegliendo la elica di m. 2, dove il rapporto S/V è massimo, ho variato la distanza tra la scintilla attiva e la passiva: riporto per brevità alcuni dati nella seguente tabella:

Valori di A in mm.	Rapporto S : V		
	Distanza tra i due spinterometri		
	m. 0,25	m. 0,40	m. 1,50
5	5	4	2,5
10	4	3,4	2,3
15	3	2,8	1,6
20	2,4	2,2	1,4
25	2,4	2,2	1,3
30	2,3	2,2	1,3
35	2,3	2,2	1,3
40	2,2	2,2	1,3
45	2,4	2,4	1,4
50	2,6	2,5	1,5

Dal che appare che a 25 cm. di distanza, l'azione della scintilla attiva sulla passiva è tale da quintuplicarne la lunghezza.

Con un tale effetto è ovvio pensare che la disposizione sperimentale possa ridursi a tal grado di sensibilità da divenire opportuna ad esaminare la trasparenza dei corpi per i raggi più rifrangibili di una scintilla. Per fare qualche prova colle sostanze di cui potevo disporre, collocai i due spinterometri l'uno sopra l'altro e chiudevo l'apertura della scatoletta coi solidi da cimentare, o con un recipiente a fondo di quarzo o selenite contenente i liquidi. Le sfere dello spinterometro passivo si tenevano ad una distanza critica, cioè alla distanza limite in cui, senza l'azione dei raggi non si producesse la scintilla. In tali condizioni lo spinterometro poteva ritenersi in uno stato di estrema sensibilità dappoichè le radiazioni

della scintilla potevano quadruplicare e più quella distanza esplosiva; bastava quindi un'azione debolissima perchè in quell'intervallo critico avvenisse la scarica.

Così in certi campioni, la selenite si mostrò perfettamente trasparente fino a spessori di 11 cm., presso a poco come il quarzo, cosicchè l'assorbimento di una lastrina di selenite della grossezza di $\frac{1}{8}$ mm. posta al fondo del recipiente poteva ritenersi trascurabile. Quando i liquidi su cui sperimentavo avevano azione chimica sulla selenite, sostituivo a questa il quarzo, le lastre venivano masticiate con guttaperca, e per certi liquidi, tenute aderenti con semplice pressione al fondo smerigliato del recipiente. Quando l'assorbimento appariva molto forte, lo spessore del liquido non veniva direttamente letto nella graduazione del recipiente, bensì misurato dalla quantità che se ne doveva versare per intercettare completamente l'azione. Così riuscì possibile fare un confronto tra le diverse sostanze: riporto ad es. i risultati di misure fatte con alcuni corpi dei quali fu pure studiato l'assorbimento pei raggi X. I numeri della prima colonna esprimono in mm. lo strato massimo della sostanza che non produsse alcuna variazione sulla scarica passiva, nella seconda lo strato minimo per spegnere del tutto l'azione.

	mm.	
Alcool assoluto	24	88
Etere solforico	1,6	11
Benzina	1,6	3
Acqua	110	250
Acido solforico	12	23
Acido cloridrico	8	20
Soluzione satura di Na Cl	10	40
» al 10 % di Ni SO ₄	2	6,6
» » Fe SO ₄	1,1	4
» » Co SO ₄	1,1	4,4

L'acido nitrico, il solfato di rame in soluzione al 10 %, e il iodoformio mostrarono un assorbimento assai grande, tale

che sarebbe incerto stabilirne un confronto: una sola goccia di tali liquidi in uno straterello di 1 cm. d'acqua arresta completamente l'azione.

Infine l'essenza di trementina, il solfuro di carbonio, l'olio di vasellina e molte altre sostanze organiche si comportano come corpi estremamente opachi: basta strofinare appena, appena una lastrina di quarzo o di selenite col dito che abbia toccato una di tali sostanze, perchè i raggi ultravioletti siano completamente intercettati.

I risultati di queste esperienze sono in accordo colle ricerche dell'Agafonoff ¹⁾, del Pauer ²⁾, ed è perciò lecito ritenere che da una scintilla non emanino radiazioni iper-ultra violette, le quali secondo le vedute del Glan ³⁾ dovrebbero invece, come i raggi Röntgen, attraversare facilmente i corpi contenenti carbonio, idrogeno e ossigeno.

Settembre 1907.

1) C. Rendus, 1896.

2) Wied. Ann., 1907, Vol. 61.

3) Wied. Ann., 1896, Vol. 58.

SULLA TENDENZA DEI SISTEMI MATERIALI A SFUGGIRE AI VINCOLI CON ATTRITO.

Nota di E. DANIELE.

In una Nota, pubblicata in uno degli ultimi fascicoli del « Giornale di Crelle »¹⁾, il sig. Appell ritorna sopra una proprietà, da lui stesso segnalata tre anni addietro, dei sistemi ad attrito, la quale gli faceva supporre l'esistenza di un principio meccanico tuttora da formulare, che dovrebbe comprendere tutta una classe di fenomeni dovuti all'attrito. Chiamando N e v i valori assoluti della pressione e della velocità relativa di strisciamento fra due corpi solidi posti a contatto e facienti parte di un determinato sistema, e μ il coefficiente d'attrito fra le loro superficie, il lavoro delle forze d'attrito è della forma

$$L = - \sum \mu N v \, dt,$$

dove la somma va estesa a tutte le coppie di solidi, di cui si compone il sistema, e che si muovono in mutuo contatto. Il sig. Appell dimostra che, sotto certe condizioni, che si trovano realizzate nella maggior parte dei sistemi usuali, L a partire da un certo istante deve andare accostandosi indefinitamente allo zero; e poichè L si compone di una somma di termini tutti negativi, dovranno tendere a zero i singoli termini: siccome poi i coefficienti d'attrito μ si suppongono indipendenti dal tempo, così l'annullarsi di L sarà dovuto al fatto che in alcuni suoi termini si annulla il fattore N ed in altri termini il fattore v . Il ridursi a zero dei fattori dell'una o dell'altra specie rivela nel sistema la tendenza a sottrarsi all'attrito: è questo fenomeno che dovrebbe, secondo l'Appell, essere formulato in un principio generale.

In appoggio alla sua teoria il sig. Appell ha cura di citare alcuni esempi, nei quali effettivamente si constata come il la-

1) Sur la tendance des systèmes matériels à échapper au frottement; Crelles J., B. 138, p. 93.

voro delle forze d'attrito vada tendendo a zero col crescere del tempo. Altri esempi interessanti sono presentati e discussi dal sig. Lecornu in una Nota del « Bull. de la soc. math. de Fr. »¹⁾. Senonchè in tutti questi esempi si verifica costantemente che i prodotti Nv si annullano in causa dell'annullarsi di v . Sarebbe quindi interessante vedere se non si possano portare degli esempi concreti, sui quali si constati direttamente che nel decorso del movimento può tendere a zero anche la pressione di due solidi a contatto. Questa constatazione anzi è indispensabile farla, se vogliamo assicurarci della fondatezza del principio di cui parla l'Appell. Difatti, se fosse vero che l'annullarsi di L è dovuto esclusivamente all'annullarsi delle v , il dire che L tende a svanire dopo un certo intervallo di tempo non direbbe nulla più di quanto tutti sanno intorno all'attrito: che ha per effetto di modificare i movimenti, in cui entra in giuoco, in modo da diminuire, fino a spegnerle, le velocità alle quali contrasta. In questo enunciato si potrebbe ritenere senz'altro contenuto quel principio: evidentemente è ben diversa la portata che gli dovrebbe spettare secondo l'Appell.

Si comprende a priori come la ricerca di movimenti, nei quali tendano a zero alcune pressioni N , debba riuscire meno facile di quella di movimenti in cui si annullano invece le velocità v . Tuttavia si possono riscontrare, anche su sistemi semplicissimi, dei moti di quella prima specie: questo appunto intendendo provare nelle linee che seguono, dandone un esempio. La natura dei movimenti che incontreremo potrà forse servire di orientamento per formulare nel modo più generale il principio di cui s'è parlato.

1. Vi è un'intera classe di sistemi fra i quali si può cercare utilmente l'esempio che ci interessa. Scriviamo le equazioni del movimento sotto la forma che possiamo ancora chiamare canonica, cioè

$$(1) \quad \frac{dq_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_i}, \quad \frac{dp_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial q_i} + Q_i;$$

1) Sur l'extinction du frottement; Bull. etc., t. 35 (1907), p. 8.

dove Q_i indica la forza d'attrito relativa alla coordinata q_i , espressa naturalmente in funzione delle q e delle p . Si arriva alle equazioni (1), ad es., trasformando al solito modo le equazioni di Lagrange della seconda forma

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} = \frac{\partial U}{\partial q_i} + Q_i.$$

Per semplicità supporrò che nel sistema esista una sola coppia di corpi solidi fra i quali si manifesti attrito; allora a Q_i si potrà dare la forma seguente:

$$Q_i = -\mu |\Phi(q, p)| f_i(q, p),$$

dove μ indica ancora il coefficiente d'attrito, e Φ è la pressione normale fra i due solidi. Riguardo a μ , che è positivo e dipende in generale dalle q , supporremo, per ragioni semplificative, che sia addirittura costante; quanto alla Φ , si sa esprimerla in funzione delle coordinate e delle velocità (e quindi delle p) partendo dalle equazioni di Lagrange nelle quali figurino esplicitamente le condizioni dei vincoli¹⁾.

A descrivere il movimento avremo così i due diversi sistemi di equazioni:

$$(1 a) \quad \frac{dq_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_i}, \quad \frac{dp_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial q_i} - \mu \Phi f_i$$

$$(1 b) \quad \frac{dq_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_i}, \quad \frac{dp_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial q_i} + \mu \Phi f_i.$$

Le (1 a) e (1 b) rappresentano il movimento rispettivamente in quegli intervalli di tempo in cui Φ è positiva oppure negativa: noi per brevità ci riferiremo però sempre al sistema (1) che compendia i due ultimi.

Specializzeremo ora il nostro sistema supponendo che le equazioni

$$(2) \quad \frac{dq_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_i}, \quad \frac{dp_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial q_i},$$

1) Cfr. la mia nota: Forze d'attrito ed equaz. del movim. nei sistemi liberi (n.º 7); N. Cimento, 1905.

che si ottengono dalle (1) ponendovi $\mu = 0$, ammettano una soluzione periodica

$$(3) \quad q_i = q_i(t), \quad p_i = p_i(t)$$

soddisfacente alla relazione

$$\Phi(q, p) = 0;$$

questa soluzione apparterrà pure al sistema (1) qualunque sia μ , e godrà della proprietà caratteristica che nel movimento ad essa corrispondente la pressione, che s'esercita fra i due solidi a contatto, è costantemente nulla.

La presenza di una soluzione come quella ora detta non basta però ancora al nostro scopo: noi vogliamo cioè trovare un movimento nel quale la pressione non debba già mantenersi nulla costantemente, ma invece tenda ad annullarsi col decorrere del tempo. Orbene, ad un moto cosiffatto si arriva colla considerazione delle soluzioni *assintotiche*¹⁾ alla (3). Se difatti le equazioni (1) hanno una soluzione che da un certo istante in poi si discosti dalla (3) di così poco quanto si vuole ne avverrà che a partire da quell'istante la funzione $\Phi(q, p)$ calcolata con quella soluzione differirà da zero di così poco quanto si vuole²⁾. Noi saremo dunque in possesso dell'esempio di cui si parlò dianzi — 1°) quando avremo trovato un sistema che ammetta una soluzione del genere della (3), — 2°) quando avremo riconosciuto che questa soluzione ne ammette di assintotiche.

2. Studieremo ora in dettaglio un sistema che rientra fra quelli descritti nel n. precedente, e che avremo cura di ridurre alla forma più semplice possibile.

Un punto pesante P di massa *uno* si muove in un piano orizzontale Π attratto con legge di Newton da un altro punto M di massa *m* situato *al disopra* di Π e distante da questo dell'unità di misura. Assunto Π come piano xy e la perpendico-

1) Nel senso di Poincaré. Cfr. *Les méthodes nouvelles de la Méc. céleste*; t. I, chap. VII.

2) Occorre appena dire che ammettiamo la continuità di Φ rispetto alle q e alle p .

lare ad esso per M come asse z , le equazioni del movimento di P si scrivono:

$$(4) \quad \begin{cases} \ddot{x} = -\frac{m}{r^3}x - \mu \left| g - \frac{m}{r^3} \right| \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \\ \ddot{y} = -\frac{m}{r^3}y - \mu \left| g - \frac{m}{r^3} \right| \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \end{cases}$$

essendo $\left| g - \frac{m}{r^3} \right|$ il valore assoluto della pressione normale di P su Π , ed avendo posto

$$r = MP = \sqrt{x^2 + y^2 + 1}.$$

Le (4) ammettono, per $\mu = 0$, le soluzioni

$$x = \rho \cos at, \quad y = \rho \sin at$$

con ρ ed a costanti e legate dalla relazione

$$a^2 = \frac{m}{(\rho^2 + 1)^{3/2}};$$

queste soluzioni corrispondono a movimenti del punto P sopra cerchi concentrici di raggio ρ e con velocità angolare costante a .

Fra queste soluzioni una appartiene pure alle (4) complete, e si ottiene prendendo

$$\rho^2 = \rho_0^2 = \left(\frac{m}{g} \right)^{2/3} - 1,$$

e quindi

$$a^2 = a_0^2 = \frac{m}{(\rho_0^2 + 1)^{3/2}};$$

difatti, osservando che è $r^2 = \rho^2 + 1$, e chiamando r_0 il valore di r corrispondente a $\rho = \rho_0$, l'eguaglianza

$$\rho_0^2 = \left(\frac{m}{g} \right)^{2/3} - 1$$

è equivalente a

$$g - \frac{m}{r_0^3} = 0.$$

Si osserverà che, essendo ρ_0 una quantità essenzialmente reale, dovrà essere

$$\left(\frac{m}{g}\right)^{1/2} > 1,$$

ossia $m > g$: noi ammetteremo, naturalmente, che la massa del punto attraente soddisfi all'ultima disequaglianza:

Si ha poi per a_0 il valore

$$a_0^2 = \frac{m}{r_0^2} = g.$$

Aggiungeremo, per il seguito, che non solo ρ_0 è reale, ma va considerato come positivo, perchè rappresenta il raggio di un determinato cerchio; anche a_0 si può assumere sempre col segno $+$, perchè indica la velocità angolare del punto P nel suo movimento sul cerchio precedente, e noi possiamo invertire a nostro piacimento il senso positivo sugli assi x o y (e quindi il senso positivo delle rotazioni nel piano xy) senza che nulla muti sostanzialmente nel sistema.

Onde poter applicare il metodo di Poincaré per la ricerca delle soluzioni assintotiche, ridurremo le (4) al primo ordine assumendo come funzioni incognite $xyx'y'$: le equazioni del movimento ammettono così la soluzione periodica (col periodo $\frac{2\pi}{a_0}$):

$$(5) \quad x_0 = \rho_0 \cos a_0 t, \quad y_0 = \rho_0 \sin a_0 t, \quad x'_0 = -a_0 \rho_0 \sin a_0 t, \quad y'_0 = a_0 \rho_0 \cos a_0 t.$$

Il metodo di Poincaré esige che si costruiscano in primo luogo le *equazioni alle variazioni*¹⁾ delle (4) (ridotte, s' intende, al 1° ordine) assumendo come soluzione generatrice la (5); queste equazioni, lineari omogenee del 1° ordine, a coefficienti periodici rispetto a t col periodo $\frac{2\pi}{a_0}$, ammettono quelle soluzioni particolari che il Poincaré chiama *fondamentali* (di prima o di seconda specie), nelle quali compaiono certe costanti, i così detti *esponenti caratteristici*. È noto come dalla

1) Poincaré, op. cit. ; t. I, chap. IV.

presenza e dal segno della parte reale di questi esponenti dipenda l'esistenza o meno di soluzioni delle (4), assintotiche alla (5).

3. Noi abbiamo dunque da occuparci delle seguenti equazioni:

$$(6) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = x', \quad \frac{dy}{dt} = y' \\ \frac{dx'}{dt} = -\frac{mx}{r^3} \mp \mu \left(g - \frac{m}{r^3} \right) \frac{x'}{\sqrt{x'^2 + y'^2}} \\ \frac{dy'}{dt} = -\frac{my}{r^3} \mp \mu \left(g - \frac{m}{r^3} \right) \frac{y'}{\sqrt{x'^2 + y'^2}} \end{array} \right.$$

che danno luogo, quando si ponga

$$x = x_0 + \xi, \quad y = y_0 + \eta, \quad x' = x'_0 + \xi', \quad y' = y'_0 + \eta',$$

e si prendano per x_0, y_0, x'_0, y'_0 le espressioni (5), alle equazioni alle variazioni qui appresso:

$$(7) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{d\xi}{dt} = \xi, \quad \frac{d\eta}{dt} = \eta, \\ \frac{d\xi'}{dt} = M_1 \xi + N_1 \eta, \quad \frac{d\eta'}{dt} = M_2 \xi + N_2 \eta, \end{array} \right.$$

$$(8) \quad \left\{ \begin{array}{l} M_1 = \frac{m}{r^3} (3\rho^2 \cos^2 at - r^2) \pm \lambda \sin at \cos at \\ N_1 = \frac{3m\rho^2}{r^3} \sin at \cos at \pm \lambda \sin^2 at \\ M_2 = \frac{3m\rho^2}{r^3} \sin at \cos at \mp \lambda \cos^2 at \\ N_2 = \frac{m}{r^3} (3\rho^2 \sin^2 at - r^2) \mp \lambda \sin at \cos at \end{array} \right.$$

$$(9) \quad \lambda = \frac{3m\rho^2}{r^4}.$$

Nelle ultime formole s'è tralasciato (e così faremo sempre nel seguito) l'indice zero alle lettere ρ, r, a , non essendovi oramai più pericolo di confusione.

Ecco che cosa si può dire intorno alle equazioni (7) in base alla teoria generale. Esse ammettono delle soluzioni particolari della forma

$$\xi_i = e^{\alpha t} \phi_i(t) \quad (i = 1, \dots, 4)$$

dove le α (esponenti caratteristici) sono costanti e le ϕ funzioni periodiche di t (col periodo $\frac{2\pi}{\alpha}$); queste soluzioni (fondamentali di prima specie) sono esattamente quattro se le α sono tutte distinte. Qualora invece alcuni esponenti α fossero eguali, accanto a soluzioni del tipo precedente se ne avrebbero delle altre (fondamentali di seconda specie) del tipo

$$\xi_i = e^{\alpha t} (t^k \phi_i + t^{k-1} \psi_i + \dots + \chi_i),$$

dove le ψ, \dots, χ sono funzioni periodiche come le ϕ , e $k+1$ indica il numero degli esponenti α eguali tra loro. Di questi esponenti poi uno è certamente eguale a zero nel nostro caso, perchè le (6) hanno i coefficienti indipendenti dal tempo; in conseguenza si avrà una soluzione delle (7) avente la forma

$$\xi_i = \text{funz. period. di } t.$$

Affinchè esistano soluzioni assintotiche alla (5) occorre e basta che fra gli esponenti α ve ne sia uno almeno colla parte reale negativa ¹⁾: noi dobbiamo dunque ricercare la natura dei tre α che ci sono tuttora incogniti.

4. Per calcolare gli esponenti α ridurremo le (7) ad un'unica equazione lineare omogenea del 4.º ordine in una sola funzione incognita, seguendo un procedimento del sig. Sauvage ²⁾ che è indicato dal sig. L. Schlesinger ³⁾, come il più semplice per ricondurre lo studio analitico dei sistemi di equazioni lineari del 1º ordine a quello di una sola equazione omogenea di ordine n . Richiamerò il procedimento di Sauvage.

1) S'intende che si farà tendere t ad ∞ per valori positivi.

2) Ann. de la Fac de Toulouse, 1895.

3) Beiträge zur Th. der Systeme linearer homogener Diff. Gleich.; Crelles, J. B. 128, p. 263. Cfr. pure le recenti "Vorl. d. lin. Diff. Gleich. "; Leipzig, Teubner, 1908; p. 176.

Siano date le n equazioni

$$(10) \quad \frac{dx_i}{dt} = a_{i1} x_1 + \dots + a_{in} x_n \quad (i=1, \dots, n),$$

ove le a_{ik} sono funzioni assegnate di t ; si operi la sostituzione

$$(11) \quad y_h = s_{h1} x_1 + \dots + s_{hn} x_n \quad (h=1, \dots, n)$$

ponendo fra le s le relazioni

$$(11') \quad s_{h+1,k} = \frac{ds_{hk}}{dt} + \sum_{i=1}^n s_{hi} a_{ik}, \quad (h=1, \dots, n-1; k=1, \dots, n).$$

Allora le (10) si mutano in queste altre:

$$(12) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{dy_1}{dt} = y_1, \dots, \frac{dy_{n-1}}{dt} = y_{n-1} \\ \frac{dy_n}{dt} = b_0 y_1 + b_1 y_2 + \dots + b_{n-1} y_n, \end{array} \right.$$

ove le b sono funzioni di t composte razionalmente mediante le a , le s e le derivate delle s . Dal sistema (12) si eliminano subito $y_2 \dots y_n$, giungendo all'unica equazione in y_1 :

$$(12') \quad \frac{d^n y_1}{dt^n} = b_{n-1} \frac{d^{n-1} y_1}{dt^{n-1}} + \dots + b_0 y_1.$$

Le (11') stabiliscono $n(n-1)$ relazioni fra le s , che sono in numero di n^2 , per modo che si potrà disporre delle s con una certa arbitrarietà: noi cominceremo a supporre che il loro determinante non sia identicamente nullo. Allora da ogni soluzione Y della (12') si risale ad una soluzione delle (10) osservando che Y insieme colle sue prime $n-1$ derivate costituiscono una soluzione delle (12); dopo ciò non vi sarà che da fare la risoluzione delle (11) rispetto alle x .

Dalle (11') si vede ancora che possiamo scegliere a nostro arbitrio le $s_{11}, s_{12}, \dots, s_{1n}$: fissate queste s , le rimanenti risultano del tutto determinate.

5. Venendo al nostro problema, eseguiremo sulle ξ la sostituzione

$$(13) \quad \eta_i = s_{i1} \xi_1 + s_{i2} \xi_2 + s_{i3} \xi_3 + s_{i4} \xi_4, \quad (i=1, \dots, 4),$$

scrivendo fra le s le relazioni (11'), e facendo

$$(14) \quad s_{11} = \frac{r^2}{m} = \frac{r^2}{a^2}, \quad s_{12} = s_{13} = s_{14} = 0;$$

le rimanenti s diventano allora

$$\begin{aligned} s_{21} &= 0, & s_{22} &= 0, & s_{23} &= s_{11}, & s_{24} &= 0 \\ s_{31} &= s_{11} M_1, & s_{32} &= s_{11} N_1, & s_{33} &= 0, & s_{34} &= 0 \\ s_{41} &= s_{11} M'_1, & s_{42} &= s_{11} N'_1, & s_{43} &= s_{11} M_1, & s_{44} &= s_{11} N_1. \end{aligned}$$

La sostituzione (13) è evidentemente invertibile. Non resta più che effettuare i calcoli per giungere all'equazione del 4.° ordine in η_1 :

$$\begin{aligned} (15) \quad & \frac{d^4 \eta_1}{dt^4} - 2 \frac{N_1'}{N_1} \frac{d^3 \eta_1}{dt^3} - \left\{ \frac{N_1''}{N_1} + M_1 + N_1 - 2 \left(\frac{N_1'}{N_1} \right)^2 \right\} \frac{d^2 \eta_1}{dt^2} + \\ & + \frac{2(M_1 N_1' - M_1' N_1)}{N_1} \frac{d \eta_1}{dt} + \left(\frac{M_1 N_1'' - M_1'' N_1}{N_1} + \right. \\ & \left. + M_1 N_2 - M_2 N_1 - \frac{2N_1'}{N_1} \frac{M_1 N_1' - M_1' N_1}{N_1} \right) \eta_1 = 0, \end{aligned}$$

la quale è a coefficienti periodici, perchè questi coefficienti sono delle combinazioni razionali di quelli delle (7), che sono periodici, nonchè delle loro derivate prime e seconde. Ma c'è di più: i coefficienti della (15) sono funzioni razionali di $\sin at$ e $\cos at$. Possiamo allora trasformare la (15), mediante la sostituzione

$$\theta = e^{iat},$$

in un'equazione a coefficienti razionali in θ , che viene ad essere della forma

$$(16) \quad \theta^4 \frac{d^4 \eta_1}{d\theta^4} + P_3 \theta^3 \frac{d^3 \eta_1}{d\theta^3} + P_2 \theta^2 \frac{d^2 \eta_1}{d\theta^2} + P_1 \theta \frac{d \eta_1}{d\theta} + P_0 \eta_1 = 0:$$

le P_i sono funzioni razionali di θ che *rimangono finite per* $\theta = 0^*$. Il valore *zero* di θ è quindi per la (16) un punto singolare, nel quale però tutte le soluzioni dell'equazione

1) Tralascio di scriverne le espressioni, che riescono piuttosto lunghe; il loro calcolo però è facilissimo.

sono *determinate*. Anzi, scrivendo distesamente le espressioni delle P_i si constatarebbe che la (16) ha le sue soluzioni determinate in tutto il piano della θ , e quindi è della *classe di Fuchs*. A noi interessa in modo speciale il punto $\theta = 0$, nel quale (come, del resto, negli altri punti singolari) si sanno calcolare, con procedimenti puramente algebrici, i coefficienti degli sviluppi in serie delle soluzioni fondamentali canoniche, nonché gli esponenti a cui *appartengono* le singole soluzioni. Questi esponenti forniscono subito gli esponenti caratteristici delle (7).

Difatti noi sappiamo che le soluzioni fondamentali canoniche della (16) relative a $\theta = 0$ sono dell'una o dell'altra delle due forme.

$$(17) \eta = \theta^\sigma P(\theta) \text{ opp. } \eta = \theta^\sigma (P_0(\theta) + P_1(\theta) \lg \theta + \dots + P_m(\theta) \lg^m \theta).$$

ove le P, P_0, \dots, P_m indicano delle serie di potenze intere e positive di θ tali che $P(0) \neq 0$ e $P_0(0), \dots, P_m(0)$ non sono tutte nulle; ora, per il modo come la (16) è stata ottenuta dalle (7), ai due tipi precedenti di soluzioni della (16) corrispondono per le (7) soluzioni delle forme seguenti:

$$\xi_h = e^{i\sigma t} \psi_h(t) \text{ opp. } \xi_h = e^{i\sigma t} (\psi_{h0} + t \psi_{h1} + \dots + t^m \psi_{hm}),$$

dove le ψ sono funzioni periodiche di t col periodo $\frac{2\pi}{a}$, e σ' differisce da σ tutt'al più per un intero additivo. Ma queste non sono altro che le soluzioni fondamentali delle (7), di prima o di seconda specie: la ricerca di queste soluzioni fondamentali si riduce dunque alla ricerca delle soluzioni fondamentali canoniche della (16) relative al punto singolare $\theta = 0$. In particolare noi vediamo in quale relazione stiano gli esponenti caratteristici delle (7) cogli esponenti σ relativi alla (16): i primi si ottengono da questi ultimi aggiungendovi un conveniente intero e moltiplicando poi per ia .

6. Gli esponenti σ che figurano nelle (17), cioè gli esponenti a cui appartengono le soluzioni fondamentali canoniche della (16) relative a $\theta = 0$, sono le radici di un'equazione di 4° grado, l'*equazione determinante* di Frobenius, che si scrive:

$$(18) \quad \sigma(\sigma-1)(\sigma-2)(\sigma-3) + P_3(0)\sigma(\sigma-1)(\sigma-2) + \\ P_2(0)\sigma(\sigma-1) + P_1(0)\sigma + P_0(0) = 0.$$

Si tratterà quindi di calcolare i coefficienti $P_i(0)$, e di esaminare poi la realtà delle radici della (18). Ora si ha:

$$P_3(0) = 10 a^4$$

$$P_2(0) = \frac{3 a^4}{r^3} (8r^3 - 1)$$

$$r = \pm 2 s_{11} \lambda$$

$$P_1(0) = \frac{a^4}{r^3} (12r^3 - 9 + i\nu)$$

$$P_0(0) = \frac{a^4}{r^3} (-3 + i\nu),$$

e la (18), ordinata secondo le potenze di σ , si scrive:

$$(19) \quad r^3 \sigma^4 + 4r^3 \sigma^3 + (5r^3 - 3) \sigma^2 + (2r^3 - 6 + i\nu) \sigma - 3 + i\nu = 0.$$

Poichè uno degli esponenti caratteristici α è nullo, come s'è riconosciuto al n. 3, la (19) deve avere una radice intera: si vede difatti che è soddisfatta da $\sigma = -1$. Dividendo allora la (19) per $\sigma + 1$, e facendo la sostituzione $\sigma = r - 1$, si trova l'equazione del 3° grado in r

$$r^3 - \left(1 + \frac{3}{r^3}\right)r + \frac{i\nu}{r^3} = 0,$$

colle radici

$$r_1 = -2iq, \quad r_2 = p + iq, \quad r_3 = -p + iq,$$

dove s'è posto:

$$p = \frac{\sqrt[3]{3}}{2} \left(\sqrt[3]{-\frac{\nu}{2r^3} + \sqrt{Q}} + \sqrt[3]{\frac{\nu}{2r^3} + \sqrt{Q}} \right)$$

$$q = \frac{1}{2} \left(\sqrt[3]{-\frac{\nu}{2r^3} + \sqrt{Q}} - \sqrt[3]{\frac{\nu}{2r^3} + \sqrt{Q}} \right)$$

$$Q = \frac{1}{27} + \frac{1}{3r^3} + \left(1 + \frac{\nu^2}{4}\right) \frac{1}{r^6} + \frac{1}{r^3}:$$

s'intende che i valori delle radici quadrate e cubiche, che figurano in queste formole, debbono essere quelli aritmetici. Noteremo poi che, per essere $Q > 0$, sono reali p e q .

7. Possiamo ora scrivere i valori dei quattro esponenti caratteristici α corrispondenti alle soluzioni fondamentali del sistema (7); abbiamo cioè, ricordando che è $a = +\sqrt{g}$:

$$\alpha_0 = 0, \quad \alpha_1 = 2q\sqrt{g}, \quad \alpha_2 = (-q + ip)\sqrt{g}, \quad \alpha_3 = (-q - ip)\sqrt{g}.$$

Lasciando da parte α_0 , che non ci dà soluzioni assintotiche alla soluzione (5), rimane da esaminare il segno della parte reale di $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$, vale a dire il segno di q . Tenendo presente che s'è posto $v = \pm 2s_1 \lambda$, ossia, per la (9) e per la prima (14),

$$v = \pm 6m\rho\mu,$$

si vede che q è negativo o positivo secondochè nella formola precedente si prende il $+$ o il $-$ nel secondo membro. Ma il doppio segno in questa formola è in corrispondenza col doppio segno nei secondi membri delle (8), ed in queste vanno scelti i segni superiori od inferiori secondochè nella posizione attuale del punto P si ha

$$g - \frac{m}{r^2} > 0 \quad \text{opp.} \quad < 0,$$

vale a dire secondochè il punto P è esterno o interno al cerchio di raggio ρ_0 , traiettoria del punto P nel movimento (5).

Ne segue che ad α_1 corrisponde una semplice infinità di soluzioni assintotiche alla (5), nelle quali le traiettorie del punto P tendono a confondersi col cerchio (ρ_0) *dall'esterno*; α_2 e α_3 ce ne forniscono invece una doppia infinità, ed in queste soluzioni le traiettorie stanno (a partire da un certo valore del tempo) *nell'interno* del cerchio (ρ_0). L'esistenza di queste soluzioni assintotiche è così provata per ogni valore del coefficiente d'attrito μ , escluso però il valore $\mu = 0$, nel qual caso si avrebbe $q = 0$, e quindi nessuno degli esponenti caratteristici α avrebbe la parte reale negativa.

Ciò che distingue nettamente il moto circolare (5) ed i suoi assintotici da tutti gli altri di cui è capace il punto P, è il fatto che i primi non accennano mai a spegnersi per quanto cresca il tempo: anzi a partire da un certo istante tendono a raggiungere uno stato uniforme nel quale perdurano indefinitamente. Gli altri moti invece vengono continuamente rallentati dall'attrito, finchè cessano dopo un tempo finito.

IL POSTO DA ASSEGNARE AL PRINCIPIO DEI LAVORI VIRTUALI
IN UNA ESPOSIZIONE ELEMENTARE DELLA STATICA,
di GIOVANNI VAILATI.

La questione del posto e della forma da assegnare al principio dei lavori virtuali in un primo insegnamento della meccanica, è tra quelle alla cui trattazione mi sembra possa derivare maggior lume dall'esame dei risultati a cui hanno condotto le più recenti ricerche sulla storia della statica. È precisamente per questa ragione che mi è sembrato conveniente proporla alla discussione della Società di Fisica.

Un espresso riconoscimento della relazione sussistente tra le intensità di due forze in equilibrio, applicate a due punti di un meccanismo, e le differenti velocità che i loro punti di applicazione assumerebbero quando il meccanismo si mettesse in moto, ci si presenta per la prima volta, come è noto, in un opuscolo greco, attribuito, a torto forse, ad Aristotele, portante il titolo di « Questioni meccaniche ».

Lo schema fondamentale di meccanismo considerato in questo opuscolo è quello di un disco girevole intorno a un asse, perpendicolare, che passa per il suo centro. Tale disco vi è concepito come composto di una serie di cerchi concentrici, e la questione fondamentale proposta è quella di determinare perchè un dato sforzo, esercitato su uno di tali cerchi (cioè tangenzialmente ad esso), abbia tanta maggiore efficacia per fare rotare il disco, quanto più grande è il raggio del circolo.

Come causa di tale variare dell'efficacia di una stessa forza, col variare della distanza sua dall'asse di rotazione del disco, Aristotele indica il fatto che, col rotare di questo, i punti dei diversi cerchi concentrici di cui lo immagina composto, si muovono tanto più velocemente quanto più grande è il raggio del circolo a cui appartengono.

Queste stesse considerazioni sul disco a cerchi concentrici sono, nella stessa opera, applicate anche alla spiegazione del modo di agire della leva.

Dopo aver chiaramente formulata la condizione di equilibrio di due pesi pendenti dagli estremi di una bilancia a braccia disuguali, si adduce, come ragione del suo sussistere, la diversa grandezza dei cerchi descritti rispettivamente dai due estremi della bilancia quando essa si sposti, e la diversa conseguente velocità colla quale, in questo caso, i detti estremi si muoverebbero.

Di questo ricorso alla considerazione delle velocità, o dei movimenti, possibili (o « virtuali », come si dice ora, appunto con una frase presa a prestito dalla terminologia Aristotelica) dei vari punti di un meccanismo, per determinare, o rendersi ragione, delle condizioni di equilibrio di forze, o di pesi, ad essi applicati, non si trova la più piccola traccia in alcuna delle opere di Archimede sulla statica: nè nei due libri sull'equilibrio dei piani, nè nei frammenti sull'equilibrio dei galleggianti

Non sarebbe però prudente il trarre, da questa assenza di ogni impiego, o considerazione, di « velocità virtuali », da parte di Archimede, la conclusione che egli ignorasse, o non ritenesse applicabili alla ricerca delle condizioni di equilibrio dei meccanismi da lui considerati, i procedimenti che, nell'opera aristotelica sopracitata, sono così chiaramente enunciati e applicati, sia pure solo a casi così elementari come quelli della leva o dell'argano.

Anche recenti scoperte sono venute a confermare l'importanza di ben distinguere i procedimenti espositivi, o dimostrativi, seguiti da Archimede nelle sue trattazioni sistematiche, dai metodi, o processi, che da lui possono essere stati messi in opera per la ricerca e per la scoperta.

Per ciò che riguarda in particolare la statica, l'indole stessa della trattazione preferita da Archimede nelle opere che ci sono rimaste — trattazione basata come è noto sulle proprietà fondamentali del centro di gravità, e su un certo numero di postulati, giustificati da ragioni di simmetria — esclu-

deva, già per se stessa, l'impiego di considerazioni che, come quelle relative agli spostamenti virtuali, non potevano aspirare a un sufficiente grado di evidenza intuitiva, o per così dire geometrica.

Mentre quindi l'assenza di ogni accenno alla nozione di centro di gravità, nello scritto Aristotelico già nominato indietro, si può solo spiegare ammettendo che l'autore di esso, chiunque egli sia, non avesse ancora il concetto di centro di gravità a sua disposizione, l'assenza invece di ogni ricorso alla considerazione di spostamenti virtuali nelle opere d'Archimede, non autorizza alcuna conclusione relativa al riconoscimento o alla ignoranza, da parte sua, della relazione sussistente tra i pesi, o le forze, in equilibrio, e i possibili spostamenti dei corrispondenti punti d'applicazione.

Che, a ogni modo, lo sviluppo posteriore della meccanica greca portasse a un completo riconoscimento di tale relazione, pel caso di tutti i meccanismi da essa considerati, e per ogni loro combinazione, ci è provato dall'opera di Erone sulla « Meccanica ».

Nel libro II di questa opera, che come è noto ci è stata conservata solo in una traduzione araba, Erone, dopo aver descritto un apparecchio, composto di un argano, e di una serie di ruote dentate, destinato a sollevare pesi, osserva che tanto l'impiego di esso come quello di ogni altro meccanismo « dà luogo a un ritardo, nel senso che occorre tanto più tempo quanto più la forza, che si fa agire, è piccola in confronto al peso da sollevare » ¹⁾.

Le forze, continua Erone, che devono essere applicate a un dato meccanismo per ottenere un dato risultato, stanno in ragione inversa delle durate per le quali esse devono essere messe in azione per ottenere il risultato cercato.

In un capitolo successivo, questo medesimo concetto si trova applicato alla soluzione della questione seguente:

« Perchè si trova tanto più difficoltà a spostare un corpo pesante, pendente da un filo, quanto più si allontana la mano

1) Heronis Alexandrini Opera quae supersunt omnia. Vol. II, Fasc. I, pag. 152 (Leipzig, Teubner 1902).

da esso, facendola scorrere, lungo il filo, verso il punto di sospensione? » ¹⁾

Per rispondere a questa seconda domanda Erone prende a considerare due punti sul detto filo, e confronta le due diverse altezze a cui viene ad essere sollevato il peso quando l'uno, o l'altro, di tali due punti venga spostato fino a portarlo a una data distanza orizzontale dalla posizione primitiva di equilibrio del filo.

Erone osserva, e dimostra anche, come, nel caso del punto più alto, si abbia, in corrispondenza a tale spostamento orizzontale, un maggiore innalzamento del peso. Questo fatto è da lui addotto come ragione del maggiore sforzo che occorre in tale caso esercitare, in confronto a quello necessario quando lo sforzo sia applicato a un punto più basso.

Come ho già avuto occasione di osservare in un precedente scritto, già pubblicato nel Nuovo Cimento ²⁾, Erone, mentre manifesta, nella trattazione del suddetto problema, una perfetta familiarità con quel metodo di determinazione delle condizioni di equilibrio di due forze, che consiste nel confrontare quelli che si chiamerebbero ora i lavori virtuali rispettivi, e mentre ricorre a considerazioni analoghe anche per rendersi ragione del modo di agire del cuneo e della vite, non si cura invece affatto di applicare le medesime considerazioni per determinare i differenti sforzi occorrenti per sostenere, o far salire, un grave scorrevole lungo un piano inclinato.

Per trovare applicata alla soluzione di questo ultimo problema — che pure tanto naturalmente sembra prestarsi a ciò — la considerazione delle discese, o salite, corrispondenti a un dato scorrimento del grave lungo il piano a cui è appoggiato, occorre venire — con un salto di più che un millennio — a una trattazione medioevale della meccanica, cioè al libro « de Ponderibus », attribuito a Giordano Nemorario. Il problema di determinare la condizione di equilibrio di due

1) Op. cit., pag. 182-6.

2) « A proposito di una recente pubblicazione della Storia della Statica », N. Cimento. Fasc. Gennaio 1906.

gravi che, congiunti da un filo, si appoggino a due piani diversamente inclinati, si trova ivi risoluto coll'affermazione che i due pesi devono avere tra loro, in caso di equilibrio, la stessa proporzione di quella che sussiste tra le « declinazioni » delle linee per cui essi rispettivamente discendono; intendendo, per rapporto delle « declinazioni » delle due linee, il rapporto tra le lunghezze che, su ciascuna di esse, corrispondono rispettivamente a un dato cambiamento di livello dei pesi che su di esse si muovono.

Tra le diverse redazioni che ci sono state conservate del trattato *De Ponderibus*, ve ne sono anche di quelle in cui, al posto del suddetto rapporto, si considera quello, inverso, dei cambiamenti di livello corrispondenti, rispettivamente, sulle due linee, a uno stesso scorrimento del filo che congiunge e sostiene i due gravi. Il più pesante dei due corpi è detto dover essere tanto più pesante, in confronto dell'altro, quanto più piccolo è l'innalzamento, o abbassamento, a cui darebbe luogo il farlo scorrere, di un dato tratto, sulla linea della sua discesa, in confronto al corrispondente abbassamento o innalzamento che subirebbe, in tale caso, l'altro corpo meno pesante che lo sostiene e che scorre su un piano diversamente inclinato.

Il confronto tra questo caso e quello della leva, o della bilancia a braccia disuguali — per il quale pure il peso pendente dal braccio più lungo deve essere, perchè sussista equilibrio, tanto più piccolo, in confronto a quello pendente dal braccio più corto, quanto più grande è l'abbassamento che esso subirebbe con l'inclinarsi della bilancia, in confronto all'innalzamento che subirebbe, in conseguenza, l'altro peso più piccolo — non poteva a meno che portare a un sempre più completo riconoscimento dell'importanza di prendere in considerazione, per determinare la condizione di equilibrio di qualsiasi meccanismo a cui siano applicati dei pesi, il prodotto di questi per i cambiamenti di livello che essi rispettivamente subirebbero, quando il meccanismo si mettesse in movimento.

Di un tale riconoscimento nuovi frutti non tardarono a presentarsi nelle applicazioni che, dello stesso principio, fu-

rono fatte, da Galileo e da Pascal, al caso dell'equilibrio dei liquidi e dei galleggianti.

Un notevole passo verso una più generale formulazione del principio dei movimenti virtuali, ci si presenta nell'opera di Evangelista Torricelli: « De Motu » (1647), ove è assunto, come postulato, il seguente :

« Se più pesi, applicati a diversi punti di un dato meccanismo, sono distribuiti in modo che qualunque movimento del meccanismo non possa dar luogo a un abbassamento del loro centro di gravità complessivo, essi stanno in equilibrio ».

L'importanza storica di questa nuova enunciazione del principio dei momenti virtuali, non sta soltanto nel fatto che, in essa, quel principio, che dagli antichi era stato chiaramente riconosciuto solo per il caso particolare di due forze o pesi, si trova esteso al caso di un numero qualunque di forze o di pesi.

L'enunciazione di Torricelli è ancora più interessante per ciò che in essa vengono in certo modo a confluire, e a manifestarsi come assai più intimamente connessi di quanto mai prima si fosse sospettato, due indirizzi di ricerca che, nelle fasi anteriori di sviluppo della Statica, si erano continuamente trovati l'uno di fronte all'altro, quasi in perpetuo contrasto: da una parte cioè il metodo che, per brevità, si potrebbe chiamare Aristotelico, basato esclusivamente sul confronto dei diversi spostamenti, compatibili coi vincoli, dei punti di applicazione delle forze, o dei pesi, agenti su un dato meccanismo; dall'altra invece l'indirizzo, che propriamente si potrebbe qualificare come Archimedeo, basato sulla considerazione dei centri di gravità, e sul principio che, per ogni corpo o sistema di corpi, esso tende a collocarsi nella posizione più bassa che sia possibile, compatibilmente coi legami ai quali i corpi stessi sono assoggettati.

Una parte non indifferente nel condurre il Torricelli a formulare in tal modo il principio dei movimenti virtuali — a presentarlo cioè come una generalizzazione, o un'estensione, al caso di gravi comunque vincolati, dei postulati posti, da Archimede, a base della sua trattazione dell'equilibrio dei

corpi rigidi — devono certo avere avuta, oltre alle suggestioni di Galileo, anche le considerazioni applicate da Stevin alla determinazione delle condizioni di equilibrio sul piano inclinato, considerazioni basate, come è noto, sul principio che un sistema di pesi, comunque legati tra loro, non si può mettere in movimento « da sè », quando, nelle nuove posizioni che esso potrebbe assumere, la distanza complessiva dei pesi da un piano orizzontale inferiore ad essi, non possa diventare minore di quella corrispondente alla posizione in cui prima si trovavano.

Non spetta perciò meno al Torricelli stesso il merito di essere stato il primo a dare, del principio dei momenti virtuali, una enunciazione tale da rendere possibile, e provocare quasi immediatamente, la sua formulazione più completa e generale ¹⁾.

Perfino nel tentativo di Lagrange di dimostrare, o meglio di rappresentare, il principio dei momenti virtuali, ricorrendo alla considerazione di un filo avvolgentesi su una serie di taglie, si riconosce facilmente lo svolgimento di un germe che, nell'enunciato di Torricelli, è già contenuto implicitamente.

Passando, da questa rassegna storica, alle conclusioni di indole didattica che mi pare se ne possano derivare, indicherò qui quello che mi sembra il migliore ordine da seguire nel presentare agli alunni nello stadio superiore di una Scuola secondaria, i vari ordini di fatti dai quali essi possono essere condotti a riconoscere il significato e la portata di un principio di così fondamentale importanza in ogni campo della meccanica

1) Questa si presenta per la prima volta nell'opera: " *Mechanica, sive de motu tractatus geometricus* ", di Giovanni Wallis, Londra 1670 (pag. 770): *Et quidem de motis pure staticis (qui a sola gravitate dependent) vel efficiendis vel non efficiendis, iudicium fiet ex illo generali principio (a Torricelli alii-que passim adhibito): Si, effecto motu proposito, gravia movendi centrum gravitatis, vel aggregati ex pluribus conjunctis commune centrum gravitatis, descensurum sit, motus consequetur, sin minus non consequetur. Quod nos universaliter asserimus (quo ad alios etiam motus res extendimus): Si processus secundum directionem motantis (vel aggregati processuum plurium) magnitudo (ex ritum gradu et altitudine processus aestimanda) praepoleat magnitudini (similiter aestimandae) regressus (regressumve aggregati) contra moventis directionem, motus efficietur; sin minus non efficietur.*

e della fisica matematica quale è appunto il principio dei momenti virtuali.

Un primo gruppo di fatti è costituito da quelli che possono essere direttamente constatati col sussidio del semplice apparecchio al quale, come si è visto indietro, si riferisce l'esposizione aristotelica: un disco girevole intorno a un asse, orizzontale o verticale, ai vari punti del quale possano essere applicate forze di determinata intensità e direzione, **parallelamente al piano delle sue faccie.**

Gli alunni dovrebbero essere invitati a constatare prima per esperienza diretta, poi a determinare in antecedenza, ricorrendo a opportune misure ed operazioni, aritmetiche o grafiche, le relazioni che sussistono fra le intensità di due forze (rappresentate per esempio da pesi) che si facciano equilibrio agendo, in date direzioni, su dati punti di tale disco, parallelamente alle sue faccie.

Dopo aver riconosciuto che la condizione di equilibrio può esprimersi, in questo caso, dicendo che devono essere uguali i prodotti dell'intensità di ciascuna forza per gli spostamenti che verrebbero a subire i punti dei circoli a cui esse sono rispettivamente tangenti, se il disco venisse fatto rotare, gli alunni non avrebbero difficoltà a comprendere come, invece di tali prodotti, si possano anche considerare quelli delle forze per i raggi dei corrispondenti circoli: come cioè possa convenire, in questo caso, sostituire, alla considerazione dei momenti virtuali, quella dei « momenti statici » delle forze rispetto all'asse di rotazione.

Riuscirà poi facile guidare gli alunni a riconoscere come casi particolari, del meccanismo schematico rappresentato dal suddetto disco, tanto il caso della leva ordinaria, quanto quello della leva ad angolo, nonchè quello dell'argano, e dell'asse nella ruota.

Ne si dovrebbe qui trascurare di far rivolgere la loro attenzione alle applicazioni che le conoscenze, da essi così acquisite, trovano nei casi, poco più complicati, di meccanismi rappresentati da serie d'ingranaggi, o da trasmissioni di movimenti rotatori da un asse ad un altro mediante cinghie o catene: casi questi che possono ad essi riuscire particolarmente

interessanti pel fatto di trovarsi esemplificati nel campo delle loro più famigliari esperienze: in quanto, per esempio, siano possessori, o utenti, di una bicicletta.

Di qui sarebbe naturale il passaggio al caso delle puleggie e delle taglie, dove la relazione tra l'intensità delle forze e delle resistenze, e i corrispondenti spostamenti virtuali, è atta a comparire in una forma ancora più chiara e impressionante, che non nei casi considerati sopra.

Qui potrà anche trovare il suo posto l'esame di quel semplice caso, considerato come già si è visto da Erone, di un peso sostenuto da un filo e al quale si tratti di far subire un determinato spostamento orizzontale, applicando gli sforzi a ciò diretti, successivamente, a diversi punti del filo stesso.

Converrebbe poi passare alle esperienze, e ai calcoli, relativi ai gravi scorrevoli lungo piani inclinati, e ai diversi sforzi richiesti per sostenerli a seconda della diversa inclinazione dei piani che li sostengono. Semplici apparecchi per servire a esperienze di questo genere, e a verifiche dei relativi calcoli, non dovrebbero mancare in nessun laboratorio di una scuola secondaria.

Il caso di due gravi collegati da un filo, e facentisi equilibrio essendo posati su due piani diversamente inclinati da diversa parte, — caso la cui considerazione è stata, come si è visto, d'importanza decisiva per lo sviluppo della statica moderna — mi sembra fornisca il migliore esempio concreto a cui si possa fare appello, per far comprendere chiaramente agli alunni come, nel confronto degli spostamenti virtuali, si deve tener conto, non solo della grandezza loro, ma anche della maggiore o minore divergenza della loro direzione da quelle delle dispendive forze.

Il concetto di « lavoro » verrebbe così a presentarsi agli alunni per la prima volta sotto la forma più atta anche a fornire immediatamente materia per la trattazione e soluzione di semplici problemi, ove troverebbero applicazione le cognizioni matematiche da essi contemporaneamente acquistate, per esempio le nozioni elementari di trigonometria ecc. ¹⁾.

1) Un'esposizione elementare della Statica, nella quale, al principio dei momenti virtuali, è dato un posto e un rilievo conforme ai criteri qui sostenuti, è quella che si

Nella trattazione di questioni relative all'equilibrio di gravi scorrevoli lungo piani inclinati sarà bene esigere, da parte degli alunni, alternativamente, il ricorso alla considerazione dei lavori virtuali, e ai procedimenti di decomposizione delle forze, o dei pesi, nelle loro componenti parallele e normali ai piani considerati.

Come, in geometria, il dare diverse e disparate dimostrazioni di uno stesso teorema importante, così anche qui il far constatare agli alunni la conformità delle conclusioni a cui si arriva per vie diverse, nella trattazione di una medesima questione, può avere una efficacia non trascurabile per coltivare in essi il senso dell'intima coerenza e solidarietà delle varie parti della scienza a cui si vanno iniziando.

A questo stesso scopo potrebbe anche essere utile il portare a cognizione degli alunni, sempre a proposito della condizione di equilibrio di due gravi discendenti da parte diversa su due piani di differente inclinazione, l'ingegnoso procedimento di cui si giovò, come si è visto indietro, lo Stevin, per dedurre tale condizione di equilibrio dalla ammessa impossibilità del moto perpetuo: sostituendo, ai due pesi in questione, una collana di pesi uguali, i cui due estremi si suppongano congiungersi al disotto di un piano orizzontale limitante inferiormente i due piani inclinati.

Ammesso che gli alunni abbiano già, a questo punto, acquistata, per qualsiasi via che qui non occorre precisare, una chiara nozione del centro di gravità e delle sue proprietà fondamentali, per quanto riguarda i corpi rigidi, riuscirà facile fare loro constatare come lo stesso concetto di centro di gravità, applicato al caso di due gravi che si equilibrino nel modo sopra detto, giacendo su due piani diversamente inclinati, permetta di enunciare la relativa condizione di equilibrio dicendo che i pesi loro devono essere tali che il centro di gravità del sistema da essi costituito non possa subire alcun abbassamento in corrispondenza a qualsiasi posizione che si possa,

trova nelle lezioni date, nell'Università di Corfù (1840-1), da Ottaviano Fabrizio Mossotti, pubblicate, l'anno successivo, a Firenze.

fare assumere ai due pesi, compatibilmente col vincolo che li collega.

L'esprimere, sotto questa forma, il principio dei momenti virtuali per il caso speciale di due soli gravi che si facciano equilibrio, applicati a un meccanismo qualsiasi, porta naturalmente a estenderlo al caso in cui si tratti di un numero qualunque di pesi vincolati in modo che la posizione di uno di essi determini la posizione e il livello di tutti gli altri.

Da questo caso, che è quello al quale si limita l'enunciato di Torricelli riportato più indietro, all'altro in cui, invece dei pesi, figurino altre forze qualunque, e comunque dirette, si può passare immediatamente, immaginando, per esempio, che ognuna di tali forze sia rappresentata dalla tensione di un filo da cui penda un peso, e che ad essa sia fatta assumere la direzione voluta, guidando il filo su una carrucola opportunamente collocata.

La questione se, e come, convenga di qui procedere alla traduzione finale del principio dei momenti virtuali nella lingua del calcolo infinitesimale si connette intimamente all'altra, se, e fino a che punto, sia possibile, o opportuno, comprendere, nei programmi di un ramo o dell'altro delle scuole secondarie, presenti o da istituire, le nozioni fondamentali del calcolo differenziale.

Il riconoscimento dell'inutilità di considerare, per la determinazione delle condizioni d'equilibrio, altre direzioni, o altri spostamenti, al di là di quelli corrispondenti a deviazioni « piccolissime » dalle posizioni in questione, costituirebbe, del resto, la miglior preparazione a un primo apprendimento dell'importanza pratica del concetto di derivata, o di quoziente differenziale.

Il IV Congresso internazionale dei Matematici.

Al terzo Congresso internazionale che si riunì in Heidelberg nel 1904 la R. Accademia dei Lincei avea fatto la proposta che il prossimo Congresso si riunisse in Roma. La proposta fu accolta favorevolmente dall'Assemblea, e l'Accademia si costituì in Comitato organizzatore con le due sezioni di matematica e di meccanica alle quali associò la Presidenza del Circolo Matematico di Palermo, il Rettore dell'Università di Roma e altri professori. I lavori preparatori furono felicemente compiuti col favore del ministro della P. I. e di altri illustri personaggi e per lo zelo operoso del comitato e in modo speciale del prof. Castelnuovo segretario generale del comitato stesso.

I lavori del Congresso venivano divisi in quattro sezioni. La prima per l'aritmetica algebra, analisi con introduttori i proff. Arzelà Capelli, Pascal, Pincherle. La seconda sezione era riservata alla geometria; introduttori i proff. Bianchi e Segre. La terza sezione che comprendeva meccanica, fisica matematica, geodesia e applicazioni varie della matematica, con introduttori i proff. Levi-Civita e Pizzetti, ebbe due sotto-sezioni: una per la scienza attuariale che per la prima volta figurava esplicitamente in un Congresso dei Matematici, introduttore il prof. Toia; l'altra per l'applicazione all'Ingegneria, introduttore il prof. Luigi. La quarta sezione era riservata alle questioni filosofiche, storiche, didattiche, introduttori i proff. Enriques, Loria, Vailati.

Il Comitato avea procurato ai congressisti facilitazioni di viaggio su tutte le ferrovie italiane offriva esso stesso vari festeggiamenti ed altri ne presentava offerti dalle autorità. Erano ammesse a partecipare ai lavori del Congresso, alle facilitazioni, ai festeggiamenti anche le persone di famiglia dei congressisti, mediante una tessera ridotta. Era inoltre costi-

tuito un Comitato di Signore che si prendeva l'incarico di ricevere le signore dei Congressisti, fornirle di informazioni, e festeggiarle con cordiali accoglienze.

Durante il Congresso sarebbe pubblicato un bollettino quotidiano contenente i nomi e gli indirizzi dei Congressisti presenti, le relazioni dei lavori del giorno precedente, il programma del giorno successivo e tutte quelle informazioni che potessero essere utili ai Congressisti.

I lavori si svolgerebbero nei locali della R. Accademia dei Lincei al palazzo già Corsini, molto opportunamente adattati alla circostanza e forniti di tutto ciò che sarebbe potuto tornare utile e gradito agli intervenuti.

La mattina del lunedì 6 aprile si faceva l'inaugurazione solenne del Congresso nella sala degli Orzi e Curiazi in Campidoglio alla presenza di S. M. il Re che si era degnato accettarne l'alto patronato. Intervennero alla solenne cerimonia anche S. E. il ministro della P. I., il Sindaco di Roma, il senatore prof. Blaserna presidente della R. Accademia dei Lincei e del Comitato organizzatore, tutti i membri del Comitato, i delegati e rappresentanti delle pubbliche amministrazioni, istituti, accademie, società diverse intervenuti al Congresso.

Dopo il saluto del Sindaco a nome della città, il saluto e il ringraziamento del Presidente prof. Blaserna alle autorità e agli intervenuti, a nome del Comitato e della Accademia, e quello di S. E. il ministro a nome del Governo, il sen. prof. Volterra leggeva un interessantissimo discorso inaugurale sul tema « *Le matematiche in Italia nella seconda metà del secolo XIX* »: Delineava a grandi tratti il rinnovamento degli studi in Italia in questo ultimo periodo, rievocava le grandi figure del Cremona, del Betti, del Brioschi, del Fergola, del Battaglini, esaminava le diverse scuole matematiche che fiorirono in Italia cominciando dal Betti e dal Beltrami e dagli studi di fisica matematica e meccanica. Passava poi alla teoria delle funzioni e ricordava i rapporti fra i matematici italiani e stranieri, tra cui Weierstrass, Riemann, Mittag-Leffler, Klein, Poincaré, Picard, Noether e molti altri. Considerava l'opera

del Dini come iniziatore in Italia degli studi sui fondamenti del calcolo; ed infine parlava delle ricerche geometriche di varia natura di cui si occuparono i matematici italiani. Conchiudeva ricordando gli studi di storia delle matematiche e la grande pubblicazione delle opere di Galileo fatta sotto gli auspici di S. M. il Re, ed augurandosi che gli studi di matematica in Italia seguitino nel loro armonico sviluppo.

Il giorno stesso, nelle ore pomeridiane aveva luogo la prima seduta plenaria nella sede dell'Accademia dei Lincei. Dopo la costituzione della Presidenza definitiva del Congresso a capo della quale veniva acclamato il Presidente stesso del Comitato sen. prof. Blaserna, e la lettura di alcune adesioni ed auguri inviati da varie istituzioni, il prof. Segre leggeva la relazione sul concorso alla medaglia Guccia, a nome anche dei colleghi nella commissione internazionale i proff. Noether e Poincaré. La commissione con voto unanime assegnava il premio al prof. Francesco Severi di Padova per i suoi lavori di « *Geometria sopra le superficie algebriche* ».

Venivano poi lette dagli autori la conferenza del prof. Mittag-Leffler di Stockholm « *Sur la représentation arithmétique des fonctions analytiques générales d'une variable complexe* » e quella del prof. Forsyth di Cambridge « *On the present condition of partial differential equations of the second order as regard formal integration* ».

Nelle sedute plenarie dei giorni successivi martedì, mercoledì, venerdì venivano lette le conferenze seguenti:

Darboux « *Les méthodes et les problèmes de la géométrie infinitésimale* ».

von Dick « *Ueber die mathematische Encyklopädie* ».

Newcomb « *La theorie du mouvement de la lune; son histoire et son état actuel* ».

Lorentz « *Le partage de l'énergie entre la matière ponderable et l'éther* ».

Poincaré « *L'avenir des mathématiques* ».

Picard « *L'analyse dans ses rapports avec la physique mathématique* ».

I nomi degli autori e i temi delle conferenze mostrano senz'altro quale fosse l'importanza di queste letture.

Per ciò che riguarda la fisica, un interesse tutto speciale ha la conferenza del Lorentz la quale verrà pubblicata nel prossimo numero di questo Periodico.

Le ore antimeridiane dei giorni dal 7 all' 11 furono riservate ai lavori delle sezioni, nelle quali venivano svolte complessivamente circa cento trenta comunicazioni. Sarebbe impossibile riportar qui anche soltanto i temi di tali comunicazioni. Per apprezzare la loro entità basti accennare ad alcune di ogni sezione.

Nella prima sezione parlarono fra gli altri il Borel sui principi della teoria degli insiemi, il Boutroux sull' inversione delle funzioni intiere, il Capelli sui coefficienti degli sviluppi delle funzioni algebriche, il d'Adhemar sulle equazioni integrali di Fredholm e Volterra. Il Fredholm svolse un' interessante comunicazione sugli integrali di Fourier e la teoria delle equazioni integrali lineari; l'Hadamard parlò dell' applicazione di un metodo del calcolo delle variazioni; il Jordan sulla soluzione della equazione generale di 6.^o grado. Il Pascal sulla nuova teoria delle forme differenziali di ordine e di grado qualunque; il Pincherle trattò di varie questioni nel campo delle funzioni determinanti; lo Stéphanos sopra un' estensione della teoria dei covarianti e invarianti di forme binarie, il Volterra sopra il metodo delle immagini nelle equazioni del tipo iperbolico. Questo problema che era stato dall'A. trattato già in un caso speciale, viene ora esteso con un principio che ha un grado di generalità equivalente a quello delle immagini nel caso di equazioni di tipo ellittico.

Venivano inoltre trattate altre questioni di molta importanza: sull' equazioni delle funzioni ipergeometriche; sull' esistenza degli integrali completi di S. Lie; sulle soluzioni analitiche dell' equazione $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{\partial z}{\partial y}$; sulla teoria dei gruppi discontinui.

Nella seconda sezione il Bagnera parlò delle equazioni algebriche $f(x, y, z) = 0$ che si possono risolvere con x, y, z funzioni meromorfe quadruplamente periodiche di due para-

metri; il Bianchi sulle trasformazioni di Darboux delle superficie d'area minima; il Brouwer di una teoria di gruppi finiti e continui indipendente dagli assiomi di Lie. Il Pfeiffer trattò dello sviluppo di funzioni algebriche di due variabili indipendenti in serie intere di variabili indipendenti; il Severi di alcuni nuovi risultati nella geometria algebrica e di qualche problema ad essa collegato; il Tzitzeika di una nuova classe di superficie. Il Varicak apportò dei nuovi studi sulla geometria analitica non euclidea; e il Zeuthen espose un esempio di una corrispondenza senza « Werthigkeit ».

Nella sottosezione per la scienza attuariale parlarono fra gli altri specialmente su questioni di ordine generale il Bohlmann, il Borel, il Castelli che si occupò della questione dell'insegnamento, il Lembourg dell'Associazione belga degli attuari, il Poussin, il Quiquet delegato ufficiale dell'Istituto degli attuari francesi, il Toja dell'Associazione italiana degli attuari.

Nella sottosezione per l'applicazione all'ingegneria trattarono questioni d'ordine generale il D'Ocagne delegato del Ministero dei lavori pubblici di Francia, il Claxton-Fidler, il Luiggi lo Swain.

Nella quarta sezione vennero trattate importanti questioni storiche e filosofiche. Ma soprattutto interessò la questione didattica e su questo tema parlarono rappresentanti di vari Stati: il Beke sullo stato dell'insegnamento in Ungheria, il Borel in Francia, il De Galdeano nella Spagna, il Fehr nella Svizzera, il Gutzmer nella Germania, lo Smith negli Stati Uniti, lo Stéphanos in Grecia, il Suppanschitsch in Austria, il Vailati e il Conti in Italia. Questa importante discussione condusse alla proposta di un ordine del giorno che venne presentato dal prof. Castelnuovo ed approvato dapprima dalla sezione e poi dall'Assemblea generale nella seduta plenaria di chiusura del sabato. L'ordine del giorno è il seguente:

« Il Congresso, avendo riconosciuto l'importanza di un
« esame accurato dei programmi e dei metodi d'insegnamento
« delle matematiche nelle scuole secondarie delle varie nazioni,

« confida ai professori Klein, Greenhill e Fehr l'incarico di
« costituire un comitato internazionale che studi la questione
« e ne riferisca al prossimo Congresso ».

Speciale importanza per ciò che riguarda la Fisica hanno i lavori della terza sezione. Furono presentate complessivamente venticinque comunicazioni le quali tutte, eccettuate quelle del Poynting, del Sommerfeld, del Giorgi, venivano svolte dagli autori.

Varie questioni di *meccanica* furono trattate dal Genese in un'applicazione dei polari reciproci alle forze nello spazio, dal Greenhill in uno studio sulla geometria del giroscopio con l'esposizione di un metodo per descrivere speciali curve odografi del moto, dal Beljankin con un esempio di una forza centrale tale che faccia descrivere ad un punto materiale una curva di secondo ordine.

Il Sommerfeld nella sua comunicazione presentata dal prof. Levi-Civita tratta di una questione di *idrodinamica* sui moti turbolenti dei fluidi, studiando col metodo classico delle piccole oscillazioni il caso di Lorentz-Couette dell'efflusso fra due cilindri concentrici o fra due pareti piane.

Il Darwin presentò un interessantissimo lavoro di *fisica terrestre* sulla rigidità della terra. Il lord Kelvin a proposito dello studio sulle maree concludeva che un globo della dimensione della terra se ha la rigidità del ghiaccio subisce una deformazione che è la metà circa di quella che subirebbe se fosse liquida; se invece fosse di acciaio la sua deformazione sarebbe di $\frac{1}{3}$. La sovrapposizione di un oceano al solido elastico riduce l'ampiezza delle maree. Sicchè affermava che le maree oceaniche non potessero essere ridotte da un fattore maggiore di $\frac{1}{3}$, benchè possa essere anche di $\frac{2}{3}$, e che la terra avesse presso a poco la rigidità dell'acciaio. Questi principii però erano piuttosto felici intuizioni che risultato di dimostrazioni. Il Darwin trovava una conferma di ciò nell'osservazione di maree di lungo periodo, paragonate con quelle di una terra rigida calcolate con la teoria di Laplace che ritiene tali maree obbedire alla teoria dell'equilibrio. Il fattore di riduzione

che così otteneva era di $\frac{7}{100}$. Applicando invece la teoria dinamica l'A. trovava che queste maree possono differir molto nell'ampiezza dai valori calcolati secondo la teoria di Laplace e così venivano a mettersi in dubbio i risultati sul calcolo della rigidità della terra. Lord Rayleigh trovava nella presenza di continenti la causa della discordanza tra le due teorie, e reintegrava così la teoria di Laplace e le conclusioni sulla rigidità della terra. Allo stesso risultato conducono le osservazioni fatte da W. Schweydar su maree di lungo periodo quantunque il fattore di riduzione risulti leggermente più piccolo di quello trovato dall'A. Anche gli studi dell'Hecker col pendolo orizzontale conducono al fattore di riduzione $\frac{1}{3}$. Un tentativo per stimare quanto la terra solida si alzi e si abbassi con la marea conduce a ritenere che nelle maree a lungo periodo noi siamo alternativamente di circa 17 cm. più lontani o più vicini al centro della terra; questa grandezza può essere accresciuta forse di 10 cm. per l'influsso delle variazioni di pressione barometrica.

Anche il Pizzetti espone alcune questioni di fisica terrestre sulla riduzione delle latitudini e delle longitudini al livello del mare, riassumendo gli studi suoi e quelli dell'Eötvös.

Furono inoltre presentati varii studi d'indole generale di *fisica matematica*. Il Boggio esponeva un metodo diretto per dimostrare che gli integrali delle equazioni indefinite e ai limiti di numerosi problemi di fisica matematica, qualora si considerino come funzioni dei parametri che figurano nelle equazioni stesse, non possono avere rispetto a tali parametri che dei poli semplici.

Sul problema di Lamé il Tedone si occupava di una soluzione completa del problema di determinare i sistemi tripli ortogonali formati dalle superfici $q_1 = \text{cost}$, $q_2 = \text{cost}$, $q_3 = \text{cost}$; tali che due di queste serie di superficie siano di rotazione intorno alla stessa retta, di modo che l'equazione di Laplace abbia le equazioni semplici della forma

$$P f_1(q_1) f_2(q_2) f_3(q_3).$$

Per la teoria dell'*elasticità* furono presentate varie comunicazioni. L'Hadamard svolse due brevi note sulla flessione delle placche elastiche incastrate; il Kolossoff trattò del problema piano nella teoria dell'elasticità; il Lamb della flessione di una sbarra sottile.

Il Somigliana, a proposito delle deformazioni elastiche non regolari, dimostra che possono esistere distorsioni elastiche soddisfacenti alle condizioni stabilite dal Weingarten e non a quelle del Volterra, e che tali distorsioni sono possibili anche nei corpi semplicemente connessi.

Il Lauricella parla sull'equazione $\Delta^n V = 0$ e su alcune estensioni delle equazioni dell'elasticità. Il metodo dall'A. indicato già per dimostrare la possibilità di risolvere il problema dei valori al contorno per l'equazione $\Delta^k V = 0$ in un numero qualunque di variabili, vale anche per $\Delta^n V = 0$ e in particolare per $\Delta^k V = 0$.

Questioni di *ottica* vennero trattate nelle comunicazioni del Garbasso e del Poynting. Il Garbasso studiando lo spettro normale di una vibrazione smorzata

$$e^{-at} \sin b t$$

in accordo con le esperienze di Zelmder pone che lo spettro di cui si tratta è uno spettro continuo, ricorrendo alla decomposizione della funzione

$$e^{-at} \sin b t$$

in una somma di onde non smorzate ma limitate ad un intervallo di tempo finito.

Nella comunicazione del Poynting sul momento di un raggio di luce, presentata in sua vece dal Bryan, l'A. dalla considerazione della energia di un fascio di onde incidenti e riflesse sopra un piano mobile, fatta sotto diverse ipotesi, deduce l'esistenza di una componente tangenziale quando il fascio cade obliquamente sopra una superficie assorbente, esistenza che viene confermata da esperienze fatte dallo stesso autore.

Non mancò la trattazione di questioni di *elettricità*. L'Abraham (M) esponeva una teoria sul freno a corrente vortice, basandosi sull'elettrodinamica di Hertz per i corpi in moto,

e cercava di stabilire fino a qual punto possa determinarsi teoricamente la dipendenza della forza premente dalla velocità.

Il Levi-Civita sull'espressione asintotica dei potenziali ritardati studiava alcuni casi importanti nei quali viene a sparire il carattere di dipendenza funzionale dall'andamento del moto in un intervallo di tempo anteriore a quello in cui si considera.

Lo Störmer in un'interessante conferenza, illustrata con proiezioni, si occupava delle traiettorie di corpuscoli elettrizzati nel campo di un magnete elementare, con applicazione alle aurore boreali. Partendo dalle esperienze del Birkeland l'A. aveva intrapreso una lunga serie di ricerche matematiche per dare una spiegazione dei fenomeni delle aurore boreali e delle perturbazioni magnetiche. L'A. è riuscito a dimostrare con l'analisi tutti i tratti principali di tali fenomeni, rendendo così molto probabile la teoria dello stesso Birkeland, secondo la quale le aurore boreali sono dovute a corpuscoli elettrizzati proiettati dalle macchie solari e incontranti l'atmosfera sotto l'influsso del magnetismo terrestre.

Il Korn presentava uno studio sulle *vibrazioni universali della materia* con applicazione alla teoria della *gravitazione* e delle forze molecolari. Esposti i fondamenti della teoria delle vibrazioni universali, proprie di particelle materiali debolmente compressibili immerse in un mezzo incompressibile, l'A. definisce la vibrazione di pulsazione necessaria per spiegare la gravitazione, come la vibrazione fondamentale delle vibrazioni universali; e per gli elettroni, considerati come particelle pulsanti trova una differenza meccanica dalle particelle gravitanti, differenza che sostituisce la legge di Coulomb al posto di quella di Newton.

Questioni di vario genere furono inoltre trattate dall'Andrade, dal Boccardi, dal Bryan.

Finalmente venivano presentate dal Giorgi e dal Marcolongo alcune questioni riguardanti il *calcolo vettoriale*. Il Marcolongo riassumeva una lunga serie di studi fatti insieme al prof. Burali sulle notazioni del calcolo vettoriale, allo scopo

di una unificazione. Come risultato di tali studi proponeva alcune notazioni fondamentali del calcolo minimo. La questione così importante conduceva la sezione a promuovere uno studio completo sul campo delle notazioni vettoriali. Veniva perciò formulato dal prof. Hadamard e votato, prima dalla sezione, e poi proposto all'assemblea generale nella seduta di chiusura, un ordine del giorno in cui si domandava al Congresso la nomina di una commissione internazionale per lo studio dell'unificazione delle notazioni vettoriali, e si dava al comitato organizzatore del Congresso l'incarico di costituire detta Commissione. La proposta veniva approvata con molto favore dall'Assemblea.

I lavori del Congresso si chiudevano nella seduta plenaria del sabato 11. Per questa ultima riunione era assegnata la lettura di una conferenza del sen. prof. Veronese sulla geometria non archimedeica, ma essendo l'autore indisposto la lettura mancò.

Venivano in questa seduta di chiusura approvate, oltre le due già accennate alcune altre proposte di minore importanza e stabilita poi la sede del prossimo Congresso.

A questo proposito il prof. Forsyth a nome della Cambridge Philosophical Society a cui si associava anche la London Mathematical Society invitava l'assemblea a designare Cambridge per sede del congresso futuro. La proposta veniva accolta ed approvata a voti unanimi e con vivi applausi. Il prossimo Congresso dunque, che sarà il quinto, si riunirà a Cambridge nell'agosto del 1912.

La seduta si chiudeva tra lo scambievole ringraziamento del Presidente agli intervenuti, e di questi, per mezzo del prof. Darboux, al Presidente, al Comitato e a quanti si erano interessati per la buona riuscita del Congresso; e fra gli auguri del Presidente che i lavori di questa riunione scientifica lascino frutti duraturi ed efficaci nel progresso della scienza e rafforzino la solidarietà e la feconda armonia fra i cultori di essa.

GIUSEPPE GIANFRANCESCHI

Segretario alla III Sezione del Congresso.

THE SCIENTIFIC PAPERS

of J. WILLARD GIBBS, PH. D., LL. D.

formerly Professor of Mathematical Physics in Yale University, in two volumes. Vol. I. Thermodynamics, with Portrait; Vol. II. Dynamics, Vector Analysis and multiple Algebra, Electromagnetic Theory of Light, etc.

(Longmans, Green, and Co. New York and Bombay, 1906).

Le memorie sulla termodinamica e sulla teoria degli equilibri chimici del Gibbs, per la forma astratta in cui vennero redatte, e per la rarità dei periodici e riviste in cui furono pubblicate, non ebbero e non hanno ancora quella diffusione che incontrastabilmente esse meritano; ad eccezione soltanto della memoria capitale: « On the Equilibrium of heterogeneous Substances » tradotta in tedesco dall'Ostwald: in francese da Chatelier, e di recente pubblicata ancora in uno dei volumetti della collezione « *Scientia* ». E però lo stesso Gibbs stava preparando una nuova edizione delle suddette memorie, allorchè sventuratamente egli morì (aprile 1903). L'opera iniziata non fu per questa interrotta e coi due bei volumi editi recentemente e che raccolgono quasi tutta la produzione del Gibbs, i due editori elevano alla memoria del grande fisico matematico il monumento più bello e duraturo, rendono alla Scienza un inestimabile servizio.

L'opera scientifica del Gibbs è già stata eloquentemente giudicata; il suo valore altissimo; le conferme brillanti della scuola chimica olandese sono ben noti e lo studioso può vedere tutto riassunto e sintetizzato in un articolo pubblicato da uno degli editori, il sig. Bumstead, dopo la morte del Gibbs e assai opportunamente riprodotto in testa al primo volume delle memorie; e in quello bellissimo del prof. Duhem nel Bulletin des Sciences Mathém. 2^{me} série, t. XXXI, août 1907.

Basteranno dunque poche parole per presentare i due volumi ai lettori del *N. Cimento*.

Questi volumi contengono soltanto le memorie pubblicate dal Gibbs in un trentennio di vita scientifica e poche altre cose inedite. Non sono quindi comprese, nè avrebbero potuto, la *Vector Analysis*, pubblicata, secondo le lezioni del Gibbs, dal suo allievo Wilson nel 1901 e gli *Elementary Principles in Statistical Mechanics*.

Nel primo volume, nella cui prima pagina si può ammirare una bella incisione del ritratto del Gibbs, sono raccolte le memorie che, forse, più valsero a stabilire la fama dell'Autore; e cioè quelle sulla applicazione dei metodi grafici alla termodinamica dei fluidi, quella sull'equilibrio delle sostanze eterogenee e alcuni frammenti di scritti che dovevano servire di supplemento a questa memoria.

Il secondo volume contiene una ricerca di dinamica, le vecchie lezioni sulla analisi vettoriale, la conferenza sull'algebra multipla, alcune memorie sulla teoria elettromagnetica della luce e infine alcune riviste o articoli bibliografici.

La memoria: *On the Fundamental Formulae of Dynamics*, pubblicata fin dal 1879, è, se non ci inganniamo, passata quasi inosservata ai geometri, ha cioè subita la stessa sorte di molte delle scoperte del Gibbs, quantunque il Boltzmann accenni, nelle *Vorles. u. d. Prin. der Mechanik*, a qualcuno dei risultati contenuti in questa memoria. Il Gibbs, dopo aver mostrato la maggior naturalezza e precisione di considerare nella formula fondamentale della dinamica in luogo delle variazioni delle coordinate di un punto, le variazioni delle componenti dell'accelerazione, ha dedotte tutte le note proprietà di massimo e minimo dei problemi dinamici, il principio del minimo sforzo di Gauss e finalmente ancora quelle equazioni cui è arrivato più tardi il prof. Appell e che da lui si intitolano; e ne ha ancora fatta un'applicazione elegante al moto di un corpo rigido.

Gli elementi dell'analisi vettoriale, stampati privatamente per uso dei suoi allievi al 1881 e al 1884, vengono fortunatamente e per la prima volta presentati al pubblico matematico in questo secondo volume. Benchè tutti i metodi del Gibbs ci fossero noti, grazie alla pubblicazione del Wilson, è con vivo

compiacimento che si legge il pensiero genuino dell' A. in queste lezioni sommarie e concise. Fin dal 1881 adunque il Gibbs aveva costruito il suo sistema semplice e completate le ricerche, ancora così poco note, sulle funzioni lineari di vettori e sulle *diadi*, e ne aveva fatta applicazione allo studio della deformazione di un mezzo continuo, alla propagazione delle onde, ecc.

Gli editori, oltre alla conferenza sull'algebra multipla, letta avanti alla Associazione americana pel progresso delle scienze, e che è una sintesi lucida dei metodi meccanico-geometrici di Möbius, Hamilton, Grassmann (non pare che Gibbs avesse notizia dei lavori del Bellavitis), hanno ancora raccolti gli articoli scritti dal Gibbs in difesa della sua analisi vettoriale, contro il Tait ed i *quaternionisti*; e disseminati in vari volumi di *Nature*.

È noto che il Tait, nella prefazione alla terza edizione del suo libro sui Quaternioni accusò il Gibbs di aver ritardato, col suo sistema, *a sort of hermaphrodite monster, compounded of the notation of Hamilton and Grassmann*, i progressi dell'analisi quaternionale. Da qui l'origine di una lunga polemica: *Vector versus Quaternions*; in cui molti scienziati inglesi — basti citare tra questi Ball, Lodge, Heaviside — presero parte pel Gibbs.

Non sarebbe stato forse inopportuno, in una appendice, riportare anche le risposte dei contraddittori del Gibbs, che trovansi pure in *Nature*.

Intanto è mestieri rallegrarsi cogli editori per la impresa condotta felicemente a termine, per l'edizione elegante e signorile e per l'omaggio reso ad una mente profonda e geniale, ad un figlio glorioso dell'ancora giovine America.

Maggio 1908.

R. MARCOLONGO.

LETTERATURA FISICA

A. Fisica generale.

1. Generalità.

- Barus C.** Pendulum coincidences determined by shadow Reenforcements, shadow Micro-metry ecc. *Phys. Rev.* **26**, p. 299, 1908.
- Hill B. V.** A new Method for determining the smallest Interval of Time perceptible by the Ear. *Phys. Rev.* **26**, p. 393, 1908.
- Comstock D. F.** A relation of Mass to Energy. *Phys. Rev.* **26**, p. 334, 1908.
- Ramsay W.** Sur la dégradation des éléments. *Arch. de Genève* (4), **25**, p. 329, 1908.
- Kauffmann H.** Elektronentheorie und Valenzlehre. *Phys. Zeit.* **9**, p. 311, 1908.
- Rohland P.** Ueber das Gesetz von Dulong-Petit. *Phys. Zeit.* **9**, p. 318, 1908.
- Lehmann O.** Zur Geschichte der flüssigen Kristalle. *Ann. d. Physik.* (4), **25**, p. 852, 1908.
- Sahuika J.** Ueber das Verhalten fester, insbesondere pulverförmiger Körper in bewegten Flüssigkeiten und Gasen. *Ann. d. Physik.* (4), **25**, p. 885, 1908.
- Sirk H.** Zur Berechnung der molekularen Dimensionen. *Ann. d. Physik.* (4), **25**, p. 894, 1908.
- Mecklenburg W.** Einiges von den Elektronen. *Das Weltall.* **8**, p. 206, 1908.
- Perrin J. I.** L'agitation moléculaire et le mouvement brownien. *Compt. Rend.* **146**, p. 967, 1908.
- Bordemann E.** Elektrische Störungen bei Analysenwagen. *Chem. Zeitg.* **32**, p. 220, 1908.
- Landolt H.** Untersuchungen über die fraglichen Aenderungen des Gesamtgewichtes chemisch umsetzender Körper. III. *Berl. Ber.* p. 854, 1908.
- Besler J.** Sur le nombre des corpuscules dans l'atome. *Radium.* **5**, p. 106, 1908.
- Erle H.** Anzahl der quasielastisch gebundenen Elektronen in Heliumatom. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **6**, p. 331, 1908.
- Kronslor H.** Ueber reines Eisen. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **6**, p. 344, 1908.
- Henri V.** Étude cinématographique des mouvements browniens. *Compt. Rend.* **146**, p. 1024, 1908.

2. Densità.

- Blackman P.** Eine neue Methode zur Bestimmung von Dampfdichten. II. *Chem. Ber.* **41**, p. 881, 1908.

3. Meccanica dei solidi. Elasticità. Potenziale.

- Pennacchiotti G.** Sul moto di rotolamento. *Acc. Gioenia.* (4), **20**, N. 1, 1907.
- Cotton.** Remarques géométriques sur les mouvements de roulement. *Ann. Univ. Grenoble.* **20**, 1, 1908.

- Lovett. Sur une classe de solutions périodiques dans le problème des quatre corps. *Ann. di Mat. (3)*, **14**, 4, 1908.
- Grünelsen E. Die elastischen Konstanten der Metalle bei kleinen Deformationen. *Ann. d. Physik.* (4), **25**, p. 825, 1908.
- Leon A. Ueber die Störungen der Spannungsverteilung, die in elastischen Körpern durch Bohrungen und Bläschen entstehen. *Oester. Wochenschr. f. d. öff. Baudienst.* N. 9, 1908.
- Petrini H. Les dérivées première et seconde du potentiel. *Acta Mathematica*, **31**, N. 2-3, 1908.
- Planck M. Zur Dynamik bewegter Systeme. *Ann. d. Phys.* (4), **26**, p. 1, 1908.
- De Saint-Germain A. Ueber die Hebung einer Schwierigkeit, die bei der Untersuchung des Gleichgewichts der Welle auftritt. *Nouv. Ann. d. Math.* (4), **7**, p. 11, 1907.
- Lampe E. Zwei elementare Aufgaben aus der Mechanik über eine gewisse Klasse von Körpern. *Verh. Deut. Phys. Ges.* **6**, p. 303, 1907.
- Réthy M. Ueber Stabilität und Labilität eines materiellen Punktes im widerstrebenden Mittel. *Journ. f. reine und angewandte Math.* **133**, p. 284, 1908.
- Love A. E. H. The calculation of the normal modes and frequencies of vibrating systems. *Math. Soc. London*, 14 Maggio 1908.
- De Sitter W. On a remarkable periodic Solution of the restricted Problem of three Bodies. *Rep. Brit. Ass.* p. 446, 1907.
- Charron F. Influence de l'atmosphère ambiante sur le frottement entre corps solides. *Compt. Rend.* **146**, p. 1013, 1908.

4. Meccanica dei Liquidi. Capillarità.

- Cisotti U. Sull'impiego di funzioni ellittiche in una questione di idrodinamica. *Atti R. Ist. Veneto*, **67**, p. 293, 1908.
- Cisotti U. Vene fluenti. *Rend. Circ. Mat. Palermo*, **25**, 1908.
- Ayrton H. On the non-periodic or residual Motion of Water moving in Stationary Waves. *Proc. Roy. Soc.* **80**, p. 252, 1908.
- Harrison W. J. The influence of viscosity on wave motion. *Math. Soc. London*, 30 Aprile 1908.
- Bakker G. Dünne Flüssigkeitshäute und kleine Flüssigkeitströpfchen. *Ann. d. Phys.* (4), **26**, p. 35, 1908.
- Enache N. Contribution à la théorie de l'écoulement sur les déversoirs en mince paroi et à nappe noyée en dessous. 37 p. Paris. Gauthier-Villars, 1908.
- Ramstedt E. Beiträge zur Kenntnis des Verhaltens gedehnter Flüssigkeiten. *Arkiv. for Mat. Astron. och. Fysik*, **4**, p. 18, 1908.
- Van der Mensbrugghe G. Sur la constante k de Laplace. *Bull. de Belg.* p. 1020, 1907.
- Terada T. Note on a method of constructing contour lines of oscillating liquid surface. *Proc. Tokyo Math. Phys. Soc.* (2), **4**, p. 251, 1903.

5. Meccanica degli aeriformi.

- Ruckes W. Untersuchungen über den Ausfluss komprimierter Luft aus Kapillaren und die dabei auftretenden Turbulenzerscheinungen. *Ann. d. Phys.* (4), **25**, p. 983, 1908.

- Peters N. Beziehung zwischen Geschwindigkeit und Winddruck. *Zeit. d. V. d. Ing.* 52, p. 462, 1908.
- Carlbaum T. Contribution à la théorie des mouvements infiniment petits d'un gaz hétérogène. Thèse. Upsala 1907.
- Deprez M. Sur le planement stationnaire des oiseaux. *Compt. Rend.* 146, p. 1003, 1908.
- Renard P. Virage de aéroplanes. *Compt. Rend.* 146, p. 1005.

6. Apparecchi.

- Carman A. P. A differential Volumenometer. *Phys. Rev.* 26, p. 396, 1908.
- Tutwiler C. C. Igrometro perfezionato. *Journ. of Amer. Chem. Soc.* 30 Aprile 1908.
- Grüneisen E. Interferenzapparat zur Messung der Querkontraktion eines Stabes bei Belastung. *Zeit. f. Instr. Kunde.* 28, p. 89, 1908.
- Luther R. Eine Laboratoriumpumpe. *Chem. Zeit.* 32, p. 267, 1908.

B. Fisica chimica.

1. Generalità. Teoria. Pressione osmotica. Attrito interno.

- Dolgolenko W. Ueber die untere kritische Löslichkeitstemperatur zweier Flüssigkeiten. *Zeit. f. Phys. Chem.* 62, p. 499, 1908.
- Muller J. A. Sur une démonstration de la règle des phases de Gibbs. *Compt. Rend.* 146, p. 866, 1908.
- Trevel J. E. Osmotic Pressure. *Journ. Phys. Chem.* 12, p. 141, 1908.
- Lillie R. S. Der Einfluss von Elektrolyten und anderer bestimmter Bedingungen auf den osmotischen Druck kolloidaler Lösungen. *Chem. Zentralbl.* 1, p. 1138, 1908.
- v. Antropoff A. Die pulsierende Hg-Wasserstoffperoxydkatalyse. *Zeit. f. Phys. Chem.* 62, p. 513, 1908.
- Retinjanz L. Die Zähigkeitsänderung der flüssigen Schwefels. *Zeit. f. Phys. Chem.* 62, p. 609, 1908.

2. Affinità. Solubilità. Assorbimento. Diffusione.

- Yégounow M. Appareils pour diffusion dans les milieux solides. *Arch. de Genève.* (4), 25, p. 350, 1908.
- Deutsch R. Die Abhängigkeit des Gasdiffusionskoeffizienten vom Mischungsverhältnis. Diss. Halle, 1907.
- Mumm O. Die Kinetik des Diazoessigesters und das Verdünnungsgesetz. *Zeit. f. Phys. Chemie.* 62, p. 589, 1908.
- Schükarew A. Ueber die innere Energie gelöster Stoffe. I. *Zeit. f. Phys. Chemie.* 62, p. 601, 1908.
- Einstein A. Elementare Theorie der Brownschen Bewegung. *Zeit. f. Elektrochemie.* 14, p. 235, 1908.
- Homfray J. The Absorption of Gases by Charcoal. *Rep. Brit. Ass.* p. 451, 1907.
- Gaillard G. Observations sur le temps employé par les corps pour se dissoudre. *Compt. Rend.* 146, p. 1020, 1908.

3. Elettrochimica. Elettrolisi.

- Martini T. Intorno alla corrente generata dalla coppia Platino-spugna di Platino immersa in una soluzione acidolata o salina. *Atti R. Ist. Veneto*. **67**, p. 177, 1908.
- Weber H. C. P. The preparation of Chloroplatinic Acid by Electrolysis of Platinum Black. *Bull. Bur. of Stand.* **4**, p. 365, 1908.
- Noyes A. A. und Kato Y. Ueberführungsversuche mit Salpeter- und Salzsäure. *Zeit. f. Phys. Chem.* **62**, p. 420, 1908.
- Richarz F. Ueber die Erhitzung von Elektrolyten an kleinen Elektroden bis zur Siedetemperatur. *Ann. d. Phys.* (4), **25**, p. 1022, 1908.
- Rowland W. S. The electrolytic corrosion of the copper-aluminium alloys. *Journ. Phys. Chem.* **12**, p. 180, 1908.
- Barnes H. T. and Scheerer G. W. A hydrogen peroxide cell. *Journ. Phys. Chem.* **12**, p. 155, 1908.
- Carhart H. S. Revisions of the theory of electrolysis. *Chem. News*. **97**, p. 140, 151, 160, 1907.
- Van der Ven E. Sur le transport des liquides par le courant électrique. *Arch. Musée Teyler*. (2), **11**, p. 185, 1908.
- Deumar E. De la vitesse de transport des ions H, Cl, OH dans l'électrolyse des dissolutions d'acide chlorhydrique. *Compt. Rend.* **146**, p. 894, 1908.
- Girard P. Variation de la force électromotrice des chaînes liquides par polarisation de diaphragmes interposés. *Compt. Rend.* **146**, p. 927, 1908.
- Sanford F. Contact electromotive Force and Cohesion. *Phys. Rev.* **26**, p. 410, 1908.
- Van Laar J. J. Aluminium und die Spannungsreihe. *Chem. Weekblad*. **5**, p. 124, 1908.
- Lehfeldt R. A. The electrochemical Equivalents of N and H. *Phil. Mag.* (6), **15**, p. 614, 1908.
- Kohlshütter V. und Goldschmidt T. Ueber kathodische Zerstäubung von Metallen in verdünnten Gasen. *Zeit. f. Elektrochemie*. **14**, p. 221, 1908.

4. Fotochimica.

- Syok A. Zur thermodynamischen und elektrochemischen Berechnung photochemischer Reaktionen. *Zeit. f. Phys. Chem.* **62**, p. 454, 1908.
- Purvis J. E. und Wilks W. A. R. The influence of light and of copper on fermentation. *Proc. Cambr. Phil. Soc.* **14**, p. 361, 1907.
- Schall C. Ueber Farbstoffbildung im Ultraviolett. *Journ. f. Prakt. Chem.* **77**, p. 362, 1908.
- Ciamiciola G. und Silber P. Chemische Lichtwirkungen. *Chem. Ber.* **41**, p. 1071, 1908.

5. Termochimica.

- Pier M. Spezifische Wärme und Dissociationsverhältnisse von Chlor. *Zeit. f. Phys. Chem.* **62**, p. 885, 1908.
- Naber H. und Le Rousignol R. Bestimmung des NH_3 -Gleichgewichts unter Druck. *Zeit. f. Elektrochemie*. **14**, p. 181, 1898.
- Jost F. Ueber das NH_3 -Gleichgewicht. *Zeit. f. Anorg. Chem.* **57**, p. 414, 1908.
- Me Intosh D. The heat of formation of tetravalent O-compounds. *Journ. Phys. Chem.* **12**, p. 167, 1908.

Jougnot M. Application des lois de la similitude à la propagation des déflagrations. *Compt. Rend.* 146, p. 916, 1908.

Redgrove H. S. Le calcul des constantes thermochimiques. *Chem. News.* 97, Aprile 1908.

Crussard et Jougnot. Application des lois de la similitude à la propagation des detonations. *Compt. Rend.* 146, p. 954, 1908.

C. Struttura. Cristallografia.

Gessner S. Beiträge zur Kenntniss der Isomorphie. *Zeit. f. Krist.* 44, p. 417, 1908.

Lehmann O. Flüssige Kristalle. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* 6, p. 821, 1908.

Sellas W. J. Note on the Intimate Structure of crystals. *Rep. Brit. Ass.* p. 481, 1907.

C. Acustica.

1. Acustica fisica.

Zernev W. Ueber absolute Messungen der Schallintensität. *Ann. d. Phys.* (4), 26, p. 79, 1908.

2. Acustica fisiologica.

Davis M. M. How does a Violinist control the Loudness of his Tone? *Phys. Rev.* 26, p. 381, 1908.

3. Acustica musicale.

Starke H. Physikalische Musiklehre. VIII-332 p. Leipzig. Quelle u. Meyer. 1908.

Chassériau R. Représentation géométrique de la gamme. *Journ. de Phys.* (4), 7, p. 387, 1908.

Della Torre F. The rediscovery of a lost art and a few notes on the theory of the violin. *Science.* 27, p. 592, 1908.

4. Apparecchi.

E. E. Acoustic oscillographs. *Nature.* 78, p. 69, 1908.

D. Calore.

1. Teoria meccanica del calore.

Bryan G. H. Note en certain dynamical analogues of temperature equilibrium. *Phys. Soc. London.* 18 Marzo 1908.

Aurie M. Sur l'entropie. *Compt. Rend.* 146, p. 891, 1908.

Happel H. Zur Kinetik und Thermodynamik der Gemische. *Ann. d. Phys.* (4), 26, p. 95, 1908.

2. Teoria cinetica della materia.

3. Dilatazione e termometria.

Kamerlingh Onnes H. On the measurement of very low temperatures. XIX. *Proc. Amsterdam.* 10, p. 589, 1908.

Grüneisen E. Ueber die thermische Ausdehnung und die spezifische Wärme der Metalle. *Ann. d. Phys.* (4), 26, p. 211, 1908.

Holborn L. Optical Pyrometry. *Rep. Brit. Ass.* p. 440, 1907.

Féry C. Optical Pyrometry. *Rep. Brit. Ass.* p. 442, 1907.

4 Calorimetria.

Elliott P. H. and McIntosh D. The heats of vaporisation of the liquid halogen hydrides and of sulphured hydrogen. *Journ. Phys. Chem.* **12**, p. 163, 1908.

Schlett W. Ueber die Aenderung der Dichte und spezifischen Wärme bei Platin und Nickel durch Bearbeitung und über Temperaturabhängigkeit der spezifischen Wärme derselben. *Ann. d. Phys.* (4), **26**, p. 201, 1908.

5. Cambiamenti di stato. Proprietà dei vapori e dei gas.

Kamerlingh Onnes H. The condensation of Helium. *Nature.* **77**, p. 581, 1908.

Kamerlingh Onnes H. and Keesom W. H. On the equation of state of a substance in the neighbourhood of the critical point liquid-gas. I e II. *Proc. Amsterdam.* **10**, p. 603, 611, 1908.

Kreihgauer D. Die kritische Temperatur des Eisens und ihre Wichtigkeit für die kosmische Physik. *Natur. und Offenbarung.* **58**, p. 362, 401, 1907.

Davis H. N. Notes on superheated Steam. *Phys. Rev.* **26**, p. 407, 1908.

Kamerlingh Onnes H. and Dewar J. Solidification of Helium. *Chem. News.* **97**, p. 121, 1908.

Küttner E. W. Ueber das spezifische Volumen v_1 von Flüssigkeiten unter dem Sättigungsdruk. 38 p. Diss. Rostock. 1907.

Kamerlingh Onnes H. Isotherms of monoatomic substances. *Proc. Amsterdam.* **10**, p. 741, 1908.

Kamerlingh Onnes H. Experiments on the condensation of helium by expansion *Proc. Amsterdam.* **10**, p. 744, 1908.

Troyten F. T. An electrical experiment for illustrating the two Modes of Condensation of moisture on solid surfaces. *Rep. Brit. Ass.* p. 453, 1907.

6 Sorgenti di calore.

7. Conducibilità termica.

8. Calore raggiante.

Coblentz W. W. Instruments and Methods used in Radiometry. *Bull. Bur. of Stand.* **4**, p. 391, 1908.

9. Apparecchi ed applicazioni termiche.

E. Ottica.

1. Teoria, Generalità.

Mandelstam L. Zur Theorie der Dispersion. *Phys. Zeit.* **9**, p. 308, 1908.

Wien W. Gesetze und Theorien der Strahlung. *Sitzber der Phys. med. Ges. Würzburg.* p. 1, 1907.

Gullstrand A. Tatsachen und Fiktionen in der Lehre von der optischen Abbildung. *Arch. f. Opt.* **1**, p. 1-1, 1907.

Leige O. The Density of Ether. *Rep. Brit. Ass.* p. 452, 1907.

Rankine A. O. On a theoretical method of attempting to detect relative Motion between the Ether and the Earth. *Rep. Brit. Ass.* p. 454, 1907.

2. Propagazione della luce, riflessione, rifrazione, dispersione, assorbimento, emissione.

- Hellwig M. Untersuchung über die Lage der Inzidenzpunkte bei Reflexion und Refraction an Ebene, Kugel und Kreiszylinder für zwei feste Punkte im Raum. Diss. Rostock, 1907.
- Lyman T. Some Properties of Light of extremely short Wave-Length. *Phys. Rev.* **26**, p. 412, 1908.
- Burton W. The refractive Index and Dispersion of Light in Argon and Helium. *Roy. Soc. London.* 30 Jan. 1908.
- Cuthbertson C. and Metcalfe E. P. On the Dispersion of Gaseous Mercury, Sulphur, Phosphorus and Helium. *Roy. Soc. London.* 20 Feb. 1908.
- Paschen F. Ueber die Dispersion des Steinsalzes und Sytrins im Ultrarot. *Ann. d. Phys.* (4), **26**, p. 120, 1908.
- Merse L. B. The selective reflection of salts of carbonic and other oxygen acids. *Astrophys. Journ.* **26**, p. 225, 1907.
- Moll W. J. H. La dispersion du sel gemme. *Arch. Néerl.* (2), **13**, p. 125, 1908.
- Coblentz W. W. Ultrarote Reflexionsspektren. *Jahr. d. Radioakt.* **5**, p. 1, 1908.
- Andrews. L. W. Die Brechungsindizes von Alkohol-Wassergemischen. *Journ. Amer. Chem. Soc.* **30**, p. 853, 1908.

3. Spettroscopia.

- Nagaoka H. Satellites of yellow and green lines of Mercury. *Nature.* **77**, p. 581, 1908.
- Campbell N. R. The theory of Dispersion and spectrum series. *Nature.* **77**, p. 607, 1908.
- Duffield G. The Effect of Pressure upon Arc Spectra. Iron. *Phil. Trans.* **206**, p. 111, 1903.
- Stanfield H. Echelon Spectroscopes and the green Hg-Line. *Nature.* **78**, p. 8, 1908.
- Leonard A. G. The absorption spectrum of triphenylmethane. *Chem. Soc. London.* 2 Aprile 1908.
- Urbain G. Sur le spectre d'éclatelle ultraviolet du dysprosium et sur les propriétés magnétiques remarquables de cet élément. *Compt. Rend.* **146**, p. 922, 1908.
- Williams S. R. A Study of Anomalous Dispersion by means of Channeled Spectra. *Phys. Rev.* **26**, p. 414, 1908.
- Baxter G. P. Appareil spectroscopique modifié. *Journ. Amer. Chem. Soc.* 30 Aprile, 1908.
- Hemsalech G. A. et de Watteville C. Sur le spectre du fer observé dans la flamme du chalumeau oxyhydrique. *Compt. Rend.* **146**, p. 962, 1908.
- Humphreys W. J. Note on the cause of the pressure-shift of spectrum lines. *Astrophys. Journ.* **26**, p. 297, 1907.
- Moll W. J. H. Examen de quelques spectres infrarouges. *Arch. Néerl.* (2), **13**, p. 100, 1908.
- Julius W. H. Longueur d'onde de bandes d'émission et d'absorption observées dans l'infrarouge. *Arch. Néerl.* (2), **13**, p. 113, 1908.
- Moore S. E. Spectrophotometric Study of Solutions of Copper and of Cobalt. 44 p. Lincoln, 1907.

- Horton F. The spectrum of the Discharge from a glowing Lime Kathode in Hg-vapour. *Cambridge Phil. Soc.* 10 Feb. 1908.
- Wood R. W. The resonance spectra of Sodium vapour. *Phil. Mag.* (6), 15, p. 581, 1908.
- Schott G. A. On Dispersion and Spectrum Series. *Nature*. 78, p. 55, 1908.
- Nicks W. M. On the Use of Calcite in Spectroscopy. *Rep. Brit. Ass.* p. 458, 1908.
- Stansfield H. Note on the Echelon Spectroscope and the Resolution of Green Mercury Line. *Rep. Brit. Ass.* p. 455, 1907.

4. Sorgenti luminose. Fotometria.

5. Luminescenza.

- Pierce C. A. Studies in Thermo-Luminescence. *Phys. Rev.* 26, p. 312, 1908.
- Levy L. A. Studies on Platinocyanides. *Proc. Cambr. Phil. Soc.* 14, p. 378, 1907.

6. Fotografia.

- Calmels H. et Clero L. P. Contribution à la théorie de la trame photographique. *Compt. Rend.* 146, p. 965, 1908.
- Gargam de Menozzi A. Sur une action photographique de la lumière infrarouge. *Compt. Rend.* 146, p. 1022, 1908.

7. Interferenza. Diffrazione.

- Lehr E. Stehende Lichtwellen und Beugungsgitter. *Ak. d. Wiss. Wien.* 19 Marzo 1908.
- Schulz H. Untersuchung isotroper und anisotroper Medien durch Reflexion der Lumineszenten Doppelringe. *Ann. d. Phys.* (4), 26, p. 189, 1908.
- Raman C. V. Secondary Waves of Light. *Nature*. 78, p. 55, 1908.

8. Ottica dei cristalli, birifrangenza, polarizzazione.

- Peckels F. Bemerkungen zur Theorie der durch äussere Einwirkung erzeugten Doppelbrechung. *Phys. Zeit.* 9, p. 314, 1908.
- Försterling C. Die optischen Konstanten von Eisenglanz. *Neues Jahrb. f. Miner.* 25, p. 344, 1908.

9. Rotazione del piano di polarizzazione.

- Pope W. J. and Read J. The optical activity of compounds having simple molecular structure. *Chem. Soc. London.* 2 Aprile 1908.
- Sommerfeldt E. Ein Beispiel für optischer Drehungsvermögen bei nichtenantomorphen Kristallen. *Neues. Jahrb. f. Min.* 1, p. 58, 1908.

10. Ottica fisiologica.

- Chauveau A. Sur un complément de démonstration du mécanisme de la stéréoscopie monoculaire. *Compt. Rend.* 146, p. 346, 1908.
- Mutting P. G. The derivation of Fechner's law. *Science.* 27, p. 510, 1908.

11. Apparecchi.

- Bates F. A Quartz compensating Polariscopes with adjustable Sensibility. *Bull. Bur. of Stand.* 4, p. 461, 1908.
- Zakrzewski C. Sur un analyseur elliptique à pénombre. *Bull. intern. Acad. des Sciences. Gracovie.* Nov. 1907.

F. Magnetismo.**1. Generalità. Teoria.**

- Schames L. Ueber Wechselstrompermeabilität. *Phys. Zeit.* **9**, p. 317, 1908.
 Cisotti U. Sull'isteresi magnetica. *Rend. Ac. Lincei.* (5), **17**, p. 418, 509, I sem. 1908.
 Gray J. G. and Ross A. D. Sur un état sensible induit dans les matières magnétiques par le traitement thermique. *Proc. Roy. Soc. Edimburgh.* **28**, 10 Aprile 1908.

2. Misura. Apparecchi.

- Smith S. W. J. The thermomagnetic Analysis of Meteoric and Artificial Ni-Fe Alloys. *Phil. Trans.* **208**, p. 21, 1908.

G. Eletticità.**1. Teoria.**

- Sanford F. On physical Lines of Force in electrical Theory. *Phys. Rev.* **26**, p. 306, 1908.
 Lindemann F. Zur Elektronentheorie II. *Münchener Ber.* p. 353, 1907.
 Sharpe F. R. Sulla trasformazione di Lorentz e la radiazione d'un elettrone in movimento. *Bull. Amer. Math. Soc.* **14**, N. 7, 1908.
 Hansi L. Kinematische Interpretation der Maxwell'schen Gleichungen mit Rücksicht auf das Reziprozitätsgesetz der Geometrie. *Wien. Ber.* **116**, p. 1451, 1907.
 Minkowski H. Die Grundgleichungen für die elektromagnetischen Vorgänge in bewegten Körpern. *Gött. Nachr.* p. 53, 1908.
 Mecklenburg W. Einiges von den Elektronen. *Weltall.* **8**, p. 206, 220, 1908.
 Larmor J. On the range of Freedom of Electrons in Metals. *Rep. Brit. Ass.* p. 440, 1907.

2. Elettrostatica. Macchine Elettliche.

- Tangl K. Ueber die Dielektrizitätskonstante einiger Gase bei hohem Druck. *Ann. d. Phys.* (4), **26**, p. 59, 1908.
 Alehi K. Note on the Capacity of a nearly spherical Conductor and especially of an ellipsoidal Conductor. *Proc. Tokyo. Math. Phys. Soc.* (2), **4**, p. 243, 1908.

3. Scariche elettriche attraverso conduttori e dielettrici.

- Nègre F. Influence des effluves sur la résistance d'isolement des isolateurs. *Compt. Rend.* **146**, p. 857, 1908.
 Duddel W. Short spark phenomena. *Phys. Soc. London.* 10 Aprile 1908.

4. Sorgenti di elettricità. Polarizzazione.

- Beckenkamp J. Ueber die Pyroelektrizität anscheinend zentrischsymmetrischer Kristalle and über die Anomalien der Alaune und des Topazes. *Zeit. f. Krist.* **44**, p. 355, 1908.
 Eucken D. Galvanische Polarisation durch Kondensatorenladung. *Ak. d. Wiss. Berlin.* 30 Aprile 1908.
 Bloch L. Sur les différences de potentiel de contact entre métaux et liquides. *Compt. Rend.* **146**, p. 1017, 1908.

5. Conducibilità. Resistenza.

- Brown F. C. and Stebbins J. Some Studies on the Change of electrical Resistance of Selenium Cells. *Phys. Rev.* **26**, p. 273, 1908.
- König P. P. Der Widerstand des Wismuts im veränderlichen Magnetfeld und für veränderlichen Messstrom. *Ann. d. Phys.* (4), **25**, p. 921, 1908.
- Dagostino M. Variazione di resistenza dei metalli nel campo magnetico. *Rend. Acc. Lincei.* (6), **17**, p. 531, I sem. 1908.
- Königsberger J. und Schilling K. Ueber die elektrische Leitfähigkeit einiger fester Substanzen. *Phys. Zeit.* **9**, p. 847, 1908.
- Geortler W. Stand der Forschung über die elektrische Leitfähigkeit der kristallisierten Metallegierungen. *Jahrb. d. Radioakt.* **5**, p. 17, 1908.
- Lederer E. L. Ueber den elektrischen Widerstand von Legierungen. *Ak. d. Wiss. Wien.* 2 Aprile 1908.
- Treuten F. T. and Rankine A. O. On the Nature of the Streamers in the electric Spark. *Roy. Soc. London.* 5 Marzo 1908.

6. Fenomeni termici.

- Peters F. Thermoelemente und Thermosäulen. VII-184 p. Halle a. S. W. Knapp. 1908.

7. Fenomeni luminosi.

- Nemssleeh G. A. et de Wattville C. Sur les spectres de flamme du fer. *Compt. Rend.* **146**, p. 859, 1908.
- Villard P. Sur la lumière positive et le passage de l'électricité dans les gaz. *Journ. d. Phys.* (4), **7**, p. 325, 1908.
- Fleischmann A. Ueber die Erzeugung eines elektrischen Lichtbogens zwischen Elektroden aus Chlorantimon und aus Olivenöl. *Ak. d. Wiss. Wien.* 2 Aprile 1908.
- Milner S. R. On the Nature of the Streamers in the Electric Spark. *Roy. Soc. London.* 5 Marzo 1908.
- Jervis-Smith F. J. On the Generation of a luminous Glow in an exhausted Receiver moving in an electrostatic Field, and the Action of a Magnetic Field on the Glow so Produced. *Roy. Soc. London.* 30 Gen. 1908.
- Soddy F. and Mackenzie T. D. Pseudo-high Vacua. *Rep. Brit. Ass.* p. 440, 1907.

8. Elettromagnetismo, para e diamagnetismo.

9. Elettrodinamica e induzione.

- Rees E. B. The self inductance of a coil of any Length and any number of Layers of Wire. *Bull. of Bur. of Stand.* **4**, p. 369, 1908.
- Cohen L. The selfinductance of a solenoid of any number of Layers. *Bull. of Bur. of Stand.* **4**, p. 383, 1908.
- Hering C. An Imperfection in the usual statement of the fundamental law of electromagnetic Induction. *Electrician.* **60**, p. 946, 1908.
- Wilson E. Effects of Selfinduction in an Iron Cylinder when traversed by alternating currents. *Roy. Soc. London.* 20 Feb. 1908.
- Wells R. T. Experiments on the Induction of Currents in Cylindrical Cores. *Phys. Rev.* **26**, p. 337, 1908.

- Sailey B. F.** Induction Coils. *Phys. Rev.* **26**, p. 355, 1908.
- Campbell L. L.** The Variation of the Thermomagnetic Effect in soft Iron with the Strength of the Magnetic Field and with the Temperature Gradient. *Phys. Rev.* **26**, p. 416, 1908.
- Mc Allister A. S.** La forza elettromagnetica. *Electr. World.* **51**, Aprile 1908.
- Eichenwald A.** Ueber die magnetischen Wirkungen elektrischer Konvektion. *Jahrb. d. Radioakt.* **5**, p. 82, 1905.

10. Oscillazioni elettriche.

- Wien M.** Ueber Erzeugung schwach gedämpfter elektrischer Schwingungen. *Phys. Zeit.* **9**, p. 308, 1903.
- Rennie D. W.** On the representation of alternating current phenomena. *Electrician.* **60**, p. 957, 1908.
- Oppen E.** Untersuchungen über Eindringen der totalreflektierten elektromagnetischen Strahlen in das dünnere Medium. Diss. Rostock. 1907.
- Galletti R. C.** Oscillazioni elettriche continue ad alta tensione. *Elettricista.* (2), **7**, p. 118, 1908.
- Markau K.** Dämpfung elektrischer Schwingungen in Kondensatorkreisen, welche statt der Luft-Funkstrecke eine Cooper-Hewittsche Quecksilbogenlampe enthalten. *Ann. d. Phys.* (4), **26**, p. 167, 1908.
- Beaulard F.** Sur la dispersion électrique de l'eau. *Compt. Rend.* **146**, p. 960, 1908.
- Dieselhorst H.** Demonstrationsapparate zur Analyse elektrischer Schwingungen. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **6**, p. 306, 1908.
- Dieselhorst H.** Absolute Messung der Wellenlänge elektrischer Schwingungen. *Jahrb. d. Drahtlosen. Telegr.* **1**, p. 262, 1908.

11. Magneto-ed elettro-ottica.

- Zeeman P.** New observations concerning asymmetrical triplets. *Proc. Amsterdam.* **10**, p. 566, 1908. *Phys. Zeit.* **9**, p. 340, 1908.
- Zeeman P.** Change of λ of the middle line triplets. *Proc. Amsterdam.* **10**, p. 574, 1908.
- Du Bois H. E. J. G. and Elias G. J.** The influence of temperature and magnetisation on selective absorption spectra. *Proc. Amsterdam.* **10**, p. 578, 734, 1908.
- Natanson L.** Sur la polarisation elliptique de la lumière transmise à travers un milieu gazeux absorbant, parallèlement aux lignes d'un champ magnétique extérieur. *Bull. Ac. Sciences. Gracovie.* Marzo 1908.
- Corbino O. M.** Das Zeeman-Phänomen und der zweite Hauptsatz der Thermodynamik. *Phys. Zeit.* **9**, p. 345, 1908.
- Bloch E.** Sur un phénomène électrooptique dans l'air contenant des poussières en suspension. *Compt. Rend.* **146**, p. 970, 1908.

12. Raggi Catodici, Röntgen, ecc.

- Reichenheim O.** Anodenstrahlen. *Naturw. Rund.* **23**, p. 209, 1908.
- Gehrke E. and Reichenheim O.** Anodenstrahlen. *Ann. d. Phys.* (4), **25**, p. 861, 1908.

- Gardiner J. H. Transparency of conducting Glass to X Rays and ultraviolet. *Journ. Röntgen. Soc.* 4, p. 13, 1907.
- Barkla C. G. The Nature of X-Rays. *Nature.* 78, p. 7, 1908.
- Bumstead H. A. On the heating Effects produced by Röntgen Rays in Lead and Zinc. *Sill. Journ.* (4), 25, p. 299, 1908.

18. Radioattività e ionizzazione.

- Palmer F. Ionization of air by ultra-violet Light. *Nature.* 77, p. 582, 1908.
- Rutherford E. and Geiger H. A method of counting the number of α particles from radioactive matter. *Lit. and Phil. Soc. Manchester.* 11 Feb. 1908.
- Munoz del Castillo J. La radioactivité des eaux du Lerez. *Arch. de Genève.* 25, p. 339, 1908.
- Elster J. and Geitel H. Ueber das Vorkommen von Radium D. E. F. im gewöhnlichen Blei. *Phys. Zeit.* 9, p. 289, 1908.
- Blanc G. A. Ueber das Mengenverhältnis der zu Rom in der Atmosphäre seitens der festen Umwandlungsprodukte des Radiums einerseits und des Thoriums andererseits erzeugten Ionen und über die daselbst im Erdreich enthaltene Menge Thorium. *Phys. Zeit.* 9, p. 294, 1908.
- Gockel A. Ueber den Gehalt der Bodenluft an radioaktiver Emanation. *Phys. Zeit.* 9, p. 304, 1908.
- Mc Lemann J. C. The radioactivity of Ordinary Metals: the Penetrating Radiation from the Earth. *Nature.* 77, p. 607, 1908.
- Ziebloki L. Influence du radium sur la conduction électrolytique des solutions colloïdales. *Bull. Intern. Ac. des Sciences Gracovie.* Nov. 1907.
- Bragg W. H. and Madsen J. P. V. An experimental investigation of the Nature of the γ -Rays. *Chem. News.* 97, p. 162, 1908.
- Sidgwick N. V. and Tizard N. T. The initial Change of the Radium Emanation. *Chem. Soc. London.* 5 Marzo 1908.
- Ebert H. Der Atomzerfall bei den Radioelementen, eine neue Energiequelle. *Zeit. d. Ver. d. Ing.* 52, p. 587, 1908.
- Ziebloki L. Ueber den Einfluss des Radiums auf die elektrolytische Leitfähigkeit kolloidaler Lösungen. *Krak. Anz.* p. 1009, 1907.
- Thorpe T. E. The atomic Weight of Radium. *Nature.* 78, p. 19, 1908.
- Bloch E. Sur l'ionisation de l'air par la lumière ultraviolette. *Compt. Rend.* 146, p. 892, 1908.
- Richardson O. W. and Brown F. C. The kinetic Energy of the negative Ions from Hot Metals. *Phys. Rev.* 26, p. 409, 1908.
- Pegram G. B. and Webb H. W. Heat developed in Mass of Thorium Oxide, due to its Radioactivity. *Phys. Rev.* 26, p. 410, 1908.
- Boltwood B. B. The Origin and Life of Radium. *Phys. Rev.* 26, p. 413, 1908.
- Parkins H. A. A curious Ionisation Effect in a Vacuum Tube. *Phys. Rev.* 26, p. 415, 1908.
- Mc Lennan J. C. On the radioactivity of K and other alkali Metals. *Nature.* 78, p. 29, 1908.
- Wilson H. A. The Effect of H on the Discharge of negative Electricity from Hot Platinum. *Roy. Soc. London.* 18 Feb. 1908.

- Hurmuzescu. Radioactivité des pétroles de Roumanie. *Ann. Scient. Univers. Jassy*, **5**, Marzo 1908.
- Croighton J. M. and Mackenzie A. S. Influence du radium sur la décomposition de l'acide iodhydrique. *Amer. Chem. Journal*. **39**, Aprile 1908.
- Erlor E. Sulla radioattività delle acque di Dürkheim. *Zeit. f. angew. Chemie*. **21**, Aprile 1908.
- Hahn O. und Meitner L. Ueber die Absorption der β -Strahlen einiger Radioelemente. *Phys. Zeit.* **9**, p. 321, 1908.
- Dadourian H. H. Ueber Bestandteile der atmosphärischen Radioaktivität. *Phys. Zeit.* **9**, p. 333, 1908. *Radium*. **5**, p. 102, 1908.
- Duane W. Le parcours des rayons α . *Compt. Rend.* **146**, p. 953, 1908.
- Thomson J. J. On the Ionisation of Gases by Ultraviolet Light and on the evidence as to the structure of light afforded by its electrical Effects. *Proc. Cambridge Phil. Soc.* **14**, p. 417, 1907.
- Crowther J. A. On the Fatigue of Metals subjected to Radium Rays. *Proc. Cambridge Phil. Soc.* **14**, p. 240, 1907.
- Thomson J. J. The Nature of γ rays. *Cambridge Phil. Soc.* 10 Feb. 1908.
- v. Lorch F. Beitrag zur Kenntnis der Thoriumzerfallsprodukte. *Wien. Ber.* **116**, p. 1443, 1907.
- Wind C. H. Une hypothèse concernant l'origine des rayons Röntgen. *Arch. Néerl.* (2), **13**, p. 94, 1908.
- Russ S. The distribution in electric Fields of the active Deposits of Radium, Thorium and Actinium. *Phil. Mag.* (6), **15**, p. C01, 1908.
- Kleeman R. D. On the different Kinds of γ -Rays of Radium, and the secondary γ -Rays which they produce. *Phil. Mag.* (6), **15**, p. 632, 1908.
- Bragg W. H. and Madsen J. P. V. An experimental Investigation of the Nature of the γ -Rays. *Phil. Mag.* (6), **15**, p. 663, 1908.
- Lattes C. Contribution à l'étude du rayonnement du polonium. *Radium*. **5**, p. 97, 1908.
- Regener E. Beobachtung szintillierender Fluoreszenz, hervorgerufen durch β -Strahlen. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **6**, p. 351, 1908.
- Rutherford E. The production and origin of Radium. *Rep. Brit. Ass.* p. 456, 1907.
- Rutherford E. and Petavel J. E. The Effect of High Temperature on the Activity of the products of Radium. *Rep. Brit. Ass.* p. 456, 1907.
- Russ S. The Transmission of the active Deposit from Radium Emanation to the Anode. *Rep. Brit. Ass.* p. 451, 1907.
- Beltwood B. B. On the Radioactivity of Uranium Minerals. *Sill. Journ.* (4), **25**, p. 269, 1908.
- Guye P. A. Cinétique chimique des transformations des corps radioactifs. *Journ. Chim. Phys.* **6**, p. 294, 1908.
- Giesel F. Einiges über Poloniumgewinnung und sein Verhalten: *Chem. Ber.* **41**, p. 1059, 1908.
- De Broglie. Sur l'examen ultramicroscopique des centres chargés en suspension dans les gaz. *Compt. Rend.* **146**, p. 1010, 1908.
- Langevin P. Sur la recombinaison des ions dans les diélectriques. *Compt. Rend.* **146**, p. 1011, 1908.

14. Elettrotecnica. Telefonía e Telegrafia.

- Bellini et Tesl. Télégraphie sans fil par ondes dirigées. *Compt. Rend.* **146**, p. 956, 1908.
- Culver C. A. A study of the propagation and interception of energy in wireless Telegraphy. *Electrician*. **60**, p. 108. **61**, p. 11, 1908.
- Lodge O. Tuning in wireless Telegraphy. *Rep. Brit. Ass.* p. 620, 1907.
- Duddel W. The arc and Spark in Radiotelegraphy. *Rep. Brit. Ass.* p. 728, 1907.
- Marconi G. La Télégraphie sans fil par dessus l'Atlantique. *Revue Scientifique*. (5), **9**, p. 641, 1908.
- Girault P. Sur le profil des masses polaires de dynamos. *Compt. Rend.* **146**, p. 1008, 1908.
- Limb C. Autoexcitation d'un alternateur triphasé au moyen de soupapes électrolytiques. *Compt. Rend.* **146**, p. 1014, 1908.

15. Unità.

16. Misure. Apparecchi.

- Stewart G. W. A satisfactory Form of High Resistance. *Phys. Rev.* **26**, p. 802, 1908.
- Sumpner W. E. et Record J. W. Nouveau instruments pour courant alternatif. *Lum. électr.* (2), **2**, p. 142, 1908. *Electrical. Rev.* **62**, Aprile 1909.
- Hill B. V. The Variation of Apparent Capacity of a Condenser with the Time of Discharge and the Variation of Capacity with Frequency in alternating Current Measurement. *Phys. Rev.* **26**, p. 400, 1908.
- Fisher W. C. A resistance comparator. *Electrician*. **60**, p. 784, 824, 1908.

H. Fisica terrestre e Meteorologia.

1. Generalità. Teoria.

- Hassner C. Das Wetter und seine Bedeutung für das praktische Leben. Leipzig. Quelle u. Meyer. 1908.
- Arendt T. Untersuchung des veränderlichen Charakters der Wasserdampflinien in Sonnenspektrum mit besonderer Berücksichtigung der meteorologischen Verhältnisse der Atmosphäre. 42 p. Strassburg. Trübner. 1907.
- Endré A. Vergleichende Zusammenstellung der Haupteiszeitenperioden der bis jetzt untersuchten Seen mit Anwendung auf verwandte Probleme. *Pet. Mitt.* **54**, p. 60, 1908.
- Bigourdan G. Sur l'application de la télégraphie sans fil à l'amélioration des avertissements météorologiques. *Compt. Rend.* **146**, p. 885, 1908.
- Alter J. C. A method of preserving rainfall. *Month. Weath. Rev.* **35**, p. 511, 1907.
- Bantley W. A. Studies of frost and ice crystals. *Month. Weath. Rev.* **35**, p. 512, 1907.
- Shedd J. C. Un cristal de neige. *Rev. Néphol.* p. 205, 1908.
- Preventing frost on show windows. *Sc. Amer. Suppl.* **64**, p. 375, 1907.
- Le Paige C. L'étude de la Terre. *Bull. de Belg.* p. 1079, 1907.

2. Geodesia. Misure geodetiche e di gravità.

3. Magnetismo terrestre. Correnti telluriche. Luce polare.

- Brunhes B. et David F. Sur la mesure directe de la composante verticale du magnétisme terrestre. *Compt. Rend.* **146**, p. 878, 1908.
- Messerschmitt J. B. Magnetische Vermessungen. *Globus.* **93**, p. 221, 1908.
- Ainsley T. L. Magnetism and the Deviation of the Compass in Iron Ships. 166 p. Limpkin.
- Watts W. M. The Spectrum of the Aurora Borealis. *Month. Rev.* **25**, p. Sett. 1907.

4. Studio dell'alta atmosfera.

- Wegener K. Die Versetzung der Luft in verschiedenen Höhen. XIV+170 p. Braunschweig. Vieweg u. Schn, 1907.
- Retoh A. L. The warm stratum in the Atmosphere. *Nature.* **78**, p. 7, 1909.
- Caren C. Temperature et Mouvement des couches supérieures de l'atmosphère. p. 31, Paris, Chapelot, 1907.
- Clayton H. H. The lagging of temperature changes at great heights behind those at the earth's surface and types of pressure changes at different levels. *Month. Weather Rev.* **35**, p. 457, 1907.
- Petavel J. E. Investigation of the upper Atmosphere. *Nature.* **78**, p. 56, 1908.

5. Meccanica e termodinamica dell'atmosfera. Venti.

- Hanzlik S. Die räumliche Verteilung der meteorologischen Elemente in den antizyklonen. *Ak. d. Wiss. Wien.* 19 Marzo 1908.
- De Marchi L. Teoria della doppia oscillazione diurna del barometro. *Atti. R. Istitt. Veneto.* **67**, p. 639, 1908.
- Rawson H. E. Anticyclonic belt of the southern hemisphere. *Roy. Met. Soc.* 15 Aprile 1908.
- Peppier W. Die täglichen unperiodischen Luftdruckschwankungen. *Wetter.* **25**, p. 49, 1908.
- Brunhes P. Le contre-alizé. *La Géographie.* 15 Gen. 1908.
- Bigelow F. H. Studies on the vortices in the atmosphere of the Earth. *Month. Weat. Rev.* **35**, p. 464, 1907.
- Geld E. The relation between Wind Velocity at 1000 metres altitude and the surface pressure distribution. *Roy. Soc. London.* 5 Marzo 1908.
- Henry A. J. The winds of the lake region. *Month. Weat. Review.* **35**, p. 516, 1907.
- Platania C. Le osservazioni del vento in mare. *Annuario Ist. Naut. Catania.* II, p. 25, 1908.

6. Ottica dell'atmosfera.

- Bergstrand O. Ueber die Abhängigkeit der atmosphärischen Dispersion-wirkungen von den Sterngrößen. *Astr. Nach.* **177**, p. 226, 1908.
- Zappa G. Contributo alla spiegazione degli aloni. *Rend. Ac. Lincei.* (5), **17**, p. 519, I sem. 1908.
- Cave C. J. P. The Reflection of distant Lights on the Clouds. *Nature.* **78**, p. 30, 1908.
- Pozdena F. Eine neue Theorie zur Erlangung der scheinbaren Gestalt des Himmelsgebölbes. *Wien. Anz.* p. 118, 1908.

Wiener Chr. Die Helligkeit des Klaren Himmels und die Beleuchtung durch Sonne, Himmel und Rückstrahlung. *Leop. Car. Deut. Akad. d. Naturforsch.* 73, 1908.

7. Elettricità Atmosferica.

Accolla G. Contributo allo studio della dispersione elettrica nell'aria. *Acc. Gioenia.* (4), 20, N. 9, 1908.

Castorina G. T. Sulla direzione delle scariche elettriche atmosferiche nelle fulminazioni. *Acc. Gioenia.* (4), 20, N. 14, 1908.

Wolff F. Ueber die elektrische Leitfähigkeit der Bäume. *Zeit. f. Land. u. Forstw.* 5, p. 425, 1907.

Butcher D. D. Experiments on artificial fulgurites. *Phys. Soc. London.* 10 Aprile 1908.

Smirnow D. Ueber den täglichen Gang des Potentialgefälles. *Phys. Zeit.* 9, p. 337, 1903.

Selvy E. De la condensation électrique dans l'atmosphère. *Ciel. et Terre.* 28, p. 395, 1907.

8. Temperatura del suolo.

9. Terremoti e Vulcani.

Mine J. Recent Earthquakes. *Nature.* 77, p. 592, 1908.

See T. J. On the temperature, secular cooling and contraction of the earth, and on the theory of earthquakes. 107 p. Wesley.

Siepert P. Die vulkanischen Kräfte des Erdinnern. 84 p. Berlin. H. Hillger, 1907.

Knott L. G. Radiations sismiques. *Proc. Roy. Soc. Edimburgh.* 28, 10 Aprile 1908.

Marwin C. F. A universal seismograph. *Month. Weat. Rev.* 35, p. 522, 1907.

10. Climatologia.

Knörzer A. Temperaturanomalien in Mitteleuropa, hervorgerufen durch südöstliche und südwestliche Maxima. *Pet. Mitt.* 54, p. 57, 1908.

v. Obermayer A. Die Häufigkeitszahlen der Bewölkung. *Wien. Anz.* p. 108, 1908.

Leyst E. Ueber Schätzung der Bewölkungsgrade. *Bull. Soc. Natur. Moscon.* 20, p. 217, 1907.

Stöhr A. Ombrometrisches Versuchsfeld. *Wetter.* 25, p. 43, 1908.

Dalingerfield L. M. The Evolution of climate. *Open. court. Chicago.* 21, p. 641, 1907.

11. Calore solare e irraggiamento.

Goldhammer D. A. Ueber die Temperatur der Sonne. *Ann. d. Physik.* (4), 25, p. 905, 1908.

Newcomb S. A search for fluctuations in the Sun's thermal radiation through their influence on terrestrial temperature. *Trans. of the Amer. Phil. Soc.* 21, p. 309, 1908.

Lo Surdo A. Il nuovo metodo di Angström per lo studio della radiazione solare. *Mam. Soc. Spettroscopisti.* 26, p. 192, 1907.

12. Apparecchi.

Ekholm N. Ueber das Psychrometer. *Arkiv. f. Math. Astr. och Fysik.* 4, N. 15, 1907.

Ewald W. F. Ueber ein Wasserphotometer. *Ann. d. Hydr.* 26, p. 125, 1908.

L. Storia della fisica.

- Martini T. Breve storia del Motore Barsanti Matteucci. *Atti. R. Ist. Veneto.* 86, p. 643, 1907.
- Guarisebi I. Nuove notizie sulla vita e sulle opere di Macedonio Melloni. *Mem. Ac. Torino.* (2), 59, 1908.
- Teorie sulla materia, dalla filosofia greca fino al principio del secolo XIX, *Elettrocista.* (2), 7, p. 99, 1908.
- Duhem P. Su la découverte de la loi de la chute des graves. *Compt. Rend.* 146, p. 908, 1908.
- Wiedemann E. Ueber das al Berönsche Gefäß zur spezifischen Gewichtsbestimmung. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* 6, p. 339, 1908.
- Calzecchi T. Di un termometro dell'Accademia del Cimento. *Rend. Ist. Lomb.* (2), 41, p. 348. 1908.

M. Trattati.

- Bohn H. Leitfaden der Physik. Leipzig E. Nägele. 1908.
- Funari A. e Pittini R. Corso di fisica e chimica. Livorno. R. Giusti 1908.
- Bernbach W. Einführung in die Elektrochemie IV+140 p. Leipzig Quelle u. Meyer. 1908.
- Grimm C. Die chemischen Stromquellen der Elektrizität. München. 1908.
- Steinmetz C. P. Electric Conduction. *Trans. Amer. Electrochem. Soc.* 11, p. 81, 1907.
- Gratz L. Kurzer Abriss der Elektrizität. VIII+201 p. Stuttgart. J. Engelhorn. 1908.
- Jeans J. H. The mathematical Theory of Electricity and Magnetism. 536 p. London. 1908.
- Holbe B. An Introduction to Electricity, 442 p. London. K. Paul. 1908.
- Kalilhe A. Die neueren Forschungen auf dem Gebiet der Elektrizität und ihre Anwendungen. VIII+284 p. Leipzig. Quelle u. Meyer. 1908.
- Callor J. A. Textbook of Physics. Philadelphia 1907.
- Wagle W. F. Lectures on Physics. 368 p. New York. 1907.
- Reed J. E. College Physics. 390 p. Ann. Arbor. 1907.
- Notions sur les sciences physiques et naturelles. IX+553 p. Tours. Mame. 1907.
- Lammel E. Lehrbuch der Experimentalphysik. X+631 p. Leipzig. J. A. Barth 1908.
- Jamieson A. Elementary Manual on applied Mechanics. 484 p. London. Griffin. 1908.

A. POCKETTINO.

NOTIZIARIO

— È morto il professore di fisica della Scuola superiore di Askov Dr. Paul La Cour.

— È morto Max Kohl, il direttore della notissima fabbrica di strumenti di fisica a Chemnitz.

— Il Dr. G. Kucera è stato nominato professore straordinario di fisica all'Università boema di Praga.

— Il prof. A. Heydweiller dell'Università di Munster è stato chiamato a Rostock.

— Il prof. M. Abraham di Göttingen è stato chiamato alla cattedra di Fisica Matematica dell'Università Illinois.

— Il prof. P. Wedding è stato nominato alla nuova cattedra di elettrotecnica teorica al Politecnico di Charlottenburg.

— La medaglia Rumford della American Academy of Arts and Sciences è stata data al Dr. E. G. Acheson pel suo lavoro sul forno elettrico.

— È stata creata presso l'Università di Grenoble una cattedra di geografia-fisica.

— Una nuova Accademia delle scienze è stata creata a Helsingfors in Finlandia. La nuova accademia è divisa nelle due solite classi.

— Il 14 marzo l'Università di Calcutta ha festeggiato il suo giubileo.

— Il governo Inglese ha decisa la fondazione di un'Università a Hong-Kong. Il sig. Mody ha donato alla stessa la somma di 15.000 sterline.

— Il sig. Sorby ha lasciato 15.000 sterline alla Royal Society di Londra per aiutare delle ricerche scientifiche.

— La facoltà di Scienze dell'Università Yale di New-Haven ha ricevuto un dono anonimo di 20.000 dollari.

— Il sig. F. Wils ha donato 50.000 sterline per l'erigenda Università di Bristol.

— Il sig. J. Hlavka ha lasciate 200.000 corone all'Accademia delle Scienze Boema per la creazione di premi e di borse di studio.

— La vedova di un antico scolaro dell'Università Harvard ha lasciato 800.000 dollari alla Università stessa.

— La signora Pettigrew ha donato 6000 sterline all'Università di St. Andrews.

— Carnegie ha dato un capitale di 25.000.000 dollari per la fondazione dell'Università nazionale di Washington.

— Il sig. G. A. Commercy ha lasciato un legato di 4 milioni di L. alla Facoltà di Scienze dell'Università di Parigi per la fondazione di borse di studio.

— Le Università di Glasgow e di Edimburgo hanno ricevuto dalla Fondazione Carnegie 10.000 sterline ciascuna.

— Si è formato un Comitato sotto la presidenza del signor Loubet per innalzare un monumento a M. Berthelot.

— La 80.^{ma} riunione degli scienziati tedeschi avrà luogo quest'anno a Colonia dal 20 al 26 settembre.

— Il 17 agosto prossimo si festeggerà il 50^{mo} anniversario della Telegrafia sottomarina Transatlantica. Fu infatti nel 1858 che venne trasmesso il primo telegramma; questo era indirizzato dalla regina Vittoria al Presidente Buchanan, contava 90 parole e fu necessario un tempo di 67 minuti per la trasmissione.

— Nel 1907 sono stati scoperti 90 nuovi pianetini dei quali 23 di grandezza superiore alla 13^{ma} e 67 di grandezza compresa fra 13^{ma} e 15^{ma}.

— Si procede allo stabilimento di comunicazioni radiotelegrafiche transpacifiche fra Vancouver e Hong-Kong.

— La esperienze di Telefonia senza fili sistema De Forest, fatte a Parigi dalla Torre Eiffel sono riuscite fino ad una distanza di 60 Km.

— Presto verrà costruita una ferrovia elettrica sulla Zugspitze (2820 m.) in Baviera.

— Il 15 aprile il sig. W. Poulsen ha tenuto una conferenza sulla telefonia senza fili. Da essa si apprende come egli sia riuscito a trasmettere la voce umana perfettamente ad una distanza di 170 miglia; i suoni emessi da un fono-

grafo poterono essere trasmessi ad una distanza di 290 miglia. Il Poulsen ha anche ideato un apparecchio per trasmettere fotografie a distanza senza fili.

— Il sig. Eisenstein per eliminare la difficoltà del metodo Poulsen per la generazione di oscillazioni elettriche non smorzate, difficoltà proveniente dalla difficoltà di usare correnti continue a tensione elevata propone di usare il procedimento seguente: Si abbia un arco a catodo di carbone, e a due anodi metallici uniti a una sorgente alternativa in modo che questi anodi siano sempre allo stesso potenziale del catodo, allora l'arco scocca sul carbone ora da uno ora dall'altro anodo; il sistema oscillante è il solito, solo che i condensatori sono doppi per utilizzare tutte e due le semi onde di corrente. La disposizione consiste in un alternatore alimentante un autotrasformatore il cui punto centrale è in comunicazione col catodo e le estremità coi due anodi.

— Ecco le caratteristiche del dirigibile militare francese « Ville de Paris ». Lunghezza m. 60,42; diametro m. 10,50; peso 829 Kg. l'« *empennage* » è costituito di un pallone cilindrico lungo 10 m., del diametro di 4,94, su questo pallone sono fissati quattro altri palloni cilindrici lunghi m. 9,46 e del diametro di m. 1,60. Il « *ballonet* » è di 500 m³ ed è diviso in tre scompartimenti. Il timone verticale ha una superficie di 14 m², i timoni orizzontali di 8 m². Il motore di 70 H. P. a 900 giri, L'elice è anteriore e a pale snodate.

— Secondo il sig. L. Wagner nelle sabbie dell'Atlantico si rinverrebbero fino a 267 mmgr. d'oro e 1963 mmgr. d'argento per tonnellata.

— Al Politecnico di Salzburg verrà tenuto dal 15 settembre un corso di conferenze; queste verranno lette dai professori Arrhenius, Ostwald, Erdmann.

— Alcuni balenieri americani hanno ritrovato in perfetto stato a Mercy-Bay la nave « Investigator » che Mac Clure dovette abbandonare nel 1850 nel suo viaggio alla ricerca di Franklin.

— Secondo le ricerche di Toepler la tensione di carica T fra punte per una corrente alternata di 104 periodi al l'

è rappresentata in Kilovolta dalla formola : $T = 3,90f + 8,4\sqrt{f}$ essendo f la distanza fra le punte in centimetri.

— Il sig. Dannert ha ideato un mezzo di produrre gas per illuminazione molto economica per i piccoli impianti. Questo gas somiglia molto al gas d'acqua, ma per la produzione ci si serve degli olii grezzi di petrolio e del coke. Il potere calorifico è $\frac{1}{6}$ di quello del gas illuminante comune, il potere illuminante è eguale. Le spese di installazione per una produzione di 2000 m³ al giorno costa 100.000 franchi; il costo di produzione è di 7500 franchi per 100.000 m³ (*Revue Scientifique*).

— All'esposizione della Società francese di Fisica il sig. Villard ha presentato un interessante apparecchio destinato a dare ad ogni istante il potere penetraute dei raggi X : esso è costituito di un condensatore doppio ad armatura centrale unica la quale serve da filtro ai raggi X e comunica con l'ago di un elettrometro i cui quadranti sono uniti alle armature esterne dei due condensatori e ad una sorgente a potenziale fisso. Se ora i raggi X colpiscono normalmente il condensatore, l'ago dell'elettrometro prenderà una posizione fissa d'equilibrio determinata dal rapporto delle intensità di ionizzazione ai due lati dell'armatura centrale, cioè del rapporto della quantità di raggi passati attraverso il filtro alla quantità totale, rapporto dipendente dalla penetrazione dei raggi studiati.

— Il sig. Little ha recentemente brevettato un accumulatore così costituito: 2 elettrodi di carbone sovrapposti e separati da un diaframma in amianto, lo scompartimento inferiore è riempito di un qualunque solvente del bromo di densità superiore a quella della soluzione di bromuro di zinco versata nello scompartimento superiore. Durante la carica lo Zn va al catodo e il bromo è assorbito dal solvente, nella scarica, il bromo esce dalla sua soluzione e si unisce nuovamente allo zinco.

— Per dare un'idea dello sviluppo preso in Francia dagli studi sull'aviazione riportiamo qui alcuni dei concorsi a premio banditi per tal genere di studi :

1) Premio in altezza per superare un ostacolo alto m. 25 (L. 3000).

2) Premio della Commissione d'aviazione a chi il 1.º ottobre avrà compiuto un volo di 5 km. (L. 5000).

3) Premio Montefiore a chi il 1.º luglio 1908 terrà il record della distanza (L. 2500).

4) Premio Lanz alla migliore macchina volante (L. 50.000).

5) Premio Michelin a chi il 31 dicembre avrà percorso un volo di 20 km. al minimo (L. 20.000).

Inoltre al concorso di Spaa del prossimo luglio sono destinati premi per un ammontare complessivo di L. 60.000!

— Kamerlingh Onnes nella *Nature* (pag. 581) ritorna sui suoi esperimenti sull'espansione dell'elio (*Nature* p. 559) ed esamina più minutamente le circostanze di produzione dei fenomeni osservati. L'Onnes stesso dai suoi studi preliminari sull'andamento delle isoterme, intrapresi allo scopo di determinare la temperatura critica era stato portato a credere possibile la liquefazione dell'elio coi mezzi attuali; una rapida espansione dell'elio compresso a 100 atmosfere ed alla temperatura di fusione dell'idrogeno avrebbe dovuto permettere di passare al disotto della temperatura critica e dar luogo nel gas ad apparizione di nebbia.

È stato appunto per sottoporre queste ipotesi ad una prova che l'Onnes aveva eseguito i suoi esperimenti: questi erano basati sul metodo d'espansione e presentavano come caratteristica la presenza di una grande quantità di gas.

Nell'atto dell'espansione apparve infatti una densa nube dalle quali si separavano masse solide rassomiglianti in parte a fiocchi di cotone e rapidamente evanescenti. L'Onnes per quanto poté allora giudicare da suoi esperimenti ritenne probabile che queste masse fossero costituite da elio solido ottenuto direttamente dallo stato aeriforme.

Questo fatto e quello della rapida sparizione dei vapori dell'elio solido si mostrarono poi, nella continuazione degli esperimenti, dipendenti da cause totalmente diverse.

Il gas elio, benchè fosse stato riscaldato con ossido di rame e fatto passare sopra carbone di legna alla temperatura d'ebollizione dell'idrogeno, non era sufficientemente puro e

presentava delle piccolissime tracce di idrogeno, la ripetizione degli esperimenti con elio più puro ha dato solamente luogo, con una velocità d'espansione sufficiente, ad una sottile nube di aspetto diverso da quelle osservate negli esperimenti precedenti e rapidamente evanescente.

Il fenomeno che aveva generato l'impressione di una produzione di vapore era invece dovuto alla soluzione dell'idrogeno solido nell'elio gasoso, quest'ultimo ritornando rapidamente dalla temperatura più bassa a quella dell'idrogeno fuso e la pressione crescendo in conseguenza. L'elio alle temperature in questione può, secondo la teoria delle miscele, appropriarsi ad ogni temperatura una certa percentuale di idrogeno determinata da quella temperatura ed impossibile a depositarsi qualunque sia la pressione. Con supposizioni accettabili si può dedurre che alle temperature al di sopra del punto di fusione dell'idrogeno questa percentuale può essere considerevole e che a questo punto di fusione stesso può essere più dell'1 per cento.

Per miscele con percentuale minore, l'idrogeno è solo depositato a temperature a più basse, p. e. mediante espansione..

Dalla piccolezza della quantità d'idrogeno presente è anche spiegata l'assenza di residui di idrogeno solido dopochè si era soffiato fuori l'elio ed anche la rapida evaporazione della massa solida.

Ad ogni modo è notevole che aggiunte di idrogeno così piccole come quella che il gas conteneva siano state capaci di fornire il fenomeno di una sostanza condensantesi in un corpo solido e poi rievaporantesi. La questione delle condensazioni dell'elio deve ritenersi secondo l'Onnes ancora aperta: tuttavia gli esperimenti ripetuti con gas purificato al carbone e contenente solo tracce di idrogeno, come è stato provato all'analisi spettroscopica, hanno dato luogo a formazione di nebbie di aspetto alquanto diverso da quella osservata negli esperimenti precedenti. È quindi possibile che le tracie di idrogeno fossero in questo caso insufficienti per produrre la nebbia che questa fosse realmente una nube liquida: se questo si potesse provare ne seguirebbe che il punto critico farebbe all'incirca quello calcolato dall'Onnes colle iso-

terme e che l'elio obbedirebbe passabilmente bene alla legge di Van der Waals.

Il prof. Kamerlingh Onnes si proponeva di raggiungere una sicurezza maggiore circa la natura della nebbia, ma la rottura del tubo dell'apparecchio impedì la continuazione degli esperimenti.

FINE DEL VOLUME XV, SERIE V.



Responsabile: Prof. A. POCHETTINO.

SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA

Hanno fatto adesione alla Società i signori:

Chilesotti dott. Alberto	Torino, R. Politecnico
Crestani prof. Giuseppe	Chioggia, R. Istituto Nautico
Gallarotti prof. Arturo	Assisi, R. Istituto Tecnico
Lignana ing. Giuseppe	Torino, R. Politecnico
Miolati prof. Arturo	Torino, R. Politecnico
Montel ing. Luigi	Torino, R. Politecnico
Montemartini prof. Clemente	Torino, R. Politecnico
Morelli ing. Ettore	Torino, R. Politecnico
Orlando prof. Luciano	Roma, Via Lanza, 111
Ponti ing. Giacomo	Torino, R. Politecnico
Ragnoli prof. Antonio	Tivoli, R. Liceo
Scalfaro prof. Gennaro	Catanzaro, R. Istituto Tecnico

Hanno pagato la quota 1907 i Soci.

Allegretti Mario	Finazzi Luigi
Amaduzzi Lavoro	Florio Fortunato
Amerio Alessandro	Grassi Guido
Arnò Riccardo	Grimaldi G. Pietro
Barreca Pasquale	Lo Vetere Gallo Vincenzo
Bazzi Eugenio	Maffi Pietro
Bellia Concetto	Malagoli Riccardo
Bellucci Italo	Mauri Aurelio
Benetti Annibale	Murani Oreste
Bonacini Carlo	Oddone Emilio
Boggio Lera Enrico	Omodei Domenico
Castelli Enrico	Rossi Paolo
Chistoni Ciro	Sarno Alfredo
De Candia Oronzo	Schincaglia Ignazio
De Lucchi Guglielmo	Sironi Adolfo
Donati Luigi	Umani Antonio
Ezekiel Moise	

Hanno pagato la quota 1908 i Soci:

Alessandri Guido	Grimaldi G. Pietro
Almagià Roberto	Lambertenghi Giacinto
Blanc Alberto	Lori Ferdinando
Benetti Annibale	Mandoli Castruccio
Crestani Giuseppe	Miolati Arturo
Dessau Bernardo	Morelli Ettore
Donati Luigi	Naccari Andrea
Gallarotti Arturo	Orlando Luciano
Gianfranceschi Giuseppe	Pierucci Francesco
Goretti-Minati Cesare	Rebustello Attilio
Grassi Guido	Zanini Carlo

SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA

Hanno fatto adesione alla Società i signori:

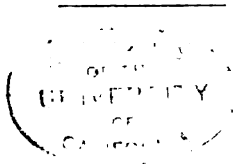
Agnolozzi ing. Ezio	Roma, Via Viminale, 38
Castelnuovo Guido	Roma, Via Balbo, 2
Gamba dott. Pericle	Pavia, R. Osservatorio Geofisico
Mazzucchelli prof. Arrigo	Roma, Piazza V. Emanuele, 55
Zanotti-Bianco ing. Ottavio	Torino, Via della Rocca, 28

Hanno pagato la quota 1907 i Soci.

Bosi Italo	Gervasio Guido
Buscemi Vincenzo	Maiorana Quirino
Campanile Filippo	Pagliani Stefano
Finocchi Eusebio	Puccianti Giuseppe

Hanno pagato la quota 1908 i Soci:

Agnolozzi Ezio	Marangoni Carlo
Barreca Pasquale	Marcucci Salvino
Berti Giuseppe di Venanzio	Mazzucchelli Arrigo
Bettanini Giuseppe	Meda Giovanni
Campanile Filippo	Montel Luigi
Castelnuovo Guido	Roiti Antonio
Chilesotti Alberto	Semmola Eugenio
Finocchi Eusebio	Somigliana Carlo
Maiorana Quirino	Zettwuch Giuseppe



SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA

Hanno pagato la quota 1907 i Soci

Alippi Tito	Gnesotto Tullio
Calzecchi Temistocle	Vincentini Giuseppe
Fiorentino Aristide	

Hanno pagato la quota 1908 i Soci:

Calzecchi Temistocle	Scalfaro Gennaro
Canuto Sebastiano	Sforzini Oreste
Gnesotto Tullio	Vincentini Giuseppe
Pieriboni Francesco	Volta Alessandro
Ottolenghi Michele	Zanotti-Bianco Ottavio

SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA

Hanno fatto adesione alla Società i signori:

Alibrandi ing. Pietro	Piazza S. Marcello, 255, Roma
Cardin prof. Clito	R. Liceo, Cremona
Capitano ing. De Maria	Scuola d'applicazione d'Artig. e Genio, Torino
Fano prof. Gino	Piazza Castello, 18, Torino
Montel ing. Alfredo.	Corso V. Emanuele, 209, Roma
Revessi ing. Giuseppe	Via di Porta S. Lorenzo, 8, Roma

Continuazione della Nota pubblicata a pag. LI.

Hanno pagato la quota 1907 i Soci.

Carpini Camillo	Piaggese Giuseppe
Dainelli Alberto	Pignataro Pietro
Ghellini Gellio	Regnoni Romualdo
Martini Romeo	Teglio Emilio
Moretto Pietro	

Hanno pagato la quota 1908 i Soci:

Bisconcini Giulio	Palagi Ferdinando
Bordoni Ugo	Razeto Michele
Crescini Ezio	Reggiani Napoleone
Faè Giuseppe	Revessi Guido
Ghellini Gellio	Rolla Luigi
Macaluso Damiano	Rovelli Costantino
Marianini Abdenago	Sacerdote Mario
Mastricchi Felice	Torre Giov. Battista
Mieli Aldo	Vailati Giovanni
Morera Giacinto	Vita Decio
Pacinotti Antonio	Volterra Vito

INDICE

	pagina
BATTELLI A. e MAGRI L. Comportamento dei vapori metallici nella scintilla elettrica	188
BERNINI A. Sul potere termoelettrico del Litio e del Sodio	29
CAFFARATTI L. Sui campi elettromagnetici puri	369
CASTELLI E. Sulle modificazioni del I spettro di righe del mercurio	57
CORBINO O. M. Ricerche teoriche e sperimentali sul rocchetto di Ruhmkorff	202
CORBINO O. M. Ricerche teoriche e sperimentali sul rocchetto di Ruhmkorff	303
CORBINO O. M. Sulle correnti dovute all'effetto Volta e sulla sede della f. e. m. di contatto	395
DANIELE E. Sulla tendenza dei sistemi materiali a sfuggire ai vincoli con attrito	492
DOGLIO P. Sulla durata dell'emissione catodica nei tubi a vuoto	198
FIorentino A. Un nuovo fenomeno di risonanza, reso sensibile con uno speciale microfono a gas	177
GIANFRANCESCHI G. Sui campi idrodinamici del Bjerknes	429
GIANFRANCESCHI G. Il IV Congresso internazionale dei Matematici	516
GRASSI U. Ricerche sugli elettrodi a gas. — I. Biossido di azoto	467
LEVI-CIVITA T. Cenno neorelogio di Giuseppe Picoiati	363
LO SURDO A. Sulla radiazione notturna.	253
MACCARRONE F. Sulla ionizzazione nelle fiamme.	423
MARCOLONGO R. The scientific papers (J. Willard Gibbs)	526
MARTINELLI G. Se la presenza del pulviscolo nell'aria ambiente sia condizione necessaria nel fenomeno di radioattività indotta per effluvio elettrico	182
MAZZOTTO D. Correzioni alla curva ideale di fusione delle leghe binarie	401
NOZARI M. Un'esperienza da lezione sulla riflessione totale	226
PACINI D. Misure di ionizzazione dell'aria su terraferma ed in mare	5
PACINI D. Sulla radioattività indotta dell'atmosfera nel Golfo Ligure	24
PITONI R. Un voltmetro da lezione	426
PUCCIANI L. Degli spettri di righe	95
QUINTILI P. Sull'equazione delle membrane vibranti	278
ROLLA L. Un teorema su l'ottica dei mezzi non omogenei attivi	43
ROSSI A. G. Nuovo sistema di rivelatori d'onde elettromagnetiche fondati sulla magnetostrizione	63
SCHINCAGLIA I. Alcune esperienze colle radiazioni invisibili della scarica esplosiva nell'aria	481

STEFANINI A. e GRADENIGO G. Nuovo metodo per determinare la legge di oscillazione dei diapason, e sua applicazione all'acumetria . . .	131
TEDONE O. Lehrbuch der elasticität (A. E. H. Love) . . .	228
VAILATI G. A proposito di una recente pubblicazione sulla Storia della Statica .	45
VAILATI G. Il posto da assegnare al principio dei lavori virtuali in una esposizione elementare della Statica	505
Letteratura fisica	66, 232, 346, 440, 529
Notiziario	84, 247, 358, 458, 546
Libri Nuovi	88, 464
Società Italiana di Fisica	XLVII, XLIX, LI, LIII



TWO HOUR RESERVE
RETURN TO DESK FROM WHICH BORROWED

PHYSICS LIBRARY

This publication is due on the **LAST DATE**
and **HOUR** stamped below.

RB 16-20m-8,'57
(C8399s10)4187

General Library
University of California
Berkeley

U.C. BERKELEY LIBRARIES



C032822855

